

23. előadás

**ÁLTALÁNOS EGYENSÚLY TERMELÉS
JELENLÉTÉBEN**

Kertesi Gábor

23.1 Bevezető

- A második félévi anyag gerincét képező termelés-, illetve kínálatelméleti blokk végére értünk. Bő terjedelemben és meglehetősen részletességgel (hat előadásnyi terjedelemben) tárgyaltuk a termelés problémáját a tökéletes verseny körülményei között, majd – a teljesség kedvéért – egy-egy előadásnyi terjedelemben röviden áttekintettük a termelés elméletét a tiszta versenytől eltérő piaci struktúrák közepette: rövid áttekintést adtunk a monopolista vállalat (21. előadás), illetve az oligopolista piacszerkezetek (22. előadás) legalapvetőbb modelljeiről és problémáiról. Ez utóbbi kérdésekkel részletesebben is megismerkedhetnek a következő félévben sorra kerülő *Piacszerkezetek* tantárgy keretei között.
- Az alapozó mikroelméleti tárgy *homlokterében* azonban a közgazdaságtan legalapvetőbb modelljének, a tökéletes verseny körülményei közötti piaci viselkedés szabályszerűségeit leíró keresleti-kínálati modellnek a tárgyalása áll. E modell tulajdonságait a két félév során lépésről-lépésre fejtettük ki: a hangsúly az első félévben a keresleti oldalon (5-11. előadás), a második félévben pedig a kínálati oldalon volt (15-20. előadás). A keresleti oldal tárgyalásának lezárásakor az első félév vége felé megvizsgáltuk a kereslet és kínálat egyensúlyának tulajdonságait egy tetszőleges termék piacán (12. előadás: **parciális egyensúly**), majd a félév végén sort kerítettünk annak az átfogó kérdésnek a vizsgálatára, hogy egy sok szereplőt és sok terméket magában foglaló gazdaság valamennyi piacán miként alakul ki szimultán módon az egyensúly – az **általános egyensúly** (13. és 14. előadás) –, és mely tulajdonságok jellemzik.
- Az első félév végén azonban csak többféle megszorítással tudtuk ezeket a nagy horderejű kérdéseket megvizsgálni: a parciális egyensúlyi elemzést úgy tudtuk csak elvégezni, hogy közben jóformán semmit sem tudtunk a kínálati oldalról (a termelés elméletéről). Feltettük, de nem bizonyítottuk, hogy az iparági kínálati görbe pozitív lejtésű, s ezt a tulajdonságot (is) felhasználva vontunk le a parciális egyensúlyra nézve következtetéseket. Az általános egyensúlyi elemzést pedig amellet a korlátozás mellett végeztük el, hogy termelés nélküli tiszta cseregazdaságot feltételeztünk, melyben a modellnek nem volt része az a mód, ahogyan a gazdaság szereplői hozzájutottak a rendelkezésükre álló készletekhez.
- A termelés elméletével való megismerkedés után feloldhatjuk ezeket az egyszerűsítő feltevéseket. A parciális egyensúlyi elemzés tekintetében, a rövid és hosszú távú iparági egyensúly kérdéseit taglaló 20. előadásban ezt már meg is tettük. Úgy tértünk vissza az egy termék piacát jellemző egyensúly problémájához (a 12. előadás témájához), hogy már támaszkodhattunk azokra az újabb ismeretekre is, melyekre a termelés elméletének tanulmányozása révén trttünk szert.
- A jelen előadás során, visszatérve a 13. és a 14. előadás témájához, az általános egyensúlyi problémát *újból* szemügyre vesszük. A tiszta cseregazdaság egyensúlyi modelljét kibővítjük egy *új dimenzióval, a termeléssel*. A termelés nélküli, tiszta cseregazdaságban a fogyasztók számára elérhető javak állandó mennyiségben állnak rendelkezésre. Ha a termelést is bevonjuk a modellbe, akkor a javak mennyiségét már nem tekinthetjük állandónak (egzogén módon adottnak), hiszen az a piaci árakra reagálva alakul (vagyis endogén része a modellnek). Vajon hogyan módosítja ez az új szempont a

gazdaság minden részpiacra kiterjedő általános egyensúlyát, az egyensúly tulajdonságait, illetve az egyensúly létrejöttének mechanizmusát?

- Ezt az ambiciózus kérdést természetesen nem fogjuk teljes mélységében megvizsgálni. Akárcsak a 13. és 14. előadás során, itt is megelégszünk azzal, hogy a lehető legegyszerűbb modellek segítségével, működés közben *szemléltetjük* az általános egyensúlyi elemzés logikáját.

23.2 A gondolatmenet lépései

- A termelés nélküli tiszta cseregazdaság modelljét a legegyszerűbb esetre – két termék, két fogyasztó esetére – mutattuk be. A termelés bevonásával a helyzet bonyolultabbá válik, ezért **első lépésben** egy *végtelenségig leegyszerűsített modellt* veszünk szemügyre, amelyben a gazdaság *egyetlen szereplőből* áll (Robinson Crusoe-ból), aki első megközelítésben – mint a regényben is – önellátó: *termelő és fogyasztó is egyben*. Kiindulópontunk tehát egy tökéletesen önellátó, *árak nélküli, autark* gazdaság modellje. Ezt a gazdaságot **Robinson-féle autark gazdaságnak** fogjuk nevezni. Hogy legyen a későbbiekhez *megfelelő összehasonlítási alapunk, meghatározzuk e gazdaság hatékony működésének feltételeit*.
- **Második lépésben**, *egy gondolat kísérlet erejéig*, úgy tekintünk Robinsonra, mint egy tudathasadásos személyre, aki az egyik nap teljes egészében termelőként viselkedik, másnap pedig – elfelejtve azt, hogy előző nap termelő volt – teljes egészében fogyasztóként viselkedik.
- Termelőként vállalatot alapít (Crusoe Rt. néven), amelyben ő az egyetlen tulajdonos (részvényes). Mint a vállalat tulajdonosa eldönti, hogy mennyi outputot termeljen, és mennyi erőforrást használjon fel annak érdekében, hogy profitja maximális legyen. A vállalat által előállított termék neve legyen "fogyasztási cikk" (c), melynek ára – az egyszerűség kedvéért – $p_c = 1$. A fogyasztási cikk (c) a modellbeli numéraire. Az egyetlen termelési tényező ebben a modellben a munka. A felhasznált munka mennyiségét jelöljük h -val. A munka mint termelési tényező ára $p_h = w$, a munkabér. A vállalat az adott árviszonyok mellett ($p_c = 1, p_h = w$) dönt arról, hogy mekkora kínálattal jelenik meg c fogyasztási cikk piacán, és mekkora keresletet támaszt a munkaerőpiacon a munkával (h -val), mint termelési tényezővel szemben. A termék- és tényezőpiacon meghozott optimális döntése egyszersmind meghatározza a Crusoe Rt. maximális profitját. A Crusoe Rt. profitja (π^*) Robinson tőkejövedelme.
- Másnap Robinson, fogyasztóként ennek a jövedelemnek a birtokában eldönti, hogy milyen *keresletet támaszt* a szigeten rendelkezésre álló javak iránt: a Crusoe Rt. által *megtermelt termék* (c), illetve a számára elérhető egyetlen másik jószág, a szabadidő *iránt*. Jelöljük a szabadidőt, mint hasznos jószág Robinson által felhasznált mennyiségét l -lel. A szabadidő kulcsfontosságú szerepet játszik ebben a modellben, hiszen ha Robinson meghatározza a számára optimális szabadidő-fogyasztás mennyiségét, azzal egyszersmind azt is eldöntötte, hogy szabadidejéből mennyit áldoz fel munkavégzés – jelöljük h -val a nap 24 órájából ledolgozott órák számát –, vagyis pénzkereset céljaira. A pénzkereset céljára feláldozott szabadidő alternatív költsége (opportunity cost) nem más, mint a munka mint termelési tényező egységára (p_h) az egy órányi munkára jutó órabér

($p_h = w$). Robinson *szabadidő iránti kereslete* (l^*), egyszersmind meghatározza Robinson *munkakínálatát* ($h^* = 24 - l^*$) is. Robinson munkajövedelme (wh^*), hozzájárulva a Crusoe Rt.-ből származó tőkejövedelméhez (π^*) alkotja Robinson teljes jövedelmét. Ebből a jövedelemből fedezi fogyasztási kiadásait.

- Az általános egyensúly problematikája e modell keretei között a következőképpen fogalmazható meg. A Crusoe Rt. vállalat termelőként megjelenik c_s^* *kínálattal a termékpiacon*, illetve h_D^* *kereslettel az egyetlen termelési tényező, a munkaerő piacán*; Robinson pedig fogyasztóként megjelenik c_D^* *kereslettel a termékpiacon*, illetve munkavállalóként megjelenik h_S^* *kínálattal a munkaerőpiacon* (ez utóbbi ekvivalens azzal, hogy fogyasztóként l_D^* *órányi szabadidő iránti keresletet támaszt*). A (tudathasadásos) **Crusoe Rt.-Robinson gazdaság** akkor van egyensúlyban, ha az árrendszer ($p_c = 1, p_h = w$) mindkét részpiacon képes egyensúlyt biztosítani, vagyis, ha: $c^* = c_D^* = c_S^*$ és $h^* = h_D^* = h_S^*$. A gazdaság állapotát ilyenkor általános egyensúly jellemzi. E modellszerű piacgazdaság működési sajátosságait mélyen jellemző kérdés az, hogy vajon az árrendszer közvetítésével (decentralizált módon) képes-e ez a gazdaság ugyanabba az állapotba eljutni, mint amilyen helyzet az árak nélküli autark Robinson-gazdaságot, hatékony állapotában jellemezte. Ez a természetesen nem más, mint az első jóléti tétel által felvetett kérdés.
- **Harmadik lépésben**, egy bonyolultabb esetet veszünk szemügyre. Robinson mellett új szereplő lép a színre: Péntek. Az új szereplő színre léptetésével háromfajta módosítást viszünk be modellbe: 1. A két szereplő, kétféle munkát végez, e kétféle munka két különmű termelési tényező, vagyis egy termelési tényező helyett most már kettő van a modellben; 2. az egynemű fogyasztási cikket (c -t) két különböző termék váltja fel, amivel egyszerre két termék piacát elemezhetjük; 3. Robinsonra és Péntekre úgy tekintünk, mint a gazdaság két olyan szereplőjére, akik a gazdaságban előforduló két termék előállításában más-más teljesítményre képesek: Robinson az egyik termék előállításában termelékenyebb, Péntek a másikéban. Ezzel a szemponttal a specializáció problémáját is bevonhatjuk a modellbe. A módosított modellben továbbra is csak egy vállalat van. E vállalat két részvényes (Robinson és Péntek) tulajdonában áll, s egyúttal ők a vállalat egyedüli alkalmazottai is. E vállalat neve: Hajótörött Rt, a gazdaságot pedig **Robinson-Péntek gazdaságnak** fogjuk nevezni. A Robinson-Péntek féle gazdasággal kapcsolatban is ugyanazt a kérdést fogjuk feszegetni, mint a (tudathasadásos) **Crusoe Rt.-Robinson gazdasággal** kapcsolatban: vajon milyen összefüggés mutatható ki az egyének hasznosságmaximalizáló és a vállalatok profitmaximalizáló céljai között egyfelől, illetve az erőforrások hatékony felhasználásának társadalmilag kívánatos célja között másfelől? Ez a kérdés nyilvánvalóan azonos azzal, amit a jóléti gazdaságtan első és második tételének megfogalmazásakor a múlt félévet lezáró utolsó (14.) előadás során, a termelés nélküli tiszta cseregazdaság elemzésekor felvetettünk.

23.3 A Robinson-féle autark gazdaság

- Ebben a gazdaságban Robinson kettős szerepet játszik: egyszerre fogyasztó és termelő is. Dönthet úgy is, hogy a tengerparton heverészve tölti az idejét, a szabadidőt (l) választva fogyasztási jószágként, vagy kókuszdiót is gyűjtve, dolgozhat (h) is ez idő alatt. Minél

több időt dolgozik, annál többet fogyaszthat (c), de annál kevesebb szabadideje marad ($h = 24 - l$). Robinson preferenciáit a fogyasztást és a munkaidőt tartalmazó két argumentumú hasznossági függvény írja le: $u = u(c, h)$, melyben c pozitív (hasznos) jószág ($\partial u / \partial c > 0$), h pedig negatív jószág. Azonos szintű fogyasztást feltételezve, Robinson hasznossági szintje annál alacsonyabb minél több időt tölt munkával: $\partial u / \partial h < 0$. Ezt a tulajdonságot a szabadidőre nézve, fordítva is megfogalmazhatjuk: mivel $l = 24 - h$, ezért: $\partial u / \partial l > 0$.

- A Robinson által befektetett munkamennyiség és a leszedett kókuszdió mennyisége közötti technológiai összefüggést a $c = f(h)$ termelési függvény testesíti meg. Első megközelítésben tegyük föl, hogy a technológiát csökkenő mérethozadék jellemzi, vagyis f függvény konkáv. Ilyen feltételek mellett Robinson döntési problémáját az alábbi módon fogalmazhatjuk meg: Robinson keresi azt az optimális szabadidő-munkaidő felosztást ($h^* = 24 - l^*$ értéket), illetve optimális fogyasztási szintet (c^* értéket), amely a lehető legmagasabb hasznossági szintet biztosítja neki, c fogyasztási cikk termelésének adott technológiai feltételei között. A probléma matematikai megfogalmazását és algebrai megoldását az alábbi fólián láthatjuk.

23.1 fólia

- Az optimális megoldás ott lesz, ahol a szabadidő és fogyasztás közti helyettesítési határárány értéke épp megegyezik a munka mint termelési tényező fogyasztási cikk mennyiségében mért határtermékével.

23.2 fólia

- A szabadidő és a fogyasztás közti helyettesítési határárány a szabadidő fogyasztásegységben kifejezett szubjektív értékelését fejezi ki, vagyis azt, hogy hány egységnyi fogyasztás tudná Robinsont egy órával kevesebb szabadidőért kárpótolni; a munka határterméke pedig azt, hogy egy órával több munkával (egy órával kevesebb szabadidő árán) mennyivel több fogyasztásra tehetne szert. Az optimumfeltétel így egyszerűen azt fogalmazza meg: Robinsonnak addig érdemes a munkaidejét növelve, fogyasztását növelni, amíg az ezáltal elérhető fogyasztásnövekmény nagyobb annál, mint amit a munkaidő-növeléssel elkerülhetetlenül együtt járó szabadidő-csökkenés vesztesége számára szubjektíve (fogyasztásegységben mérve) jelent. Ha Robinson ennek az egyszerű szabálynak megfelelően működteti a gazdaságát, akkor azt **hatékonyan** működteti. Minden más megoldás ehhez képest veszteségeket jelentene.

23.4 Az egyszemélyes Robinson-féle gazdaság decentralizált változata: a Crusoe Rt. - Robinson féle gazdaság

- Játszunk most el a bevezetőben vázolt gondolat kísérlettel: Robinson Crusoe elméje a szigeten töltött tizedik évben meghasad, Crusoe Rt. néven vállalatot alapít, és a hét páratlan napjain vállalkozónak, a páros napokon fogyasztónak-munkavállalónak képzelet magát. Kókuszpálmaleveleken vezeti vállalata könyvelését és bérszámfejtését, meghatározza optimális outputkínálatát és tényezőkeresletét, a megtermelt profitot pedig osztalékként kifizeti magának, mint az Rt. egyetlen tulajdonosának. Vagyis azokat a szabályokat követi, melyeket a bevezetőben részletesen felvázoltunk. Hogyan vezeti a

vállalatát? Racionálisan viselkedő cégeként profitot maximalizál. A 23.3. fólián láthatjuk, hogy miként.

23.3 fólia

- Vállalatának bevétele $p_c c = 1 \cdot c$ lesz, egyedüli termelési tényezőként munkát használ fel, vagyis költsége wh , profitja pedig e két összeg különbözete. Profitját maximalizálja a $c = f(h)$ termelési technológia figyelembevételével. Első megközelítésben feltesszük, hogy technológiáját csökkenő mérethozadék jellemzi. E jól ismert probléma megoldásaként megkapjuk optimális termékkínálatát (c_s^* -t) és optimális tényezőkeresletét (h_D^* -t). Az optimumban a termelési függvény meredeksége – a munka határterméke – megegyezik a felhasznált tényező árával: $f'(h) = w$. Addig bővíti a termelését a szóban forgó termelési tényező erőteljesebb használatával, amíg az ezáltal elérhető output-növekmény nagyobb a költségnövekménynél.

23.4 fólia

- Az optimális termékkínálat és tényezőkereslet egyszersmind meghatározza az Rt. optimális profitját (π^* -ot) is. A páros napok reggelén ezt az összeget osztalékként kifizeti önmagának, a cég tulajdonosának.
- A páros napokat Robinson π^* jövedelemmel a zsebében kezdi meg. El kell döntenie, mihez kezd ezzel a pénzzel és a rendelkezésére álló 24 órányi idővel. Ha munkát vállal a Crusoe Rt.-nél w bérért, akkor jövedelmét wh összeggel gyarapíthatja, és több fogyasztási cikket (c -t) vásárolhat, viszont csak kevesebb értékes szabadidővel rendelkezhet. Hogyan osztja meg idejét munka és pihenés között, ha fogyasztását tőke- és munkajövedelmének összege ($c \leq \pi^* + wh$) határolja be?

23.5 fólia

- A optimális megoldás ott lesz, ahol a szabadidő és fogyasztás közti helyettesítési határány értéke épp megegyezik a munkabérral: $(\partial u / \partial l) / (\partial u / \partial c) = w$. Mivel a szabadidő és fogyasztás közti helyettesítési határány a szabadidő fogyasztásegységben kifejezett szubjektív értékelését fejezi ki, vagyis azt, hogy hány egységnyi fogyasztás tudná Robinsont egy órával kevesebb szabadidőért kárpótolni, a munkabér pedig azt, hogy egy óra feláldozott szabadidőért hány fogyasztásegységet lehet megvásárolni a piacon, az optimumfeltétel az alábbi viselkedési szabályt fogalmazza meg: a racionálisan viselkedő fogyasztó addig a mértékig növeli munkaidejét és ezáltal a fogyasztását, amíg az így megszerezhető fogyasztásnövekmény nagyobb annál, mint amit a munkaidő növelésével együttjáró szabadidő-veszteség számára (fogyasztásegységben mérve) képvisel.
- A probléma megoldását grafikusán a 23.6. ábra szemlélteti.

23.6 fólia

- Vizsgáljuk meg, miben különbözik a Robinson-féle autark gazdaság működése a decentralizált Crusoe Rt.-Robinson gazdaság működésétől! A gazdaság működési mechanizmusát illetően egy döntő különbséget találunk. A Robinson-féle autark

gazdaságban az áraknak nincs semmilyen szerepe, a Crusoe-Robinson féle gazdaság pedig éppenséggel az árjelzések hatására működik.

- A Crusoe Rt. a külvilág hatásait az árak segítségével méri fel. Nem kell a fogyasztóktól közvetlenül megtudnia, miből mennyit kell termelnie, és nem kell a termelési tényezők tulajdonosait sem faggatnia arról, hogy a birtokukban levő erőforrások milyen mennyiségét bocsátanának a rendelkezésére. Elegendő az, ha az input- és outputárak alakulását megfigyeli, és ennek alapján hozza meg a maximális profitot biztosító, optimális termelési, illetve tényezőfelhasználási döntéseit.
- Hasonló megfontolások jellemzik a fogyasztót is. Neki sem kell másra, mint a fogyasztói kosarát képező javak áraira, illetve a rendelkezésére álló jövedelem alakulására figyelnie, ha optimális fogyasztói keresletét igyekszik meghatározni. Nincs szüksége arra, hogy valamilyen piactól különböző eljárással – mondjuk egy, a vállalatokat közvetlen termelési utasításokkal irányító és a "fogyasztó érdekeit" elosztási döntések révén képviselő hatóság közbeiktatásával – érvényesítse érdekeit.

23.5 A Crusoe Rt.-Robinson féle gazdaság általános egyensúlyi állapota Pareto-hatékony állapotot képvisel

- Hogy e decentralizált módon megszervezett gazdaság működése hatékony erőforrás-allokációhoz vezet-e, az egyike a közgazdaságtan nagy kérdéseinek. A példaként választott esetben a kérdés könnyen eldönthető. A Robinson-féle autark gazdaság hatékony működésének feltételeit meghatároztuk: az erőforrás-allokáció akkor optimális, ha a szabadidő és fogyasztás közti helyettesítési határárány értéke épp megegyezik a munka határtermékével ($u_l/u_c = f'(h)$). Elegendő tehát azt megvizsgálnunk, hogy a decentralizált piaci rendszer – a szereplők számára adott árak közvetítésével – ugyanerre az eredményre vezet-e.

23. 7 fólia

- A 23.7. ábra ezt az állítást igyekszik szemléltetni. A Crusoe Rt. vállalat profitmaximalizálási feladatának megoldását "a munka határterméke egyenlő a bérrel" feltétel ($f'(h) = w$) képviseli. Ez a feltétel a termelési függvénnyel együtt meghatározza a vállalat optimális termékínátát (c_s^*) és tényezőkeresletét (h_D^*). A vállalat problémáját az ábra bal felső paneljén látjuk.
- Robinson mint fogyasztó haszonmaximalizálási feladatának megoldását – lásd az ábra jobb felső paneljét – "a helyettesítési határárány egyenlő a bérrel" feltétel ($u_l/u_c = w$) képviseli. Ez a feltétel a költségvetési egyenessel együtt meghatározza a fogyasztó-munkavállaló optimális termékkeresletét (c_D^*), illetve szabadidő iránti keresletét (l_D^*), vagy ami az utóbbival egyenértékű: optimális munkakínátát ($h_s^* = 24 - l_D^*$)
- A vállalat és a fogyasztó feladatának elsőrendű feltételei arról tanúskodnak, hogy a decentralizált rendszer – az árak közvetítésével – biztosítja valamennyi piac (a termék, illetve a munkaerőpiac) egyensúlyát: az adott árviszonyok ($p_h/p_c = w/1$) mellett a Crusoe Rt. pontosan annyi terméket hoz a forgalomba, mint amennyit Robinson mint

fogyasztó fogyasztani kíván ($c^* = c_s^* = c_D^*$); továbbá éppen annyi munkaráfördítés iránt támaszt keresletet, mint amennyi munkát Robinson a munkaerőpiacon kínál ($h^* = h_D^* = h_S^*$). Az elsőrendű feltételek a fogyasztási cikk (c) és a munka (h) arányának közvetítésével megteremtik az erőforrások allokációjának hatékony állapotát, azt az állapotot, ami a Robinson-féle autark gazdaságot jellemezte:

$$\text{Mivel: } \frac{u_l}{u_c} = w = f'(h), \quad \text{ezért: } \frac{u_l}{u_c} = f'(h).$$

- Egyszemélyes gazdaságban természetesen nincs szükség piac alkalmazására, Robinson modellje azonban – épp rendkívüli egyszerűsége folytán – igen alkalmas arra, hogy egy termelést is folytató decentralizált gazdaság működését szemléltessük vele. Egy sok szereplőből álló gazdaságban azonban már egyáltalán nem értelmetlen a döntéseket termelői és fogyasztói döntésekre szétbontani. Az első félévben, a jóléti tételeket taglaló 14. előadás során már rámutattunk arra, milyen hatalmas információtevényt kellene tudnia kezelni egy olyan gazdaságnak, amely outputok és ráfordítások volumenéről – árinformációk közvetítése nélkül – közvetlenül szeretne optimális döntéseket hozni. Rámutattunk arra is, hogy a versenyzői piac decentralizált mechanizmusa milyen hatékonyan tud bánni a piac működéséhez szükséges információkkal. Megismételjük itt, amit akkor az árrendszer információtovábbító funkciójáról elmondtunk:

A versenyzői piac résztvevőinek igen kevés információval kell rendelkezniük ahhoz, hogy a maguk számára racionális döntéseket képesek legyenek meghozni. A fogyasztónak például egyedül a fogyasztásra szóba jövő javak árát kell tudnia fogyasztási döntése meghozatalához. Nem szükséges bármit is tudnia arról, hogyan termelik a javakat, hogy kinek a tulajdonában vannak, vagy honnan érkeznek ezek a javak a piacra. Ha mindegyik szereplő csak a javak árát ismeri, meg tudja határozni a keresletét, és ha a piac elég jól működik ahhoz, hogy versenyzői árakat határozzon meg, akkor biztosítva van a hatékony végeredmény. Így az a tény, hogy a versenyzői piac takarékosan bánik a piac szereplőinek rendelkezésére álló információkkal, igen erős érv mellett, hogy az erőforrás-allokáció módszereként használjuk föl. Ez a megállapítás egyike a közgazdaságtan központi gondolatainak.

23.6 A jóléti közgazdaságtan első tétele

- Az előbbieken feszegetett probléma voltaképpen nem más, mint a múlt félév végi két utolsó előadás során taglalt jóléti tételek problémája, általánosabb, a termelést is magában foglaló modell keretei között.
- Mivel már rég volt erről szó, röviden megismételjük a tiszta cseregazdaság feltételei között megfogalmazott két tételt. A jóléti közgazdaságtan *első tétele* azt mondta ki: a versenyzői egyensúly Pareto-hatékony állapotot eredményez; a *második tétel* pedig azt: minden Pareto hatékony allokációhoz találhatunk olyan árrendszert, amely megfelelően megválasztott indulókészletek esetén, decentralizált piaci mechanizmusok segítségével képes a szóban forgó allokációhoz a piaci szereplőket eljuttatni, feltéve, hogy a fogyasztók preferenciái konvexek. Vajon érvényesek-e ezek a tételek termelést folytató gazdaságban is?

- Noha az előbb elvégzett kis mikroökonómiai gyakorlat – az egyszemélyes, decentralizált Robinson-gazdaság modellje – természetesen nem tekinthető az első jóléti tétel "bizonyításának", mégis jól szemlélteti a bizonyítás logikáját. A tétel termelés jelenlétében is érvényes. Kimutatható, hogy ha minden vállalat profitmaximumra törekszik, és minden fogyasztó hasznosságmaximalizáló módon viselkedik, akkor a gazdaság árjelzéseire figyelve, olyan versenyzői egyensúlyt valósítanak meg, amely – bizonyos megszorításokkal – az erőforrások Pareto-hatékony allokációját eredményezi. Ismételten hangsúlyozzuk: az első jóléti tétel nem más, mint az Adam Smith féle "láthatatlan kéz" metaforának a modern megfogalmazása.¹
- Az eredményhez itt is a *szokásos fenntartások* tartoznak: 1. A tétel nem mond semmit a jövedelemelosztásról, a profitmaximalizálás csak a hatékonyságot biztosítja, a társadalmi egyenlőség szempontjainak nem feltétlenül tesz eleget; 2. A tétel burkoltan feltételezi, hogy amint a fogyasztók döntéseinek nincsenek *közvetlen* hatásai más fogyasztók jólétére, úgy a vállalatok döntéseinek nincsenek *közvetlen* hatásai a többi vállalat termelési lehetőségeire. A tétel nem érvényes, ha akár a fogyasztásban, akár a termelésben externális hatások vannak jelen.² 3. Végül természetesen nem érvényes abban az esetben, ha a versenyzői egyensúly nem létezik. Ilyenkor értelemszerűen nem feszegethető a Pareto-hatékonyság kérdése sem.
- Ez utóbbi fenntartással kapcsolatban többet is elmondhatunk. A Crusoe Rt. - Robinson féle decentralizált gazdaság modelljében feltettük, hogy technológia csökkenő mérethozadékú. Az alábbiakban bemutatjuk, hogy a **hozadéki viszonyok** sajátosságai szorosan összefüggnek a **versenyzői egyensúly létezésével**. Szemléletes példát hozunk arra, hogy a versenyzői egyensúly létezése nem egyeztethető össze a növekvő mérethozadékú technológiákkal.

23.8 fólia

- Vizsgáljuk meg először az állandó mérethozadék esetét! (A csökkenő mérethozadékkal nem szükséges tovább foglalkoznunk; amellett – a példában láthattuk – az általános egyensúly létezik.) Amennyiben a technológiát állandó mérethozadék jellemzi, akkor – a 16. előadás 7-8. oldalán kifejtettek miatt – a versenyző vállalat egyetlen megfelelő működési pontja a zérus profitnál van. A Crusoe Rt. profitja ez esetben zérus. Mi a helyzet Robinson mint fogyasztó döntésével? Ezt látjuk a 23.8. ábrán. Mivel tőkejövedelme nulla, költségvetési egyenese az origóból indul ki. Vegyük észre azonban, hogy költségvetési egyenese *egybeesik* az állandó mérethozadékú termelési függvénnyel, így tehát a fogyasztói döntéseként meghatározott termékkereslete és munkakínálata összeegyeztethető a Crusoe Rt. termékkínálati és tényezőkeresleti döntésével.

23.9 fólia

- Más a helyzet, ha a technológiát növekvő mérethozadék jellemzi. Hiába létezik ez esetben a termelési függvénynek egy olyan pontja, ahol a hasznossági függvény és az izoprofit egyenes azt *egyaránt érinti*, ez mégsem jelenti azt, hogy az általános egyensúly létezik. Ennek az az oka, hogy a határtermék és a bér egyenlőségét kimondó érintőfeltétel ez esetben nem biztosít a vállalat számára maximális profitot. A növekvő mérethozadék

¹ Lásd ezzel kapcsolatban az 1. előadás 13-14. oldalán, illetve a 14. előadás 7. oldalán elmondottakat!

² Lásd ezzel kapcsolatban a 14. előadás 6. oldalán elmondottakat, illetve az externális hatásokról szóló 27. előadást.

következtében az izoprofit-egyenes párhuzamos eltolásával mindaddig növelhető a vállalat profitja, amíg a vállalat bele nem ütközik az egyetlen munkavállaló (Robinson) potenciális munkaidejének fizikai korlátaiba.

23.10 fólia

- A profitmaximumra ez esetben sarokmegoldást kapunk. A Crusoe Rt. profitja növekvő hozadék és a 24 órás munkaidő-korlát mellett akkor lesz maximális, ha w munkabér mellett a nap 24 órájában dolgoztatná a sziget egyetlen munkását. E maximális profit lesz másnap – a vállalkozói lehetőségeitől megrészegetett – Robinson tőkejövedelme. E jövedelem és a Crusoe Rt. által bérként felkínált w ismeretében végiggondolja, hogyan gazdálkodik a rendelkezésére álló 24 órányi időkerettel. Döntése ott lesz optimális ahol az érintőfeltétel teljesül: ahol a fogyasztás és a szabadidő közti helyettesítési határárány megegyezik a felkínált bérrel. A probléma az, hogy ilyen feltételek között a gazdaság egyetlen részpiaca sem lesz egyensúlyban: a munkakereslet meghaladja a munkakínálatot, a fogyasztási cikkek kínálata pedig a iránta megnyilvánuló keresletet. A szóban forgó esetben nincs olyan árrendszer, amely a piacokon egyensúlyt tudna teremteni.

23.11 fólia

- A növekvő mérethozadék a *konvexitás hiányának* egy példája. Ez esetben a 23.11. ábra (b) paneljén (növekvő mérethozadék esetében) a termelési halmaz – a gazdaságban megvalósítható input- és outputkombinációk halmaza – nem konvex halmaz. Így a közömbösségi görbe és a termelési függvény közös érintője *nem különíti el a preferált (P) pontokat a megvalósítható (M) pontoktól* úgy, ahogyan ugyanennek az ábrának az (a) paneljén (csökkenő mérethozadék esetében)³ látjuk. A konvexitás hiányára utaló jelenségek komoly nehézségeket okozhatnak a versenyző piacok működésében. Egy versenyzői piacon a fogyasztóknak és vállalatoknak egyetlen információt kell csak figyelembe venniük fogyasztói, illetve termelői döntéseik meghozatalakor: az árakat. Ha a technológiák, illetve a preferenciák nem konvexek, akkor az árak nem hordozzák a hatékony allokációk meghatározásához szükséges összes információt. Azokra az információkra is szükség van, amelyek a közömbösségi görbéknek és a termelési függvényeknek a jelenlegi termelési pozíciótól távolabb levő meredekségeit adják meg. Ezek a megfigyelések azonban csak akkor érvényesek, ha a mérethozadék kis szakaszai nem okoznak túlzott bonyodalmakat a versenyzői piacon.

23.7 A jóléti közgazdaságtan második tétele

- A második jóléti tétel, mely azt mondja ki, hogy minden Pareto-hatékony allokációhoz találhatunk olyan árrendszert, amely megfelelően megválasztott indulókészletek esetén, decentralizált piaci mechanizmusok segítségével képes a szóban forgó allokációhoz a piaci szereplőket eljuttatni, feltéve, hogy a fogyasztók preferenciái konvexek, szintén érvényes a termelést is folytató gazdaságban, de most már nemcsak a fogyasztói preferenciák konvexitását követeljük meg, de a vállalatok termelési halmazainak konvexitását is. Ez utóbbi megkötéssel kizárjuk a növekvő mérethozadék lehetőségét. A második jóléti tétel állandó és csökkenő mérethozadék mellett működik. A készletek újraelosztása azonban – mely általában szükséges feltétele annak, hogy decentralizált

³ Állandó mérethozadék esetében ugyanaz a helyzet, mint csökkenő mérethozadéknál.

módon előállítsunk egy Pareto-hatékony allokációt – az esetek nagy részében komoly gyakorlati nehézségekbe ütközik. Ezekről a nehézségekről (és a velük összefüggő értelmezési problémákról) sok szó esett a 14. előadás során.⁴

23.8 A sokszereplős-soktermékes, termelést is folytató gazdaság elemi esete: a Robinson-Péntek féle gazdaság

- A továbbiakban egy bonyolultabb esetet veszünk szemügyre. Robinson mellett új szereplő lép a színre: Péntek. Az új szereplő színre léptetésével lényeges módosításokat tehetünk a modellben: 1. Mindkét szereplő kétféle munkát végez, e kétféle munka két különmű termelési tényező, vagyis egy termelési tényező helyett most már kettő van a modellben; 2. Az egynemű fogyasztási cikket (c -t) két különböző termék váltja fel, amivel egyszerre két termék piacának egyensúlyi feltételeit elemezhetjük. Milyen eszköz áll a rendelkezésünkre e bonyolultabb probléma modellezésére? Vezessünk be néhány új fogalmat!

23.12 fólia

- Első lépésben foglalkozzunk csak Robinsonnal! Tegyük fel, hogy Robinson a kókuszdió (x_K) mellett valami egyebet is termelhet – mondjuk halat (x_H) is foghat. Robinson az optimálisan munkára szánt idejét kétfajta munkára oszthatja fel: vagy halat fog (h_H) vagy kókuszdiót (h_K) szed. Tegyük fel például, hogy óránként 10 kg halat tud kifogni, illetve 20 kg kókuszdiót tud leszedni. A 23.12. fólián szereplő – *állandó mérethozadékú* – termelési függvények ezt az egyszerű technológiai összefüggést fejezik ki. Tegyük fel, hogy Robinson napi 10 órányi munka mellett döntött. Vagyis napi 10 órányi munkaidőt oszthat fel halászatra, illetve kókuszdiószedésre. Termelési függvényei – (1) és (2) –, valamint ráfordításkorlátja (3) alapján meghatározhatjuk Robinson **termelési lehetőségeinek halmazát**, a kifogott halak, illetve leszedett kókuszdiók azon halmazát, amelyre Robinson a napi 10 órányi időkeret birtokában technológiailag képes. A termelési lehetőségek halmazának határpontjait a **termelési lehetőségek határfelületének** (vagy: **határának**) nevezzük. A termelési lehetőségek határának meredeksége azt mutatja meg, hogy mennyit kap Robinson az egyik jószágból, ha a másiktól valamennyit feláldoz. Ezt az átváltási arányt **transzformációs határárányának** ($MRT = \text{marginal rate of transformation}$) nevezzük.
- Az itteni példát alapul véve: ha Robinson úgy dönt, hogy 1 órával kevesebbet halászik, akkor 10 kg-mal kevesebb halat fog; ha pedig ezt az időt kókuszdiószedésre fordítja – éppen ezt teszi, ha nem mozdul el a termelési lehetőségek határáról –, akkor 20 kg-mal több kókuszdiója lesz. Az átváltás aránya 2:1. $MRT = -dx_K / dx_H = 20 / (-10) = -2$.

23.13 fólia

- Ha munkaráfordítás, illetve a halfogás és a kókuszdiószedés között más jellegű technológiai összefüggések vannak – például ha (mint a 23.13. fólián látható esetben) a termelési függvényeket *csökkenő mérethozadék* jellemzi –, akkor a termelési lehetőségek halmazának is más lesz az alakja. A termelési lehetőségek határát nem lineáris függvény

⁴ Lásd a 14. előadás 9-11. oldalán elmondottakat!

írja le, következésképpen a transzformációs határány értéke sem lesz független a mindenkor megtermelt mennyiségektől. Hogyan határozzuk meg ilyenkor *MRT*-t?

- Írjuk föl a termelési lehetőségek határát meghatározó függvényt implicit formában. A példánkban adott, csökkenő hozadékú technológiák – (1) és (2) – esetén, a (3) erőforráskorlát mellett, ez nem más mint a (4)-es függvény implicit formába (6) átírva: azaz (7). Ha teljesen differenciáljuk ezt a függvényt, akkor éppen a kívánt gondolat kísérletet végezzük el: úgy csökkentjük az egyik termékből a termelésünket, hogy az ezáltal felszabadult munkaidő-keretünket teljes egészében a másik termék termelésére fordítjuk; vagyis a termelési lehetőségeink *határfelületén* mozdulunk el. Ez az a mód, ahogyan a transzformációs határányát általános esetben – meghatározhatjuk. A 23.13. fólia technológiáit alapul véve, a fólia alján látható lekerekített alakzatnak megfelelően, *MRT* értéke a termelési lehetőségek határának minden egyes pontjában más és más lesz.

23.14 fólia

- E technikai előkészületek után léptessük a színre a modell új szereplőjét, **Pénteket**. Az egyszerűség kedvéért maradjunk a Robinson esetében eredetileg bevezetett technológiáknál, vagyis tegyük föl, hogy Robinson termelési lehetőségeit továbbra is a 23.12. fólián szereplő összefüggések jellemzik. Mi van akkor, ha a gazdaság javait (a halat és a kókuszdiót) *más technológiával is* elő lehet állítani. Tegyük fel, hogy a gazdaság új szereplője, Péntek a halászatban és a kókuszdiószedésben *Robinsontól eltérő képességekkel* rendelkezik. Mindkettőjük termelési függvényeit állandó mérethozadék jellemzi, de mások a technológiai koefficiensek. Robinson és Péntek termelési lehetőségeinek halmazát a 23.14. fólián látható összefüggések jellemzik. A transzformációs határány Robison esetében -2 , Péntek esetében pedig $-1/2$. Ez azt jelenti, hogy 1 kg-nyi feláldozott halért Robinson 2 kg kókuszdiót kap cserébe, Péntek pedig 1 kg-nyi feláldozott kókuszdióért kap cserébe 2 kg halat. Azt mondjuk, hogy ilyen körülmények között Pénteknek **komparatív előnye** van a halászatban, Robinsonnal pedig a kókuszdiószedésben.⁵

23.15 fólia

- Vizsgáljuk meg, milyen teljesítményre képes az a gazdaság, amelyben Robinson és Péntek egyesítik erőiket. A 23.15 ábra a két szereplő **együttes termelési lehetőségeinek halmazát** (*ETL* halmaz) mutatja. Az *ETL* halmaz mindkét dolgozó *legjobb* képességeit kombinálja. Ha mindketten csak kókuszt szednek, akkor 300 kg kókuszt termelnek: 100-at Péntek, 200-at Robinson. Ha halat is szeretnének fogyasztani, akkor célszerű inkább a kókuszszedésben gyengébb, de a halászatban termelékenyebb Pénteket kivonni a kókuszszedő iparágból és áttenni a halászatba. Mivel ily módon minden egyes kg elvesztegetett kókusz helyett Péntek 2 kg-nyi halat fog, ezért együttes termelési lehetőségeik halmazának meredeksége $-1/2$ lesz, ami épp Péntek helyettesítési határányával egyezik meg.
- Ha Péntek 200 kg halat fog, akkor az ő foglalkoztatása teljes. Ha még több halat szeretnének, akkor át kell váltaniuk Robinsonra. Ettől a ponttól kezdve az *ETL* halmaz meredeksége -2 , mert most Robinson egyéni termelési lehetőségeinek halmaza mentén

⁵ Egy gazdasági szereplőnek komparatív előnye lehet valamely tevékenységben akkor is, ha történetesen a másik szereplő mindkét tevékenységet tekintve, jobb teljesítményre képes nála. Erre láthatunk egy igen híres példát ennek az előadásnak az 1. Függelékében.

működnek. Végül, ha annyi halat szeretnének fogni, amennyi csak lehetséges, akkor mindkettőjüknek a halászatban kell dolgozniuk: ekkor 300 kg haluk lesz (200 Péntektől, 100 Robinsontól).

- Mivel Robinson és Péntek különböző termék termelésében rendelkezik komparatív előnnyel, együttes termelési lehetőségeik halmazának töréspontja van – amint az a 23.15. ábrán látszik. Ebben a példában csak egy töréspont van, mivel csak kétféle technológia van ebben a gazdaságban jelen: Robinsoné és Pénteké. Ha a termékek előállításának igen sokféle módja van jelen, akkor az *ETL* halmaz alakja a 23.13. fólián látható – tipikusabbnak tekintett – lekerekített határu halmazhoz közelít. Az *ETL* halmazt a továbbiakban ilyen alakúnak tekintjük.
- Térjünk most vissza ahhoz, a gondolathoz, ami miatt az egyszemélyes-egytermékes Robinson gazdaságot kétszemélyes-kéttermékes gazdasággá bővítettük. Két kérdést szeretnénk tisztázni: 1. Hogyan fogalmazhatók meg egy ilyen gazdaság esetében a hatékony erőforrás-allokáció kritériumai? Mikor tekintünk egy ilyen gazdaságot Pareto-hatékony állapotúnak? 2. Vajon egy ilyen gazdaság decentralizált, versenyegyensúlyi megoldása rendelkezik-e ezzel a vonzó tulajdonsággal? Ez természetesen nem más, mint a jóléti közgazdaságtan első tételének kérdése. Ilyen összefüggések között is érvényes-e az első jóléti tétel? Végezetül kitérünk majd – a 2. Függelékben – egy 3. kérdésre is, nevezetesen arra, hogy az ármechanizmus milyen módon hozza a felszínre a specializáció és a kereskedelem előnyeit. Lássuk először a Pareto-hatékonyság kritériumait!

23.9 A Pareto-hatékonyság kritériumai sokszereplős-soktermékes, termelést is folytató gazdaságban

- A sokszereplős-soktermékes, termelést is folytató gazdaság legegyszerűbb esete az, ha két termékünk (x^1, x^2) és két szereplőnk (A és B) van, mely utóbbiak fogyasztók és termelők is egyben. Egy ilyen gazdaság grafikusán még ábrázolható.
- A gazdaság együttes termelési lehetőségeinek határfelületét a $T(x^1, x^2) = 0$ implicit függvény adja meg, A és B fogyasztók hasznossági függvényei ugyanezeket a javakat tartalmazzák argumentumokként. A és B fogyasztása mindkét termékből összességében csak annyi lehet, mint amennyit ugyanők együttesen megtermeltek. Ilyen feltételek mellett kell a hatékony erőforrás-allokáció kritériumait meghatároznunk.
- A Pareto-hatékony elosztás definíciójából kell kiindulnunk. Eszerint egy Pareto-hatékony elosztásban minden személy hasznossági szintje a többiek adott hasznossági szintje mellett maximális (nem megy a többiek rovására). Egy Pareto-hatékony állapot elérésekor tekintettel kell lenni továbbá a termelés technológiai lehetőségeire is, melyet a társadalom rendelkezésére álló együttes termelési lehetőségek halmaza testesít meg. Végül tekintettel kell lenni arra is, hogy a szóban forgó allokáció megvalósítható legyen: az egyéni fogyasztások összege bármely jószágból nem lehet több, mint a megtermelt mennyiség. A Pareto-probléma algebrailag így fest:

23.16 fólia

- A megoldást szavakkal így fogalmazhatjuk meg: egy sokszereplős-soktermékes, termelést is folytató gazdaságban az erőforrások allokációja akkor tekinthető Pareto-hatékonynak,

ha a gazdaság az együttes termelési lehetőségek határfelületének olyan pontjában⁶ működik, ahol az e pontban mért transzformációs határráta (MRT) értéke megegyezik a gazdaság valamennyi⁷ fogyasztójának helyettesítési határárányával:

$$MRT = MRS_1, \quad MRT = MRS_2, \quad \dots, \quad MRT = MRS_n.$$

- A kapott eredmény közgazdasági értelme világosabbá válik, ha grafikusán is megjelenítjük.

23.17 fólia

- Az ábrán X -szel jelöltük az együttes termelési lehetőségek határfelületének azt a pontját, ahol Pareto-hatékony állapotában a termelést is folytató gazdaság működik. A megtermelt javaknak ezt az összmenyiségét lehet elosztani a fogyasztók között. Ha ismerjük a megtermelt javak mennyiségét, akkor meg tudjuk rajzolni a 23.17. ábrán látható Edgeworth-négyszöget.⁸ Termelés nélküli **tiszta cseregazdaságban** – ahol az **elosztható javak összmenyisége egzogén** módon adott – egy allokáció akkor tekinthető Pareto-hatékonynak, ha a fogyasztók helyettesítési határárányai egymással rendre megegyeznek. Az Edgeworth-négyszögön belül ez akkor teljesül, ha A és B fogyasztó közömbösségi görbéi *érintik egymást*. Az érintési pontokban ugyanis kölcsönösen előnyös cserékkel már nem tudják helyzetüket javítani. A szereplők helyzetükön már csak úgy tudnak javítani, hogy közben a másik helyzetén rontanak. A megtermelt javak összmenyiségét adottnak véve – mint a 13. előadásban láthattuk – számtalan ilyen allokáció létezik. Ezeknek az allokációknak a halmazát **szereződési görbének** neveztük. Az Edgeworth-négyszög A -val és B -vel jelölt két sarkát összekötő szabálytalan alakú vonal reprezentálja a szerződési görbét.
- A döntő különbség a tiszta cseregazdaság és a **termelést is folytató gazdaság** hatékonynak tekinthető allokációi között az, hogy az utóbbiban a **megtermelt javak összmenyisége nem egzogén** módon adott. A termelési vektor **endogén** része a rendszernek: a megtermelt javak mennyisége nem független a fogyasztók közti allokációktól. A transzformációs határárány és a helyettesítési határárányok kölcsönös egyenlősége a hatékony allokációkkal kapcsolatban ezt a követelményt fogalmazza meg. Mit jelent ez?
- Emlékezzünk rá, hogy a transzformációs határárány (MRT) fogalma mit is takar. Ha egy kéttermékes gazdaság termelői kivonják bizonyos ráfordításaikat az egyik termék termeléséből, és ezzel egységnyivel csökkentik az adott termék kínálatát, akkor a transzformációs határárány azt mutatja meg, hogy ugyanezen erőforrások átcsoportosításával hány egységgel tudnák a másik termék kínálatát növelni.
- Tételezzük fel, hogy a gazdaság olyan helyzetben működik, ahol az egyik fogyasztó helyettesítési határáránya nem egyezik meg a transzformációs határárányával, a másiké viszont egyezik. Legyen például $MRS_A = 1$, viszont $MRT = 2 = MRS_B$. Egy ilyen helyzet nem lehet Pareto-hatékony. Miért? Azért, mert ebben a pontban a fogyasztó más arányban

⁶ Ez a pont nyilvánvalóan egy vektor, melynek i -edik eleme azt mutatja meg, hogy a gazdaságban az i -edik termékből összesen mennyit termeltek meg ($i = 1, 2, \dots, m$). Példánkban (a grafikus ábrázolhatóság miatt) $m = 2$.

⁷ Gazdaságunk fogyasztóinak száma, általános esetben n . Példánkban (a grafikus ábrázolhatóság miatt) $n = 2$.

⁸ Természetesen az ETL halmaz határfelületének *bármely pontjához* hozzárendelhetünk egy Edgeworth-négyszöget, ha a lehetséges fogyasztási allokációkat akarjuk tanulmányozni.

lenne hajlandó x^1 jószágot x^2 -re cserélni, mint ahogyan a termelés szerkezetének átalakításával x^2 jószág kínálata x^1 jószág kínálatának rovására bővíthető lenne. Van tehát mód arra, hogy a termelés átrendezésével A fogyasztót jobb helyzetbe hozzuk, anélkül, hogy közben B fogyasztó helyzetén rontanánk. Ha ugyanis 1 egységgel csökkentjük x^1 jószág termelését, és 2 egységgel növeljük x^2 kínálatát – a technológiák ezt lehetővé teszik –, akkor ezzel A fogyasztót bizonyosan előnyösebb helyzetbe tudjuk hozni eredeti helyzetéhez képest, hiszen számára x^1 és x^2 1-1 egysége azonos értéket képvisel, így meg 1 egység elvesztett x^1 -ért 2 egység x^2 -öt kapott cserébe.

- A termelés szerkezetének átrendezései mindaddig hozhatnak pótlólagos előnyöket a gazdaság valamely szereplőjének (anélkül, hogy ez mások helyzetén rontana), amíg a fogyasztók helyettesítési határárányainak értéke egyenlő nem lesz a termelési lehetőségek halmazzának meredekségével.

23.10 A Robinson-Péntek féle gazdaság decentralizált működése

- Ennyi előkészület után megvizsgálhatjuk a Robinson-Péntek féle gazdaság decentralizált működését. A szóban forgó gazdaság decentralizált működése azt jelenti, hogy a szereplők termelési döntései elkülönülnek a szereplők fogyasztói döntéseitől. A termelői döntéseket a vállalatok hozzák meg (profitjukat maximalizálva), a fogyasztási döntéseket pedig a fogyasztók (egyéni jólétüket maximalizálva). Mind a vállalatok, mind pedig a fogyasztók árelfogadók: a termelési tényezők, illetve a termékek árai adottságok a számukra. Egyik szereplő sem viseli a szíven a gazdaság egészének a helyzetét, egyedül a saját érdekeit igyekszik a lehető legjobban érvényesíteni: a vállalatok profitot, a fogyasztók hasznosságot maximalizálnak. Vajon képesek-e ilyen körülmények között Pareto-hatékony társadalmi állapotot (elosztást) előidézni?⁹
- Vizsgáljuk meg először a **termelői döntéseket**. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy Robinson és Péntek egyetlen vállalatba tömörül (Hajótörött Rt.), mely két terméket hoz forgalomba (halat és kókuszdiót), melyet kétfajta szakértelmet képviselő munkával állítanak elő. Robinson és Péntek, komparatív előnyeiket kihasználva, arra specializálódnak, amiben relatíve termelékenyebb. Vállalatuk profitot maximalizál, tekintetbe véve a termelés technológiai lehetőségeit megtestesítő *ETL* halmaz határfelületét. Ez utóbbiról föltesszük, hogy a szokásos lekerekített alakzatot veszi fel (mint például 23.13. ábrán látható). A profitmaximalizálási feladat és algebrai megoldása az alábbi főlán látható.

23.18 fólía

- Ugyanezt az eredményt grafikusán a profitfüggvényből származtatott egyenlőprofit-egyenesek segítségével grafikusán is megkaphatjuk.

⁹ Adam Smith válasza erre a kérdésre így szól: “Minden ember igyekszik úgy felhasználni tőkét [mai szóhasználattal úgy mondanánk: a rendelkezésére álló erőforrásokat] ..., hogy az eredmény a lehetőlegértékesebb legyen. ... Rendszerint nem a közérdek előmozdítására törekszik, s azal sincs tisztában, hogy egyébként mennyire szolgálja azt. ... Mindössze ... saját nyereségére van tekintettel. Abban egy láthatatlan kéz vezérli, hogy egy, a szándékai között nem szereplő célt is megvalósításhoz segítsen. Saját érdekét követve gyakran hatékonyabban szolgálja a társadalom érdekét, mintha ténylegesen azt akarná előmozdítani.” (Nemzetek gazdagsága, 1776, IV. könyv, 2. fejezet)

23.19 fólia

- Mivel az izoprofit-egyenesek függőleges tengelymetszetéhez annál magasabb profitérték tartozik, minél távolabb kerültünk az origótól, nyilván ott lesz a vállalat profitja maximális, ahol az izoprofit-egyenes érinti az *ETL* halmazt. Ha a termelés növelésével (adott árarányok mellett) tovább szeretnénk növelni a profitot, az már technológiailag nem lenne lehetséges; ha pedig nem mennénk el a termelési lehetőségek határáig, akkor profitszerzési lehetőségeket hagynánk parlagon. A profit ott lesz maximális, ahol az érintőfeltétel teljesül: $MRT = -p_H / p_K$.
- A profitmax feladatot egyetlen vállalat esetére írtuk fel, de tetszőleges számú vállalatra érvényes. Az állítás akkor is érvényes, ha az egyes vállalatok termelési lehetőségeinek halmaza eltérő alakú. Ha a két termék áraránya változatlan, ott fognak termelni, ahol egyéni transzformációs határrátáik épp megegyeznek a két termék árarányával.¹⁰ Ez azt jelenti, hogy az egyensúlyban a két jószág ára a transzformációs határrányt fejezi ki. Ez pedig nem más, mint az egyik jószágnak a másikra vonatkozó alternatív költsége. Ha több halat akarunk, akkor kevesebb kókuszdió kell termelnünk. Pontosan mennyit? Vizsgáljuk meg a hal és a kókuszdió árát! Ha ismerjük a szóban forgó javak árait, akkor ezt megtudjuk.
- A termelői döntések után vegyük szemügyre a **fogyasztói döntéseket!** Két fogyasztónk van: Robinson és Péntek. Mint a Hajótörött Rt. tulajdonosai, valamilyen arányban osztoznak a vállalat profitján, ez jövedelmük tőkejövedelem-része; másrészt mivel alkalmazottjai is a vállalatnak, munkajövedelmük is származik tőle. Mivel a vállalat minden bevételét kifizeti a munkásoknak és a részvényeseknek, ez azt jelenti, hogy az így keletkezett jövedelmek szükségképpen elegendőek a vállalat outputjának megvásárlásához. A fogyasztás tárgyai az Rt. által forgalmazott kókuszdió és hal. A javak árai ismertek, és ismerjük Robinson és Péntek jövedelmeit is. Robinson és Péntek fogyasztói optimumának, mint azt az első félévben igazoltuk, ki kell elégítenie azt a feltételt, mely szerint a helyettesítési határrány mindkettőjük esetében megegyezik a két termék árának arányával: $MRS_R = -p_H / p_K = MRS_P$.

23.20 fólia

- **Rakjuk most össze** e két elemből (az optimális termelői döntésből és az optimális fogyasztói döntésből) a Robinson-Péntek féle decentralizált gazdaság versenyzői egyensúlyát.

23.21 fólia

- A termelők profitja ott volt maximális, ahol az árarány megegyezett a transzformációs határránnyal. Ezt a pontot megkaptuk ott, ahol az izoprofit-egyenes érintette az *ETL* halmazt. Ezen a módon meghatároztuk a termelt javak optimális összkínálatát, valamint adott árak mellett a fogyasztók jövedelmét. Mivel minden fogyasztó optimális fogyasztói kosarának ki kell elégítenie azt a feltételt, mely szerint a két jószág helyettesítési határránya megegyezik a közös árarányal, így közvetve a Pareto-hatékonyság szükséges feltétele is teljesül: az *MRS* minden fogyasztóra nézve megegyezik az *MRT*-vel. **A**

¹⁰ Ez a 2. Függelék példáján is látható.

versenyzői egyensúly Pareto-hatékony állapotot eredményez. Az első jóléti tétel érvényesül, - természetesen a már többször is hivatkozott megszorító feltételek mellett.

23.11 Összegzés

- A Robinson-Péntek féle kétszemélyes, kéttermékes, termelést is folytató decentralizált gazdaság erősen leegyszerűsíti a valóságot. Hogy a gazdaság működését általánosabb feltételek mellett tanulmányozhassuk, ahhoz bonyolultabb matematikai eszköztárra volna szükségünk. Ennek ellenére már ez az egyszerű modell is számos hasznos tanulsággal szolgál.
- Ezek közül a legfontosabb a gazdaság szereplőinek *egyéni* céljai (profit-, illetve haszonmax) és az erőforrások hatékony felhasználásának *társadalmi* céljai közötti összefüggés. Ha a gazdaság szereplői saját céljaikat követik, akkor ez bizonyos feltételek között Pareto-hatékony elosztáshoz vezet. Továbbá, bármely Pareto-hatékony elosztás felfogható egy versenypiaci megoldásként, ha az indulókészleteket – beleértve a vállalati tulajdont – megfelelően átcsoportosítjuk.
- A versenyzői piac óriási érdeme, hogy az egyéneknek és a vállalatoknak csak a saját maximalizálási problémáikkal kell foglalkozniuk. Ehhez nincs másra szükségük, mint a javak árainak ismeretére. Ha a relatív szűkösségeknek ezek a jelzőszámai adottak, akkor elegendő információval rendelkeznek ahhoz, hogy hatékony erőforrás-elosztáshoz vezető döntéseket hozzanak. Ebben az értelemben az erőforrások hatékony felhasználásának társadalmi problémája decentralizálható, az egyének és vállalatok szintjén oldható meg. Ezzel a nagy jelentőségű gondolattal összefüggésben hasznos lesz, ha újból áttanulmányozzák a 14. előadás 14.7. alfejezetét.

1. Függelék. Komparatív előny

Az alábbi szöveg **David Ricardo** (1772-1823), klasszikus angol közgazdász művének (A politikai gazdaságtan és az adózás alapelvei, 1817. magyar fordítás: Budapest, Közgazdasági Jogi Könyvkiadó, 1991) 86-87. oldaláról származik:

„Ha Portugáliának nem lennének kereskedelmi kapcsolatai más országokkal, úgy nem fordíthatná tőkéjének és munkájának a nagy részét bortermelésre, hogy borért megvásárolja más országok posztóját és acélárut, hanem kénytelen lenne tőkéje egy részét ezeknek az áruknak a gyártására fordítani, s ezeket valószínűleg rosszabb minőségben és kisebb mennyiségben termelné. Az Anglia posztójáért cserébe adandó bor mennyiségét nem az a munkamennyiség határozza meg, amelyet a két jószág termelésére fordítottak, mint ahogyan ez abban az esetben történne, ha mind a két árut vagy Angliában, vagy Portugáliában állították volna elő. Angliában adott körülmények között esetleg 100 ember egy évi munkája kell a posztó gyártásához, de ha megkísérelnék a bortermelést, ehhez már 120 ember ugyancsak egy évi munkájára lenne szükség. Angliának tehát az lenne az érdeke, hogy a bort behozza, s azt posztó kivitelével vásárolja meg. Portugáliában a bor termeléséhez esetleg csak 80 ember egy évi munkája kell, de ahhoz, hogy a posztót odahaza gyártsák, már 90 ember ugyanennyi ideig tartó munkájára lenne szükség. Portugália számára tehát az lenne előnyös, ha bort vinne ki posztó ellenében. Ez az árucseré annak ellenére is végbemehet, hogy a Portugáliába behozott posztó otthon kevesebb munkával volna előállítható, mint Angliában. Bár a posztót 90 ember munkájával állíthatná elő, Portugália azt mégis abból az országból fogja behozni, ahol gyártásához 100 ember munkája szükséges: számára ugyanis előnyösebb, ha tőkéjét bortermelésre fordítja, mert a borért Angliától több szövetet kaphat, mint amennyit saját maga gyárthatna, ha tőkéjének egy részét a szőlőtermelésből kivonná és posztó előállítására fordítaná.”

- Értelmezzük a fenti idézetet az előadásban bevezetett fogalmak segítségével!



David Ricardo
(1772–1823)

2. Függelék. A kereskedelem előnyei

23.22 fólia

23.23 fólia

- A fenti két ábrapáron látható történet dióhéjban a következő. Robinson és Péntek x_1 és x_2 termékek termelésében eltérő technológiai lehetőségekkel rendelkezik. Ha önellátók lennének, termelésük és fogyasztásuk az A_R , illetve A_P pontokban (autarkia) volna. Elkülönült termelőként azonban piaci cserére is léphetnek egymással. Termelésük ekkor más lesz, mint autarkia esetén.
- Értékeljük az ábrák alapján kibontakozó történetet! Szempontok:
 - (a) Milyen előnyökkel jár a specializáció?
 - (b) Milyen viszonyban áll a kereskedelem a specializáció előnyeivel?
 - (c) Hogyan teremtenek az árak egyensúlyt ebben a gazdaságban?

23. előadás

ÁLTALÁNOS EGYENSÚLY TERMELÉS JELENLÉTÉBEN

MELLÉKLET

Kertesi Gábor

23.1

A Robinson-féle autark gazdaság problémája (1)

c : fogyasztás

l : szabadidő ($0 \leq l \leq 24$)

h : munkaidő $h = 24 - l$

c = f(h): termelési függvény: $f'(h) > 0, f''(h) < 0$: csökkenő mérethozadék.

A maximalizálási feladat:

$$\max_{c, h} u(c, h) \quad (1)$$

$$kf : c = f(h) \quad (2)$$

Helyettesítsük be (2)-t (1)-be:

$$\max_h u(f(h), h) \quad (3)$$

ERF:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u(c, h)}{\partial c} f'(h) + \frac{\partial u(c, h)}{\partial h} = 0 \\ c = f(h) \end{array} \right. \quad (4)$$

$$c = f(h) \quad (5)$$

(4) és (5) együttesen meghatározza a fogyasztás (c) és a tényezőfelhasználás (h) optimális értékeit: c^*, h^* .

Rendezzük át a (4)-et!

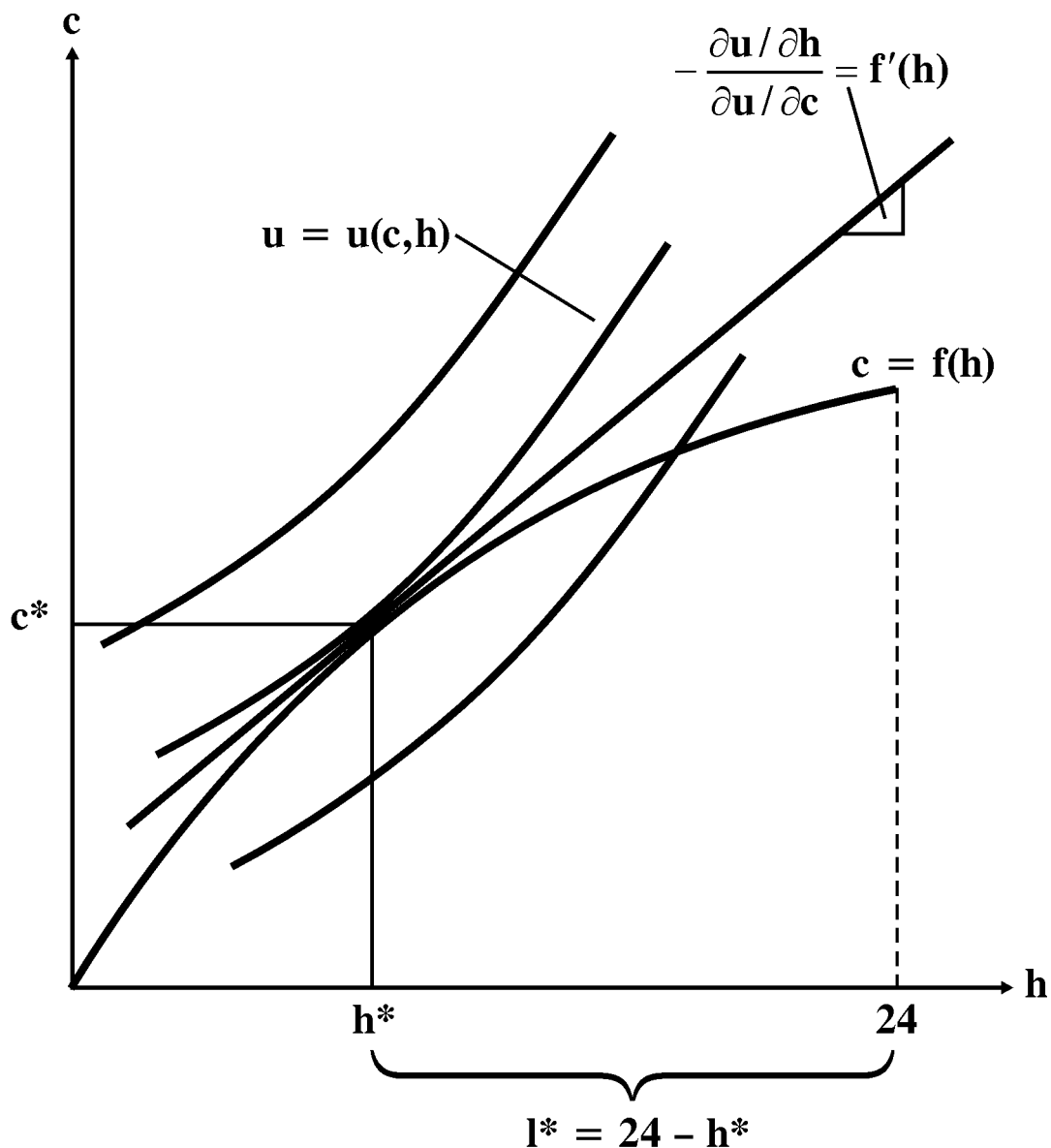
$$-\frac{\partial u / \partial h}{\partial u / \partial c} = f'(h) \quad (6)$$

Mivel $h = 24 - l$, ezért (6)-ot átírhatjuk az alábbi formába is:

$$\frac{\partial u / \partial l}{\partial u / \partial c} = f'(h) \quad (7)$$

23.2

A Robinson-féle autark gazdaság problémája (2)



A probléma:

$$\max_{c,h} u(c, h)$$

$$\text{kf: } c = f(h)$$

Az optimumfeltétel (érintőfeltétel):

$$\frac{\partial u / \partial l}{\partial u / \partial c} = f'(h)$$

23.3

A termelő vállalat (Crusoe Rt.) problémája (1)

- c** : a vállalat által előállított egyetlen termék
c a numéraire: $p_c = 1$
- h** : munkaráfordítás, mint egyetlen termelési tényező.
 $p_h = w$: h „ára”.
- c = f(h)** : termelési technológiát leíró termelési függvény.
 $f'(h) > 0$, $f''(h) < 0$: csökkenő mérethozadék

A profitfüggvény ekkor:

$$\begin{aligned}\pi &= p_c c - p_h h \\ &= c - wh\end{aligned}\tag{1}$$

A termelő maximalizálási feladata:

$$\max_{c,h} \pi = c - wh\tag{2}$$

$$\text{kf : } c = f(h)\tag{3}$$

Helyettesítsük be (3)-at (2)-be:

$$\max_h \pi = f(h) - wh\tag{4}$$

ERF:

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(h) = w \\ c = f(h) \end{array} \right.\tag{5}$$

$$\tag{6}$$

(5) és (6) meghatározza a vállalat által termelt c termék optimális kínálatát (c_S^* – ot), illetve a c termék előállításához szükséges h tényező optimális keresletét: h_D^* munkakeresletet.

23.3

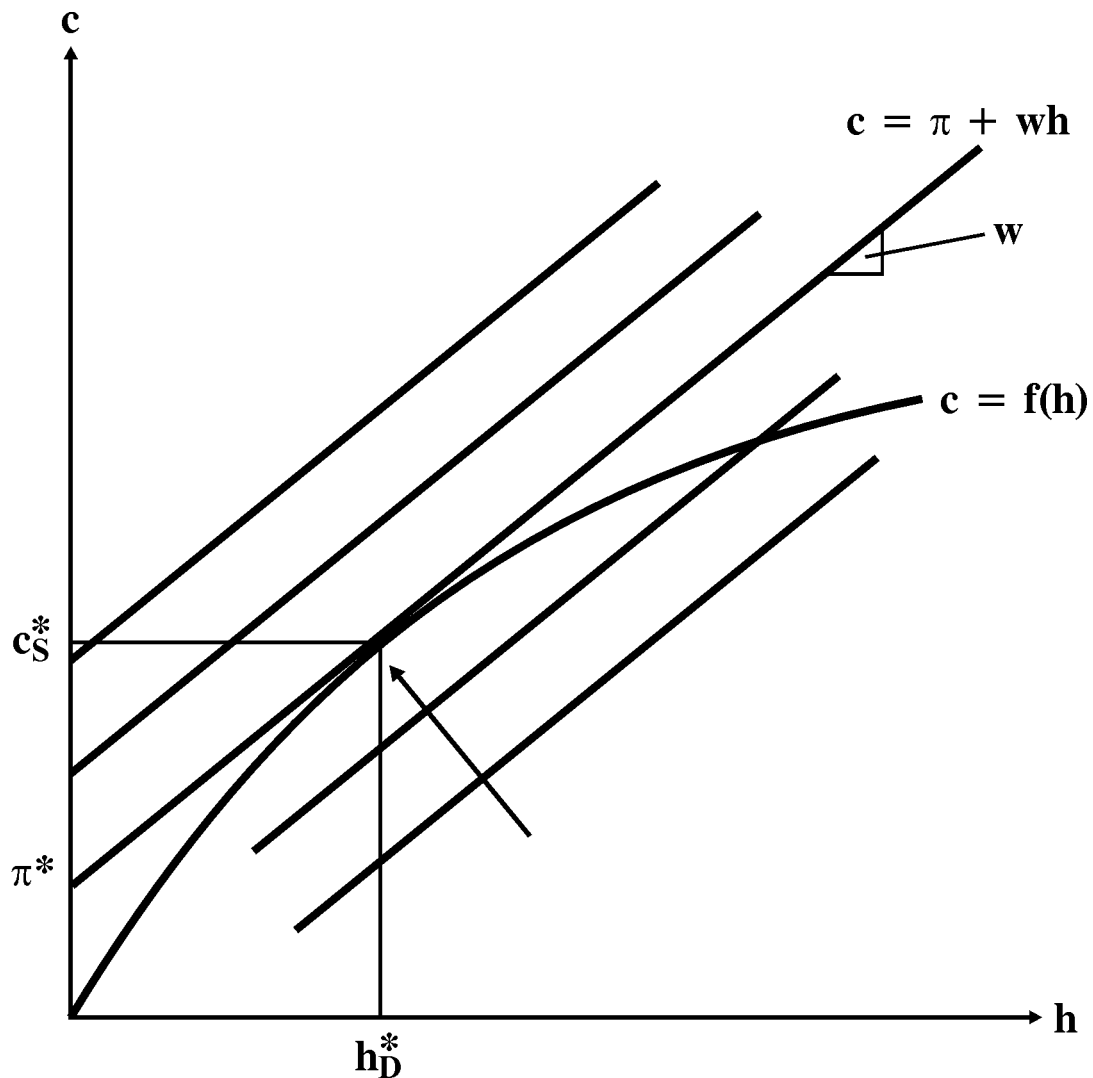
A termelő vállalat (Crusoe Rt.) problémája (1) (folytatás)

Ha c_S^* és h_D^* értékeket visszahelyettesítjük a profitfüggvénybe, akkor megkapjuk a vállalat optimális profitjának értékét. Ez lesz az az összeg, amit a vállalat osztalék címén kifizet* Robinsonnak, a Crusoe Rt. tulajdonosának:

$$\pi^* = c_S^* - wh_D^* \quad (7)$$

* Feltéve persze, hogy c_S^* terméket el tud adni $p_c = 1$ áron, illetve hogy w bérért képes h_D^* órára munkást alkalmazni.

23.4 A termelő vállalat (Crusoe Rt.) problémája (2)



A probléma:

$$\max_{c,h} \pi = c - wh$$

$$\text{kf: } c = f(h)$$

Az optimumfeltétel (érintőfeltétel):

$$f'(h) = w$$

23.5

A fogyasztó (Robinson) problémája (1)

π^* : Robinson tőkejövedelme, amit mint a Crusoe Rt. tulajdonosa élvez

$0 \leq h \leq 24$: Robinson potenciális munkaideje, amivel tőkejövedelmén felül munkajövedelemre tehet szert. $p_h = w$ munkabér.

wh : Robinson munkajövedelme. Mivel $h = 24 - l$, így is felírható: $wh = w(24 - l)$

c : Robinson fogyasztása. c a numéraire: $p_c = 1$. A fogyasztás értéke nem lehet nagyobb Robinson összjövedelménél: $c \leq \pi^* + wh$

Robinson költségvetési korlátja ekkor (egyenlőségre teljesülve) így fest:

$$\begin{aligned} c &= \pi^* + wh \\ &= \pi^* + w(24 - l) \end{aligned} \quad (1)$$

Robinson hasznossági függvénye ekvivalens módon kétféle formában is felírható:

$$u = u(c, l) = u(c, 24 - h)$$

$$u = u(c, h) = u(c, 24 - l)$$

Ebből következik, hogy:

$$-\frac{\partial u(c, h)}{\partial h} = \frac{\partial u(c, l)}{\partial l} > 0$$

23.5

A fogyasztó (Robinson) problémája (1) (folytatás)

Hogy a fogyasztó problémáját ugyanabban a koordináta-rendszerben ábrázolhassuk, mint a termelőjét, a maximalizálási feladatot $u(c,h)$ segítségével írjuk föl.

Robinson fogyasztói maximalizálási feladata:

$$\max_{c,h} u(c,h) \quad (2)$$

$$\text{kf : } c = \pi^* + wh \quad (3)$$

Helyettesítsük be (3)-at (2)-be:

$$\max_h u(\pi^* + wh, h) \quad (4)$$

ERF:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u(c,h)}{\partial c} w + \frac{\partial u(c,h)}{\partial h} = 0 \\ c = \pi^* + wh \end{array} \right. \quad (5)$$

$$c = \pi^* + wh \quad (6)$$

(5) és (6) meghatározza a fogyasztás (c) és a szabadidő ($l = 24 - h$) optimális keresleti értékeit: c_D^* , l_D^* . Ezzel egyzersmind meghatároztuk a munka (h) kínálatának optimális értékét is: $h_S^* = 24 - l_D^*$.

Rendezzük át (5)-öt! Ekkor megkapjuk a munkakínálati probléma ismert érintőfeltételét:

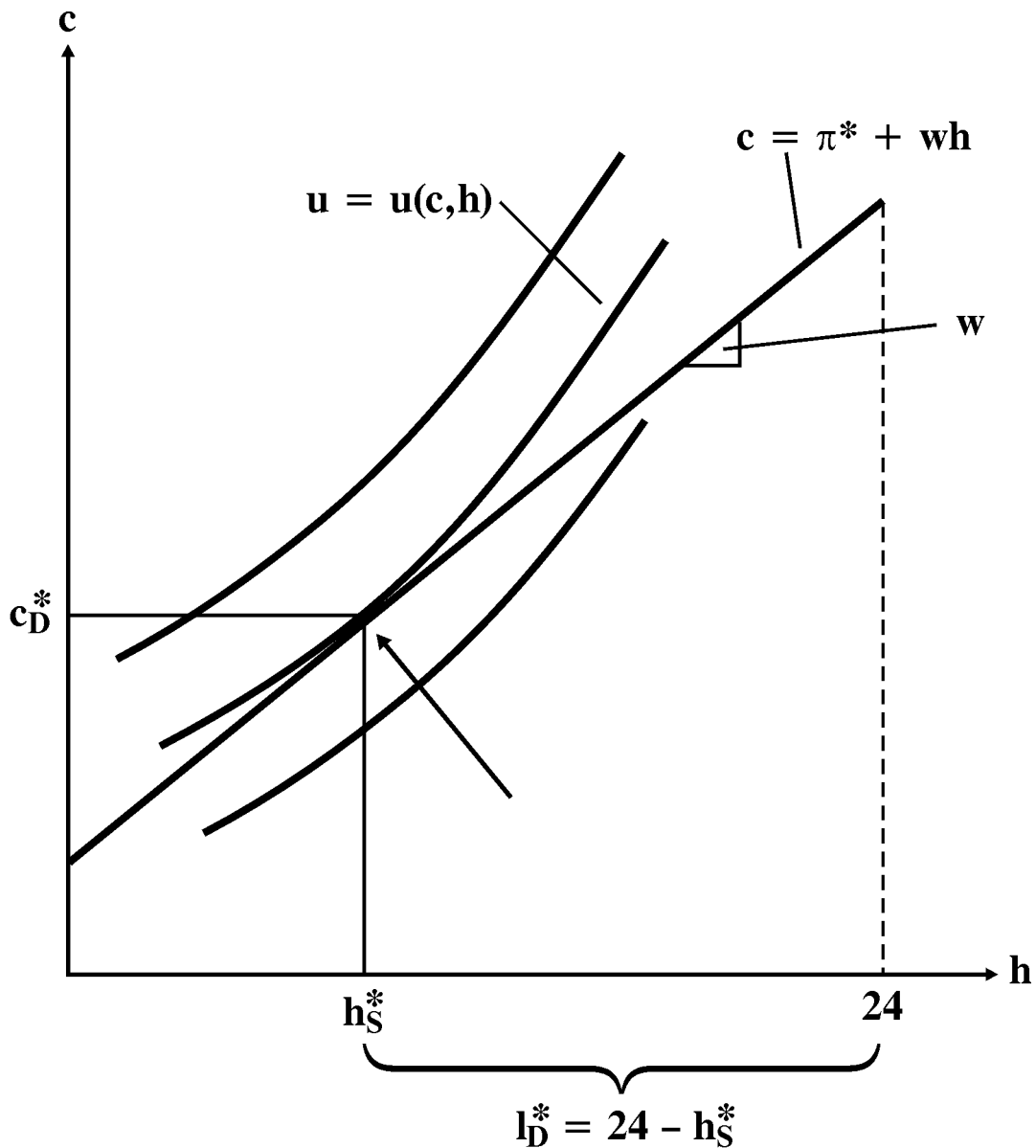
$$-\frac{\partial u / \partial h}{\partial u / \partial c} = w \quad (7)$$

Mivel $h = 24 - l$, ezért (7) felírható az alábbi formában is:

$$\frac{\partial u / \partial l}{\partial u / \partial c} = w \quad (8)$$

23.6

A fogyasztó (Robinson) problémája (2)



A probléma:

$$\max_{c, h} u(c, h)$$

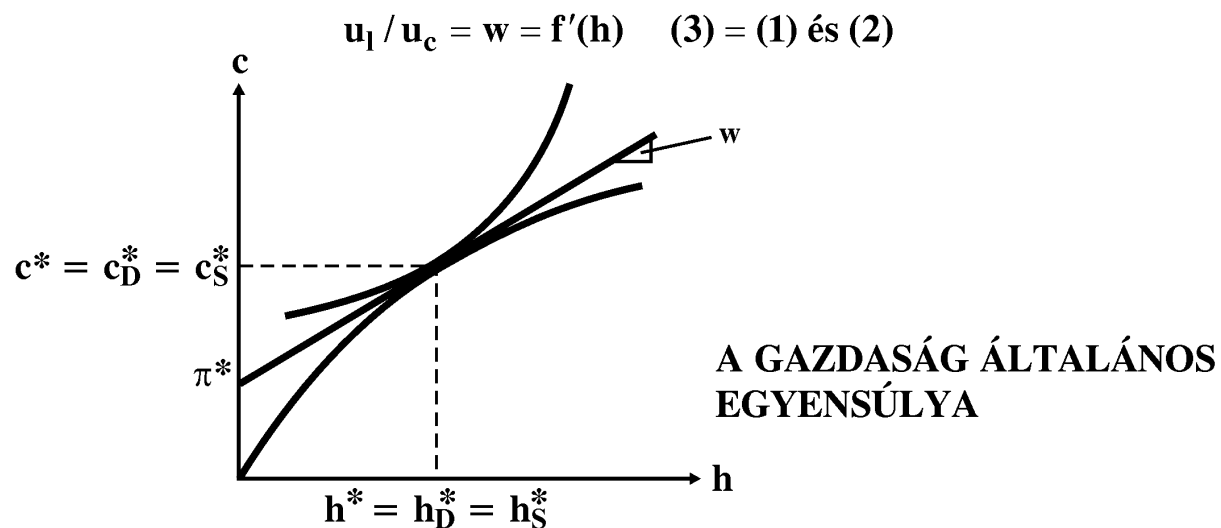
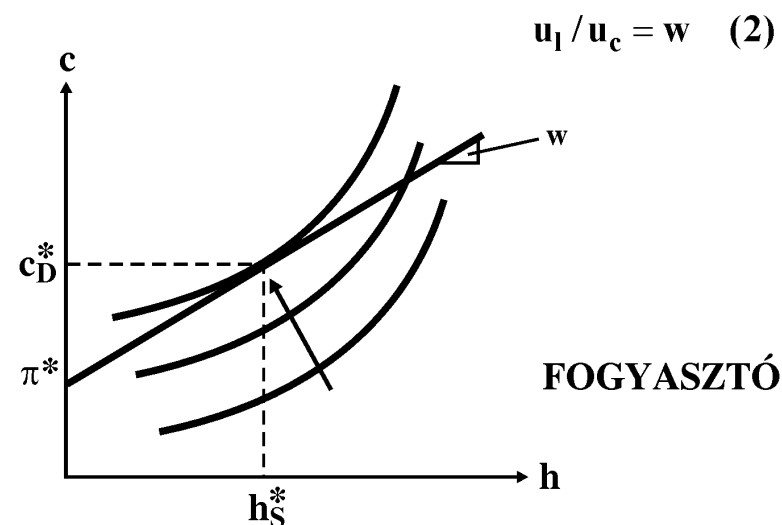
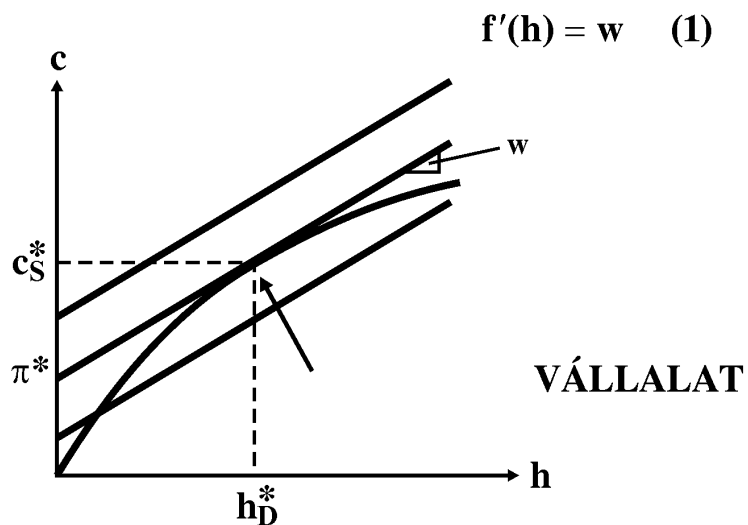
$$\text{kf: } c = \pi^* + wh$$

Az optimumfeltétel (érintőfeltétel):

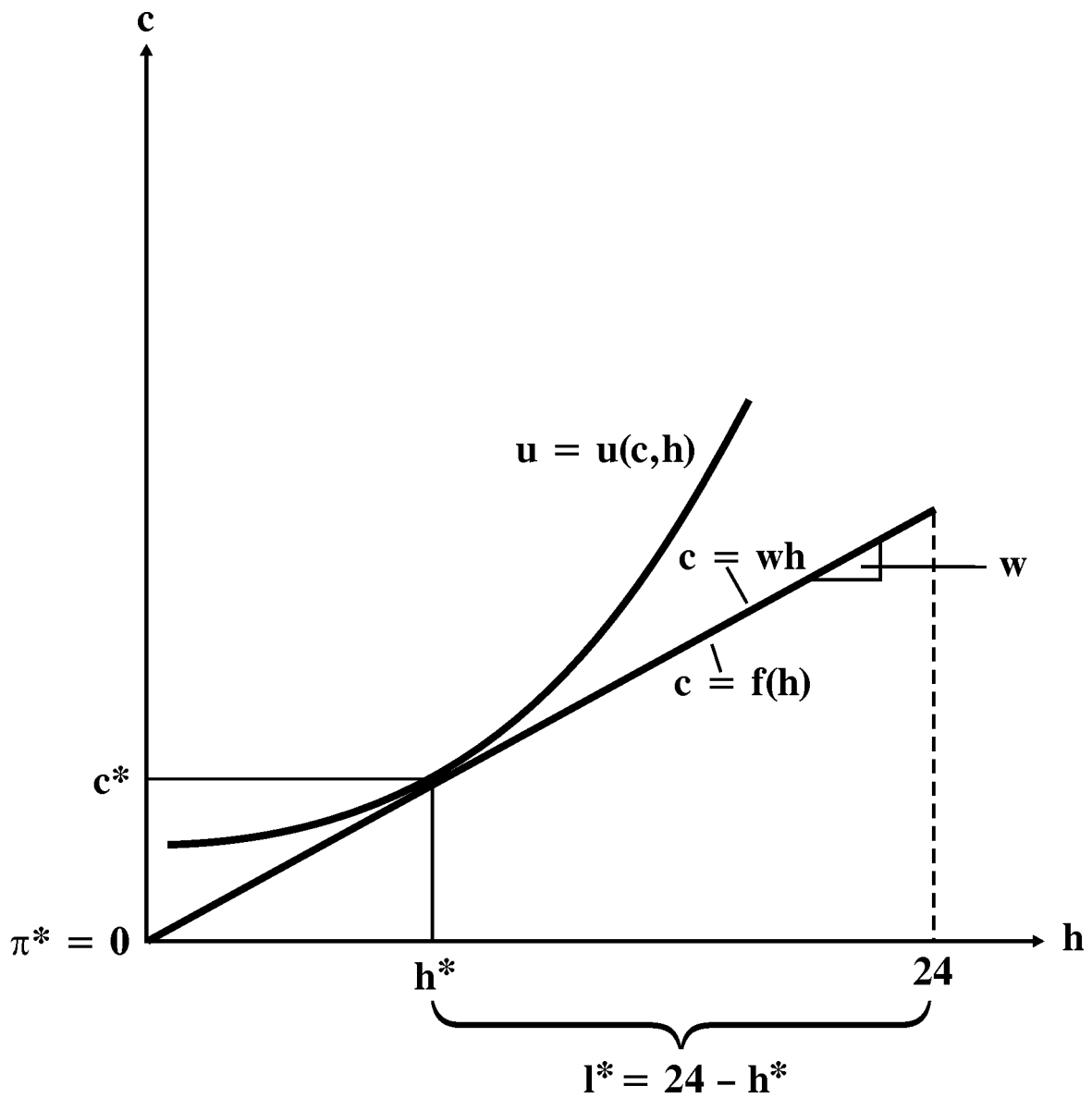
$$\frac{\partial u / \partial l}{\partial u / \partial c} = w$$

23.7

Általános egyensúly: egyensúly a termék- és munkaerőpiacon

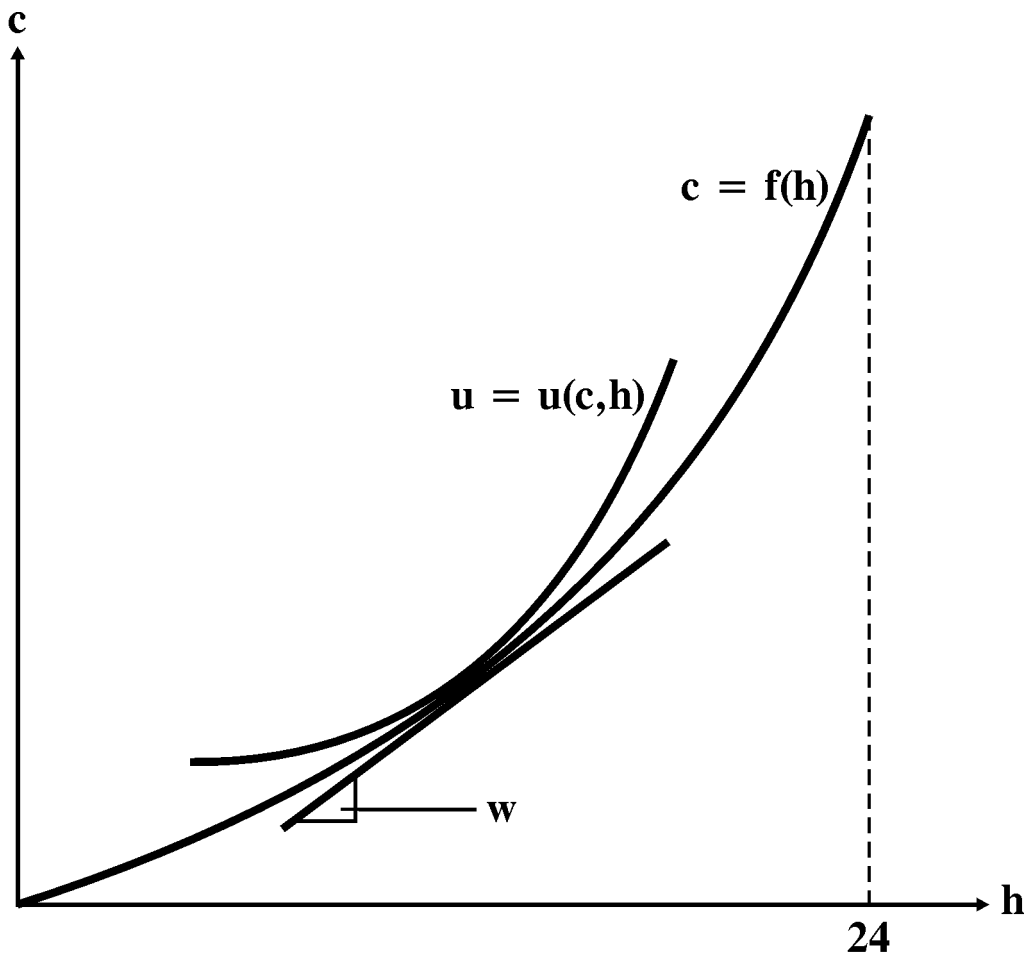


23.8 Állandó mérethozadék ($f''(h) = 0$)



23.9

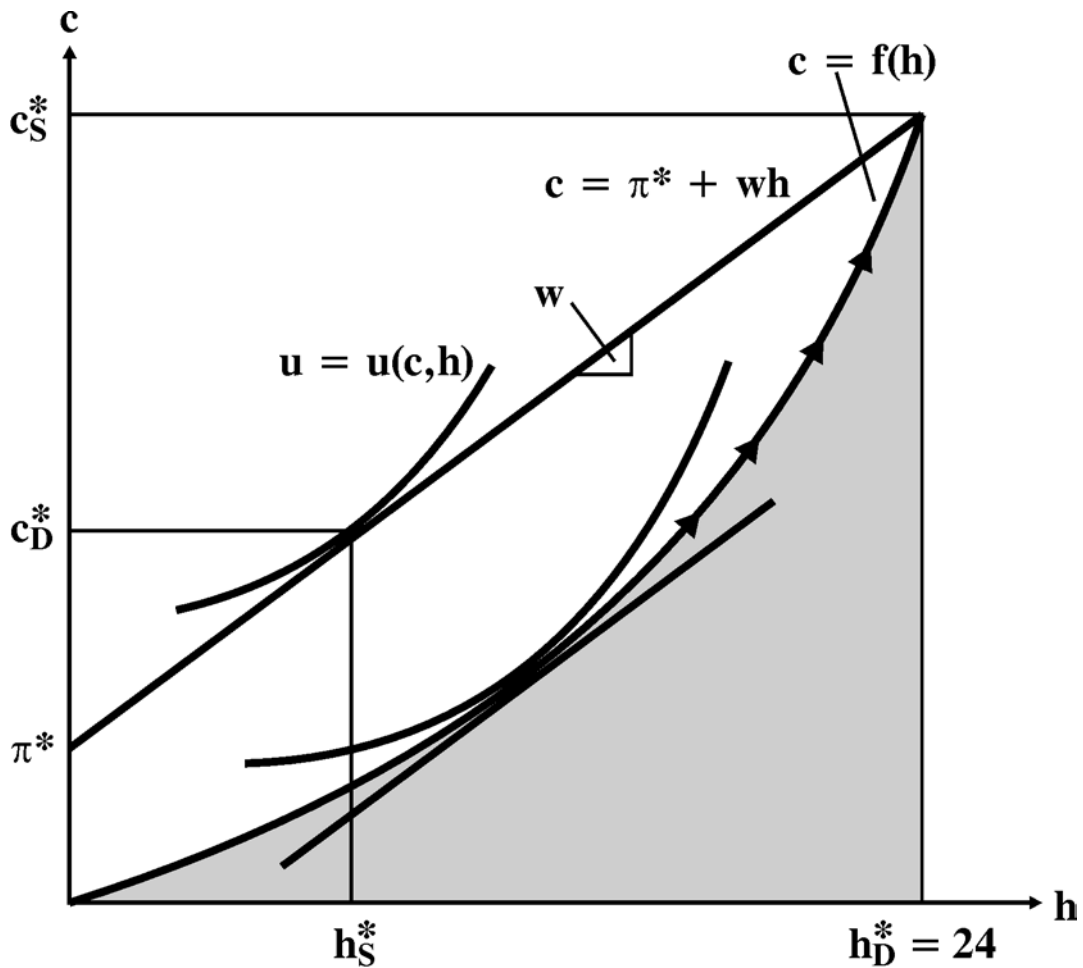
Növekvő mérethozadék ($f''(h) > 0$)



$f'(h) = w$ érintőfeltétel NEM definiál profitmaximumot. Így $-u_1 / u_c \neq f'(h)$.

23.10

Növekvő mérethozadék ($f''(h) > 0$) esetén az általános egyensúly nem létezik

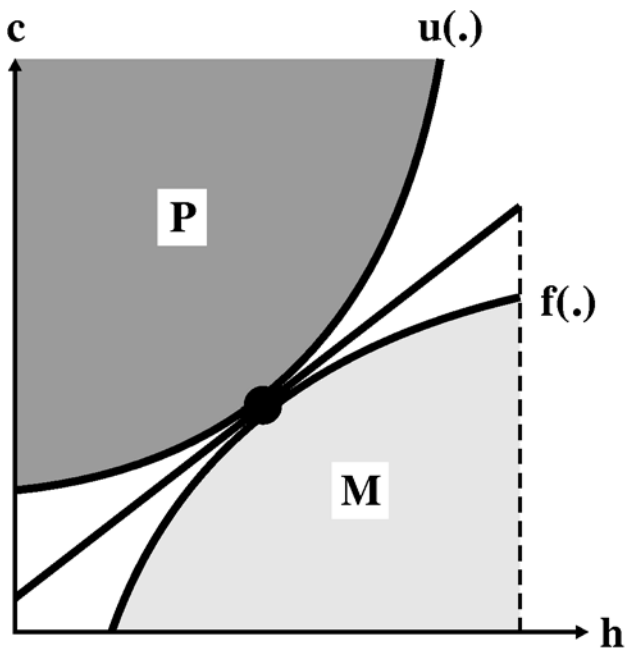


Nincs olyan ár, amely mellett a termékpiacón (c piacán) és a tényezőpiacon (h piacán) egyensúly volna.

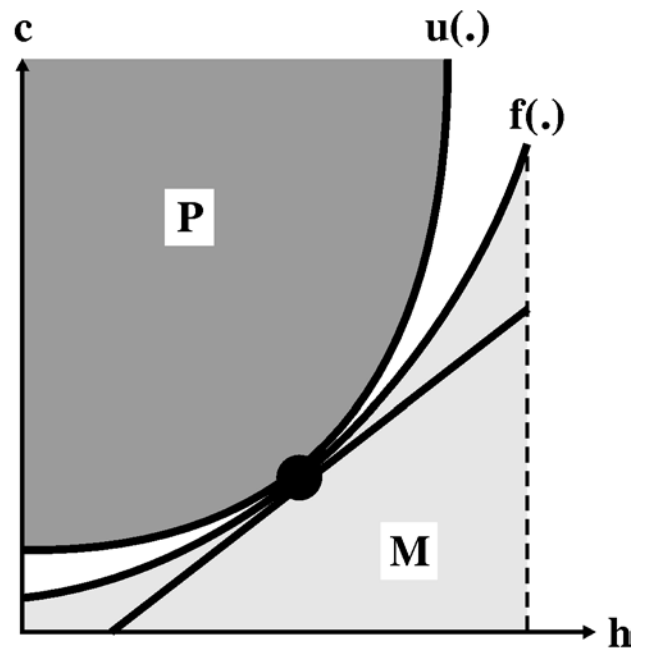
$$c_D^* \neq c_S^* \quad ; \quad h_D^* \neq h_S^*$$

23.11

Konvexitás hiányában az általános egyensúly nem létezik



(a)



(b)

23.12

Termelési lehetőségek halmaza (1)

x_H : egyik termék (hal)

x_K : másik termék (kókuszdió)

h : egyetlen termelési tényező = munka
(munkaórában mérve)

Termelési függvények:

$$x_H = 10 h_H \quad (1)$$

$$x_K = 20 h_K \quad (2)$$

Erőforráskorlát:

$$h_H + h_K = 10 \quad (3)$$

Mivel $h_H = \frac{x_H}{10}$ és $h_K = \frac{x_K}{20}$, (1') és (2')

Így (1')-t és (2')-t behelyettesítve (3)-ba, ezt kapjuk:

$$\frac{x_H}{10} + \frac{x_K}{20} = 10, \quad (4)$$

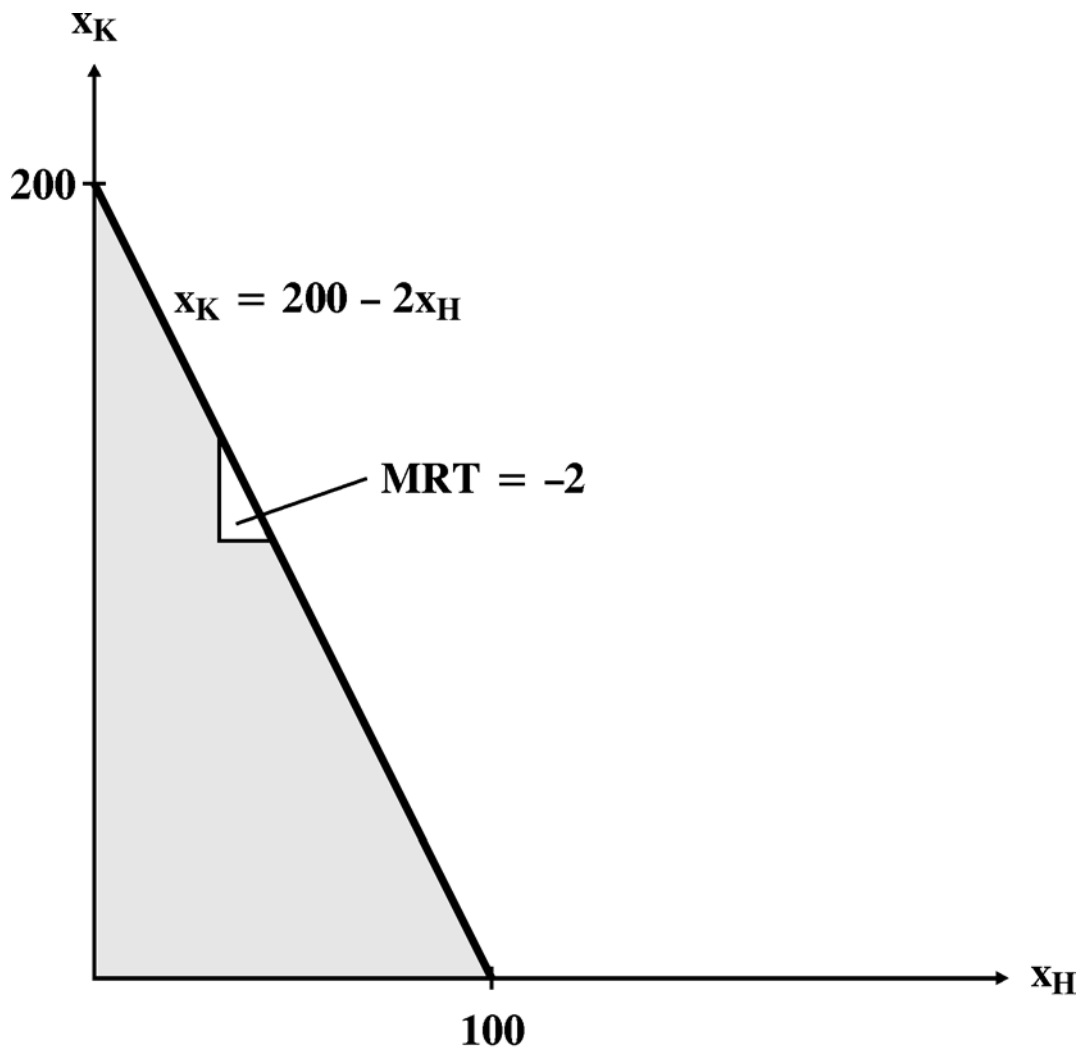
Másképpen:

$$x_K = 200 - 2x_H \quad (4')$$

Termelési lehetőségek halmaza:

$$\begin{cases} x_K + 2x_H \leq 200 \\ x_H \geq 0; x_K \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

23.12 Termelési lehetőségek halmaza (folytatás)



Termelési lehetőségek határa:

$$x_K = 200 - 2x_H \quad (6)$$

Transzformációs határárány:

$$MRT = \frac{dx_K}{dx_H} = -2 \quad (7)$$

23.13

Termelési lehetőségek halmaza (2)

Termelési függvények:

$$x_H = \sqrt{h_H} \quad (1)$$

$$x_K = \sqrt{h_K} \quad (2)$$

Erőforráskorlát:

$$h_H + h_K = 25 \quad (3)$$

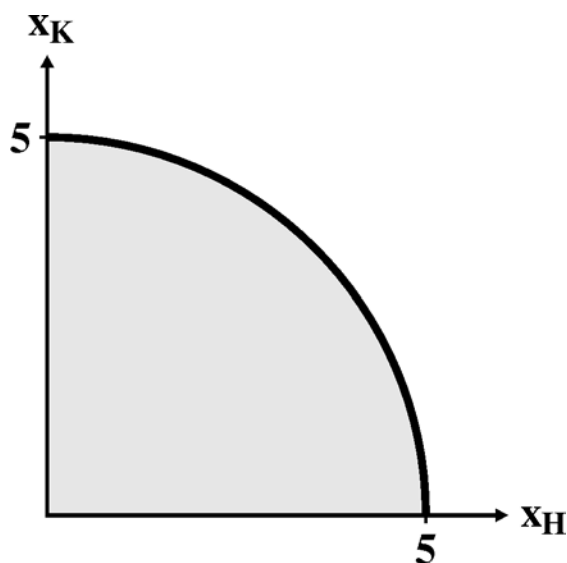
Mivel $h_H = x_H^2$ és $h_K = x_K^2$, (1') és (2')

így (1')-t és (2')-t behelyettesítve (3)-ba,
ezt kapjuk:

$$x_H^2 + x_K^2 = 25 \quad (4)$$

Termelési lehetőségek halmaza:

$$\begin{cases} x_H^2 + x_K^2 \leq 25 \\ x_H \geq 0; x_K \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$



23.13

Termelési lehetőségek halmaza (2)

Definiáljuk a termelési lehetőségek határát az alábbi implicit formában!

$$T(x_H, x_K) = 0. \quad (6)$$

Jelen esetben ez:

$$T(x_H, x_K) = x_H^2 + x_K^2 - 25 = 0 \quad (7)$$

Differenciáljuk teljesen a (6)-ot!

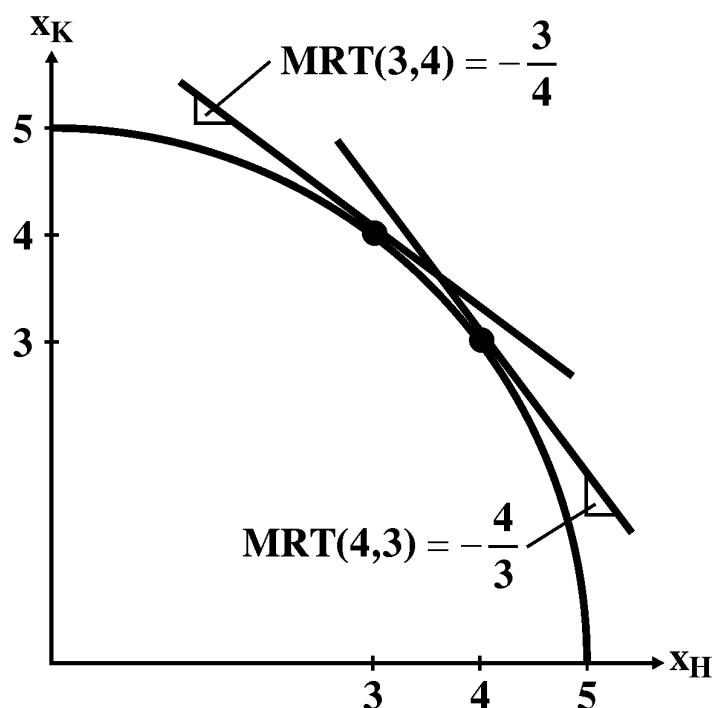
$$\frac{\partial T(x_H, x_K)}{\partial x_H} dx_H + \frac{\partial T(x_H, x_K)}{\partial x_K} dx_K = 0. \quad (7)$$

Ezen a módon meghatározhatjuk a transzformációs határányt:

$$MRT = \frac{dx_K}{dx_H} = -\frac{\partial T / \partial x_H}{\partial T / \partial x_K}. \quad (8)$$

(7) függvényre konkretizálva:

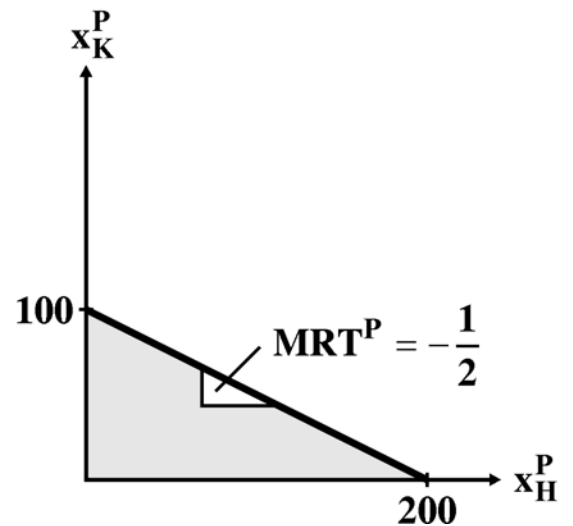
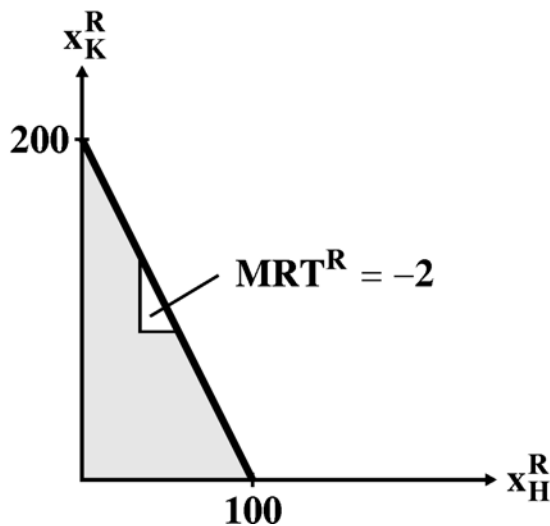
$$MRT = -\frac{2x_H}{2x_K} = -\frac{x_H}{x_K}. \quad (9)$$



23.14

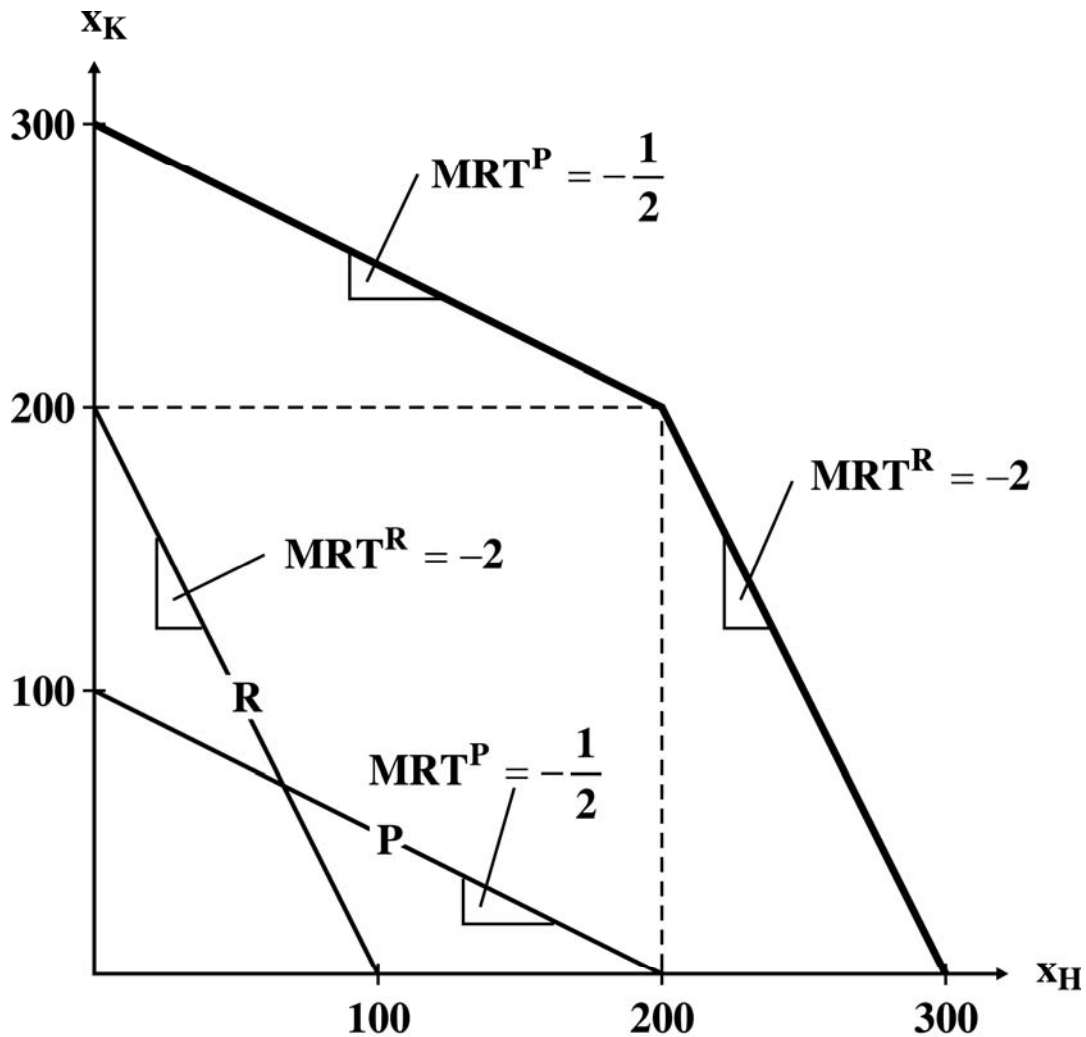
Komparatív előny

	Robinson	Péntek
termelési függvények:	$x_H^R = 10h_H^R$ $x_K^R = 20h_K^R$	$x_H^P = 20h_H^P$ $x_K^P = 10h_K^P$
erőforráskorlát:	$h_H^R + h_K^R = 10$	$h_H^P + h_K^P = 10$
termelési lehetőségek halmaza:	$\begin{cases} 2x_H^R + x_K^R \leq 200 \\ x_H^R \geq 0; x_K^R \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_H^P + 2x_K^P \leq 200 \\ x_H^P \geq 0; x_K^P \geq 0 \end{cases}$
termelési lehetőségek határa:	$x_K^R = 200 - 2x_H^R$	$x_K^P = 100 - \frac{1}{2}x_H^P$
transzformációs határány:	$MRT^R = \frac{dx_K^R}{dx_H^R} = -2$	$MRT^P = -\frac{dx_K^P}{dx_H^P} = -\frac{1}{2}$

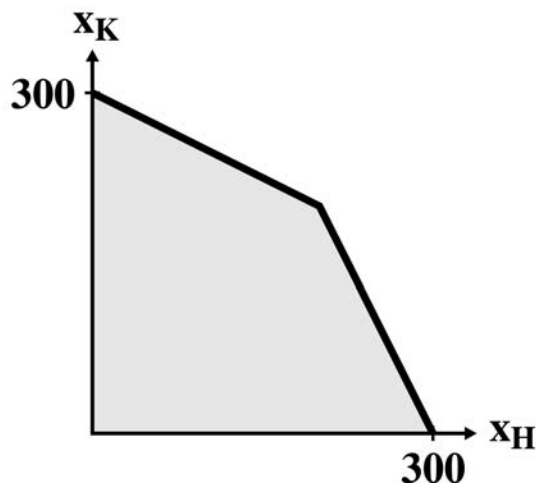


23.15

Együttes termelési lehetőségek halmaza



$$ETL = \begin{cases} x_K + \frac{1}{2}x_H \leq 300, & \text{ha } 0 \leq x_H \leq 200 \\ x_K + 2x_H \leq 600, & \text{ha } 200 \leq x_H \leq 300 \end{cases}$$



23.16

Pareto-hatékonyság

Egy Pareto-hatékony elosztásban minden személy hasznossága a többiek adott hasznossági szintje mellett maximális (nem megy a többiek rovására).

Egy Pareto-hatékony állapot elérésekor továbbá tekintettel kell lenni a termelés technológiai lehetőségeire is, melyet a társadalom rendelkezésére álló termelési lehetőségek halmaza (pontosabban: annak határfelülete) testesít meg.

Egy Pareto-hatékony állapotnak, végül, megvalósíthatónak kell lennie: azaz a szereplők összfogyasztása nem lehet több annál, amit megtermeltek.

Kétszemélyes esetben a maximalizálási feladat így fest:

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} u_A(x_A^1, x_A^2) \quad (1)$$

$$\text{kf-k: } \begin{cases} u_B(x_B^1, x_B^2) = \tilde{u}_B & (2) \\ T(x^1, x^2) = 0 & (3) \\ x^i = x_A^i + x_B^i, \quad i = 1, 2 & (4) \end{cases}$$

A feladathoz tartozó Lagrange-függvény

$$\begin{aligned} L = & u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \tilde{u}_B) \\ & - \mu(T(x_A^1 + x_B^1, x_A^2 + x_B^2) - 0) \end{aligned} \quad (5)$$

23.16 Pareto-hatékonyság (folytatás)

A négy döntési változóhoz tartozó elsőrendű feltétel:

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu \frac{\partial T}{\partial x^1} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu \frac{\partial T}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

$$-\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu \frac{\partial T}{\partial x^1} = 0 \quad (8)$$

$$-\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu \frac{\partial T}{\partial x^2} = 0 \quad (9)$$

Átrendezve és a (6)-os egyenletet a (7)-tel, a (8)-as egyenletet pedig a (9)-cel elosztva, az alábbi két egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\partial T / \partial x^1}{\partial T / \partial x^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\partial T / \partial x^1}{\partial T / \partial x^2} \quad (11)$$

Mivel (10) és (11) nem más mint:

$$MRS_A = MRT \quad (10')$$

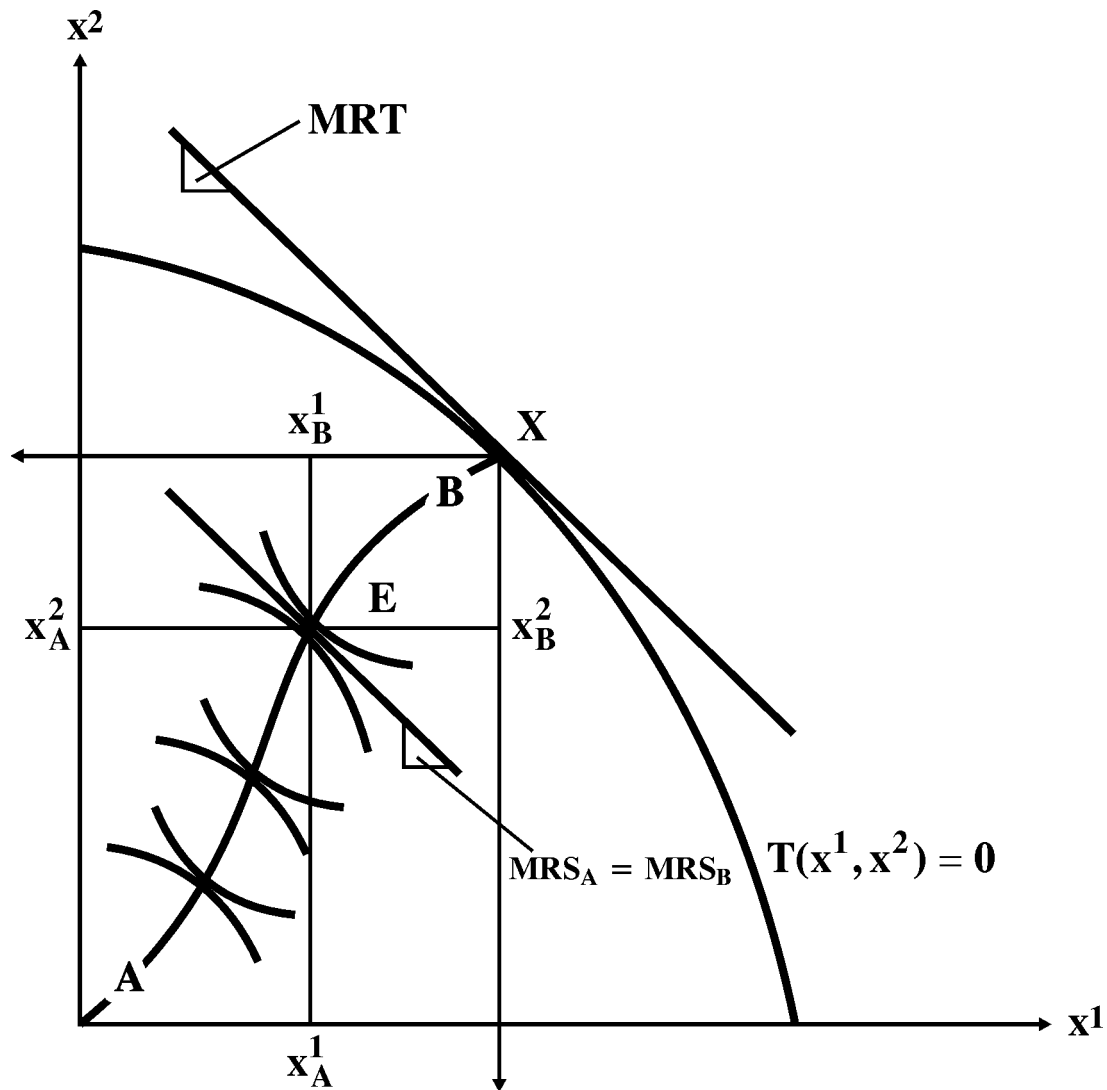
$$MRS_B = MRT \quad (11')$$

A Pareto-hatékonyság feltétele termelés jelenlétében így fogalmazható meg:

$$MRS_A = MRS_B = MRT \quad (12)$$

23.17

Termelés és az Edgeworth-négyszög (Pareto-hatékonysági feltétel: $MRS_A = MRS_B = MRT$)



$$x_A^1 + x_B^1 = x^1,$$

$$x_A^2 + x_B^2 = x^2,$$

23.18

A Hajótörött Rt. profitmaximalizálási feladata algebrailag

- x_H : a hal mennyisége ; ára = p_H
 x_K : a kókuszdió mennyisége ; ára = p_K
 h_H : halászatra fordított munkaórák száma
 h_K : kókuszdiószedésre fordított munkaórák száma
 w_H, w_K : a halászati, illetve kókuszdiószedő munka órabére
(Mindenki arra specializálódik, amiben jobb: Robinson kókuszt szed, Péntek halászik.)
 L^* : a termelés teljes költsége
 $L^* = w_H h_H^* + w_K h_K^*$, ahol h_H^* és h_K^* az optimális tényezőfelhasználások értékei

A vállalat profitját maximalizálja, tekintetbe véve a termelés technológiai lehetőségeit. Algebrailag:

$$\max_{x_H, x_K} \pi = p_H x_H + p_K x_K - L^* \quad (1)$$

$$\text{kf : } T(x_H, x_K) = 0 \quad (2)$$

A Lagrange-feladat:

$$L = p_H x_H + p_K x_K - L^* - \lambda(T(x_H, x_K) - 0) \quad (3)$$

23.18

A Hajótörött Rt. profitmaximalizálási feladata algebrailag (folytatás)

ERF:

$$p_H = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_H} \quad (4)$$

$$p_K = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_K} \quad (5)$$

$$T(x_H, x_K) = 0 \quad (6)$$

(4)-et (5)-tel elosztva, megkapjuk az ismert érintőfeltételt:

$$\frac{p_H}{p_K} = \frac{\partial T / \partial x_H}{\partial T / \partial x_K}. \quad (7)$$

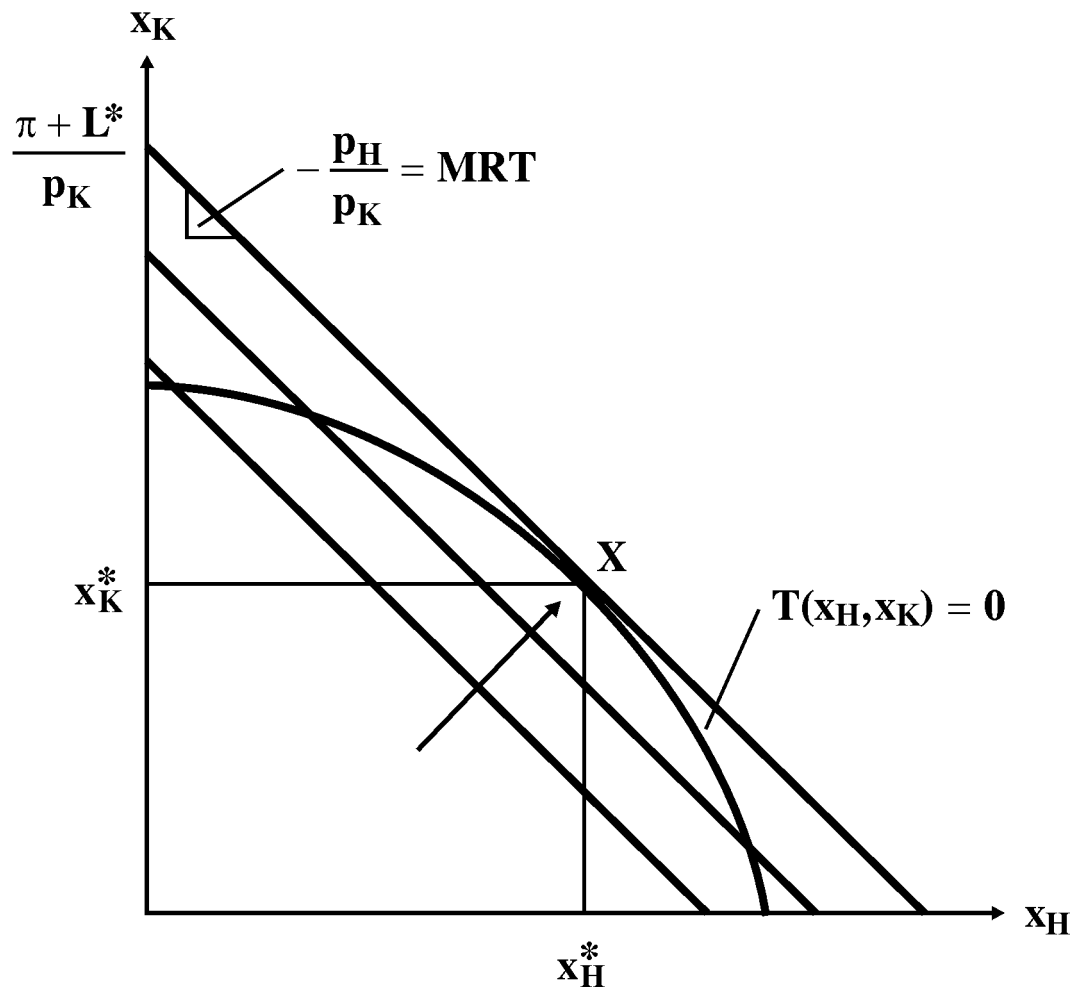
Mivel a jobboldal éppen a transzformációs határráta ($-dx_K / dx_H = -MRT$) mínusz egyszerese, így a profitmaximumban igaz, hogy:

$$-\frac{p_H}{p_K} = MRT. \quad (8)$$

23.19

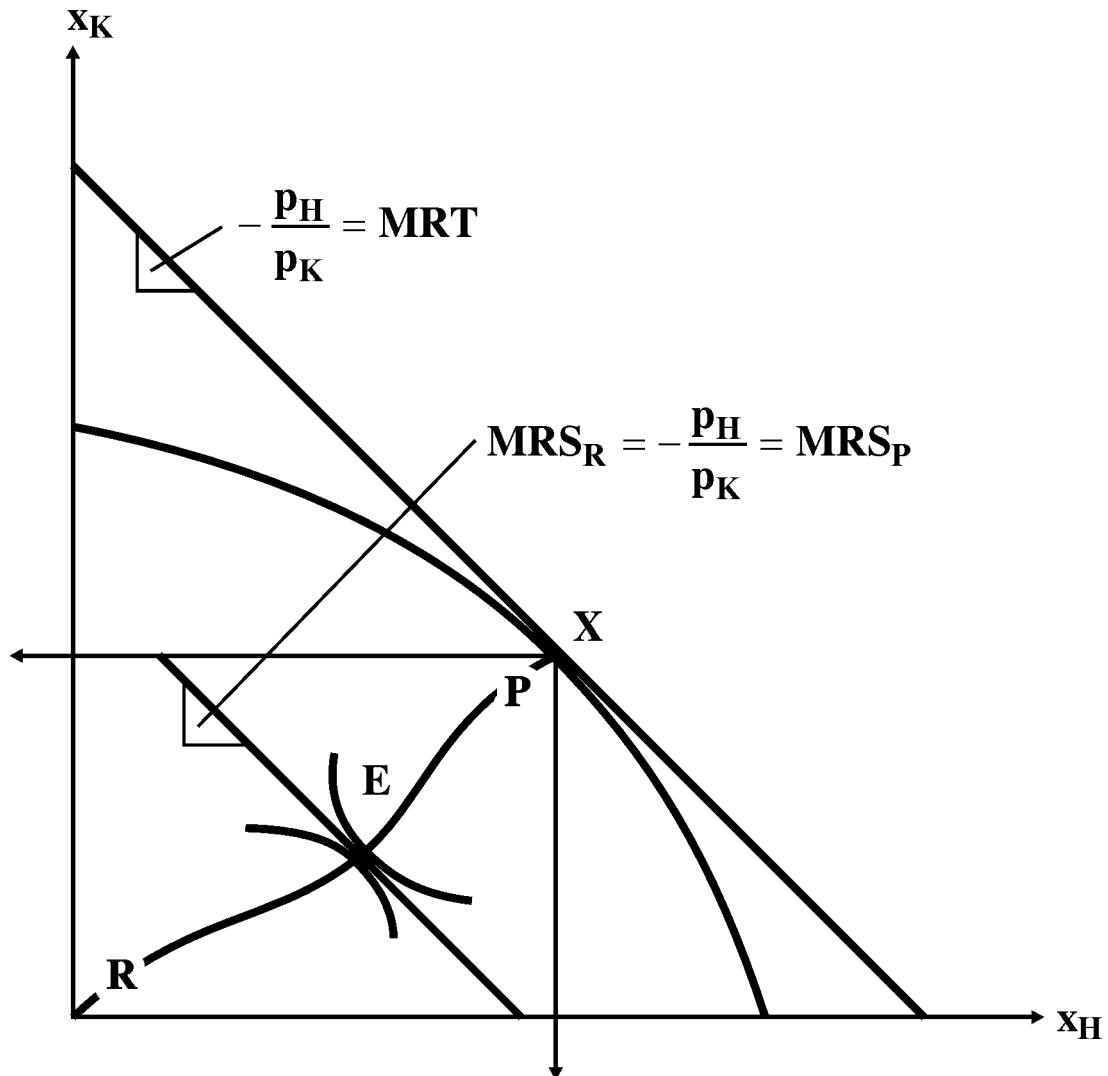
A Hajótörött Rt. profitmaximalizálási feladata grafikusán

$$x_K = \frac{\pi + L^*}{p_K} - \frac{p_H}{p_K} x_H$$



23.20

A termelés és fogyasztás általános egyensúlya



23.21

Az első jóléti tétel

Mivel az egyensúlyban:

$$-\frac{p_H}{p_K} = MRT, \quad (1)$$

és

$$MRS_R = -\frac{p_H}{p_K} = MRS_P, \quad (2)$$

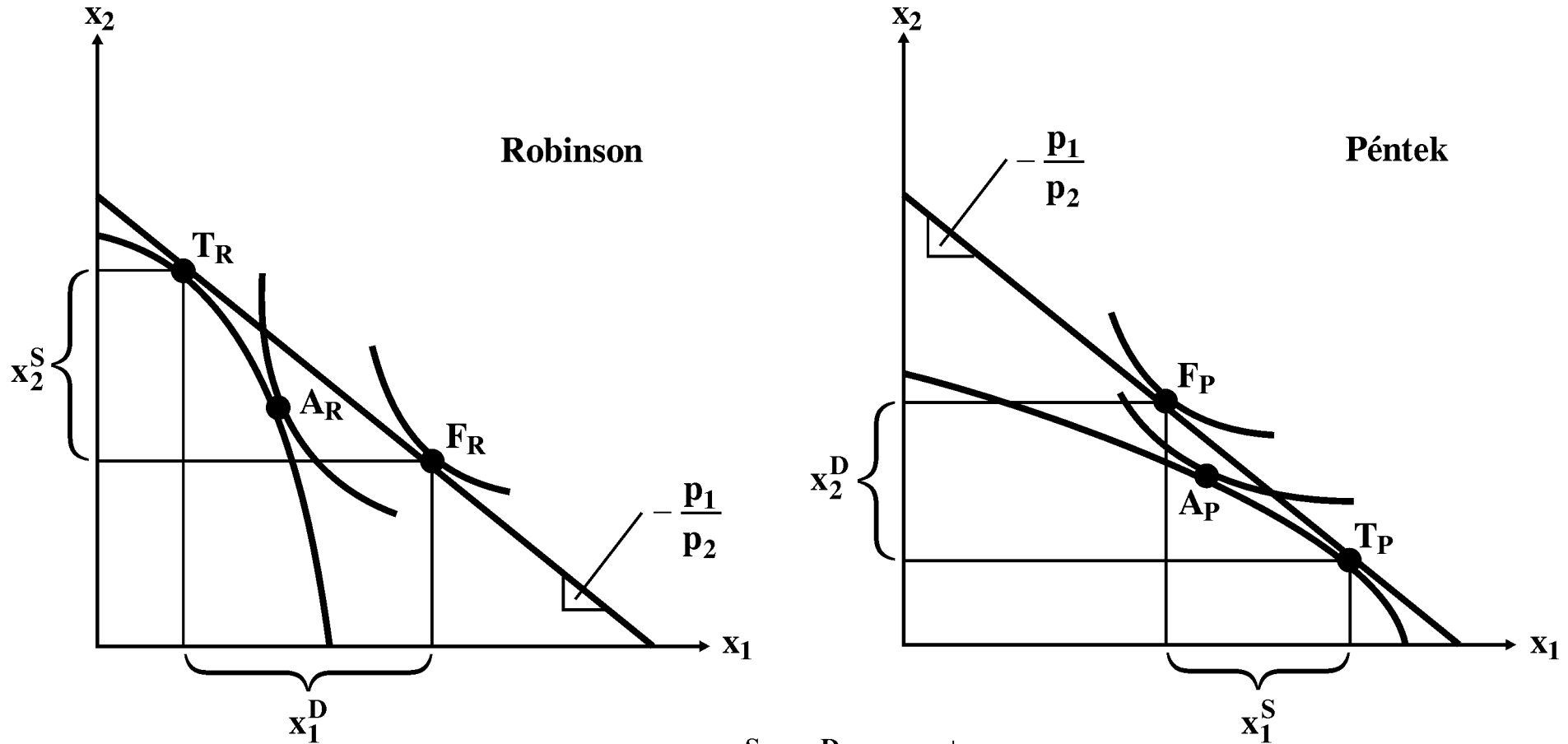
így igaz az, hogy:

$$MRS_R = MRS_P = MRT. \quad (3)$$

Vagyis a versenyzői egyensúly Pareto-hatékony állapotot eredményez.

23.22

A kereskedelem előnyei és az árak egyensúlyteremtő szerepe

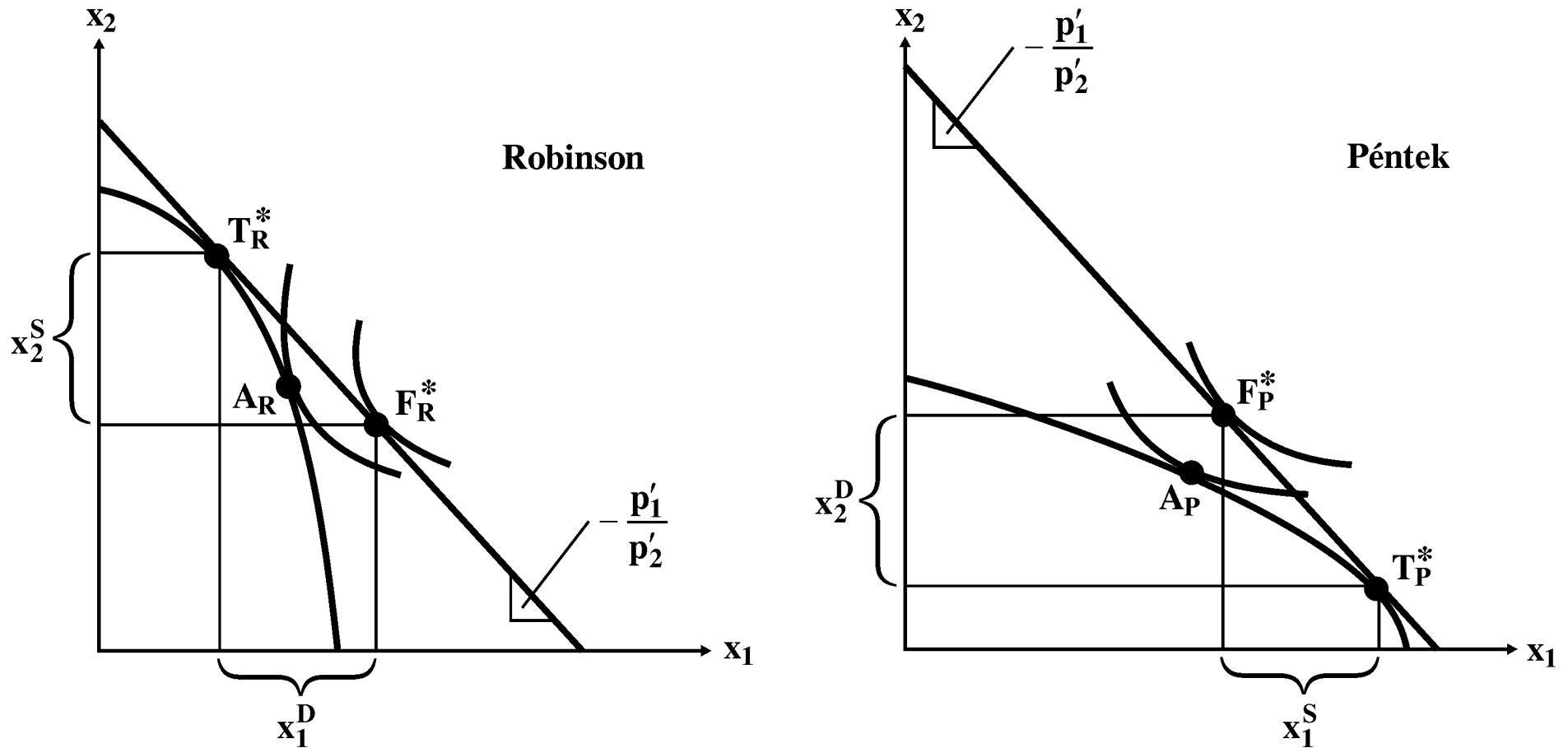


$$x_2^S > x_2^D \Rightarrow p_2 \downarrow$$

$$x_1^S < x_1^D \Rightarrow p_1 \uparrow$$

23.23

A kereskedelem előnyei és az árak egyensúlyteremtő szerepe



$$\frac{p_1}{p_2} < \frac{p_1'}{p_2'} : \begin{cases} x_2^S = x_2^D \\ x_1^S = x_1^D \end{cases}$$