

18. előadás

**ÁLLANDÓ KÖLTSÉGEK
ÉS A KÖLTSÉGGÖRBÉK**

Kertesi Gábor – Világi Balázs

18.1 Bevezető

- A vállalati technológiák sajátosságainak vizsgálatát egy igen fontos elemzési eszköz, a költséggörbe segítségével végezzük el. Mint az előző előadás végén említettük, a költséggörbe nem más, mint egy egyszerűsített költségfüggvény, melyben a w_1 és w_2 inputárakat rögzítettük, és csak az outputot (y -t) változtatjuk. Vagyis $c(y)$ költséggörbe nem más, mint $c(y) = c(y | w_1 = \tilde{w}_1, w_2 = \tilde{w}_2)$. Más szóval: a költség csak a kibocsátási szint függvénye.

18.2 Állandó költségek

- Az eddigiekben azzal a ki nem mondott feltevessel éltünk, hogy a $c(w_1, w_2, y)$ költségfüggvényhez tartozó $c(y)$ költséggörbe – $c(y) = c(y | w_1 = \tilde{w}_1, w_2 = \tilde{w}_2)$ – az origóból indul, azaz zérus értékű kibocsátáshoz zérus költség tartozik.

18.1 fólia

- A valóságban azonban a legtöbb technológiánál ez nincs így. Egy helyi vezetékes telefonszolgáltatónak minden egyes beszélgetés csak minimális pótlólagos költséggel jár: némi elektromos áramot igényel, meg néhány karbantartó készenlétben tartását, akik elhárítják az esetleges üzemzavarokat. Viszont mindaddig be sem indulhat a szolgáltatás, amíg fel nem épül egy megfelelő telefonközpont, és ki nem húzzák a vezetékeket. Mindezt már *azelőtt* ki kell építeni a szolgáltatónak, hogy akár csak egyetlen másodpercnyi beszélgetés lezajlana. Ha a beszélgetések összidejét méri az y , akkor már $y=0$ esetén is jelentős költségek terhelik a szolgáltatást nyújtó vállalatot.
- Egy városi metróvonal beindításához költséges alagút fúrása szükséges még jóval a közlekedési szolgáltatás beindítása előtt. De még a legegyszerűbb kisvállalkozások beindítása esetén sem lehet elkerülni bizonyos előzetes ráfordításokat. Ha mást nem, akkor a cégbejegyzés költségeit.
- Összefoglalva: a legtöbb termelési technológia működtetésének szükséges feltétele a termelés volumenétől, azaz az *output nagyságától független ráfordítások* megléte. Ezeket a ráfordításokat *állandó* vagy *fix költségnek* fogjuk nevezni. Algebrailag ezt úgy fejezzük ki, hogy a költségfüggvényt két komponensre bontjuk:

18.2 fólia

- Az output alakulásától független részt *állandó* ($F(w_1, w_2)$), az output alakulásától függő részt pedig – a korábbi elnevezésekkel összhangban – *változó* költségnek ($c_v(w_1, w_2, y)$) fogjuk nevezni. A két komponens összegére – a félreértések elkerülése érdekében – mint *teljes* költségre fogunk hivatkozni. A változó költség szimbólumához tartozó kis v index különbözteti meg őt a teljes költségtől. Ha az

inputárakat rögzítettnek tekintjük, akkor a szokásos módon ábrázolhatjuk a költséggörbéket: a változó költség-görbét és a teljes költséggörbét.

18.3 fólia

- Rögzített inputárak esetén az állandó költség F konstanssá egyszerűsödik. A teljes költséggörbe ábrája annyiban tér el az eddig megszokottól, hogy a költséggörbe nem az origóból indul, hanem F egységgel el van tolva a függőleges tengely mentén.
- Az állandó költségek megléte nagyban befolyásolja egy adott technológia hozadéki viszonyait. Tegyük fel, hogy a technológiának a változó költségekkel összefüggő része állandó mérethozadékú. Ilyen például a telefon- vagy a metrószolgáltatás. Elég tág határok között kétszer annyi beszélgetés vagy kétszer annyi metrókocsi közlekedtetése kétszer annyi változó költséggel jár. Mint az előző órán láttuk, ilyen esetben a változó költség-görbét egy origóból induló félegyenes reprezentálja, azaz: $c(y) = ay$. Ábrázoljuk a teljes költséggörbét, azaz toljuk el fix költség mértékével a függőleges tengely mentén a félegyeneset.

18.4 fólia

- Ha a teljes költséggörbe tetszőleges pontját összekötjük az origóval, akkor láthatjuk, hogy az átlagköltség mindvégig csökkenő, vagyis a technológia növekvő hozadékú, jöllehet a változó költséghez tartozó résztechnológia állandó hozadékú volt. Tehát, ha egy állandó mérethozadékú technológiát fix költséggel párosítunk, akkor növekvő mérethozadékhöz jutunk.
- Az állandó költség megléte még a csökkenő mérethozadékú technológiát is képes, bizonyos határok között, növekvő hozadékvá transzformálni. Tekintsük a következő ábrát, ahol a változó költség-görbéhez tartozó technológia csökkenő hozadékú. Ehhez társul F fix költség.

18.5 fólia

- A teljes költséggörbe alapján látható, hogy például az y_1 pont környezetében a fix költség hatására a technológia növekvő hozadékvá válik: az összköltség az output növekedésénél lassabb ütemben nő, s így az átlagköltség csökken. Az y_2 pontban azonban, ahol az állandó költség hatása már jóval kevésbé érezhető, a technológia továbbra is csökkenő hozadékú marad: az output növekedését már egy azt meghaladó mértékű költségnövekedés kíséri: az átlagköltség nő. Későbbi tanulmányaink során még találkozni fogunk a természetes monopóliumok, illetve a természetes monopóliumok szabályozásának problémájával. Az ott felmerülő problémák egy része éppen a magas állandó költségekre és a velük összefüggő növekvő hozadékokra vezethető vissza.
- Az **állandó költségeket** tovább bonthatjuk **visszatérülő** (recoverable costs) és **vissza nem térülő** (sunk costs) **költségekre**. A visszatérülő költségek az állandó költségek azon részei, amelyeket a vállalkozás leállítása esetén vissza tudunk nyerni. A vissza nem térülő költségeket a vállalkozás beszüntetése után nem áll módunkban visszanyerni. Az állandó költségekhez hasonlóak a **majdnem állandó**

(quasi-fixed costs) **költségek**. Ezeknek a nagysága is független a kibocsátás nagyságától, de csak pozitív kibocsátás mellett merülnek fel. Hosszú távon – a hosszú táv definíciójából adódóan – nincsenek állandó költségek. Ennek ellenére a majdnem állandó költségek hosszú távon is felmerülhetnek. Ha egy meghatározott összeget ki kell fizetni, mielőtt bármi kibocsátás történt volna, akkor jelen vannak a majdnem állandó költségek.

18.3 A költséggörbék és tulajdonságai

- A továbbiakban az inputárakat rögzítettnek tekintjük, és csak az output (y) változásának hatásait vizsgáljuk a költségekre. A költségfüggvény helyett a *költséggörbére* (és annak geometriai tulajdonságaira) összpontosítunk. Az eddigiek során már találkoztunk a határ-, illetve az átlagköltséggörbék fogalmával. Most e görbék tulajdonságait vesszük alaposabban szemügyre. A költséggörbék diszkussziója során nagy figyelmet fordítunk az állandó költségek szerepére. Lássuk mindenekelőtt a mikroelméletben leginkább használatos költséggörbék definícióját!

18.6 fólia

- A határköltséggörbét egyaránt megkaphatjuk a teljesköltséggörbéből vagy a változó-költség-görbéből, hiszen ez utóbbi az előbbitől éppen csak egy konstansban különbözik. A konstans deriváltja pedig – mint ismeretes – nullával egyenlő.
- A következőekben összefoglaljuk e költséggörbék fontosabb matematikai tulajdonságait:

18.7 fólia

- Fogalmazzuk meg szóban is e tulajdonságokat! **1.** A teljesköltséggörbe a kibocsátás teljes tartományában a változó-költség-görbe fölött helyezkedik el. Analóg összefüggés jellemzi az átlagköltséggörbe és az átlagos változó-költség-görbe helyzetét: az átlagköltséggörbe a kibocsátás teljes tartományában az átlagos változó-költség-görbe fölött helyezkedik el. **2a.** Az átlagos változó-költség-görbe, csökkenő szakaszában, a határköltséggörbe alatt, növekvő szakaszában pedig a határköltséggörbe felett helyezkedik el. A határköltséggörbe az átlagos változó-költség-görbe szélsőértékénél (annak minimumpontjában) metszi el azt. **2b.** Hasonló összefüggések jellemzik az átlag- és a határköltséggörbe helyzetét. Az átlagköltséggörbe, csökkenő szakaszában, a határköltséggörbe alatt, növekvő szakaszában pedig a határköltséggörbe felett helyezkedik el. A határköltséggörbe az átlagköltséggörbe szélsőértékénél (annak minimumpontjában) metszi el azt. **3a.** Az átlagos állandó költség értéke zérus kibocsátásnál a végtelen felé, a végtelennél pedig zérus felé tart. **3b.** Zérus kibocsátásnál az átlagos változó-költség értéke megegyezik a határköltség értékével.

- Az **1.** tulajdonság bizonyítása triviális, hiszen a teljes költség-görbe és változó költség-görbe közötti különbség, definíció szerint, éppen az állandó költség.
- A **2a.** tulajdonság az analízis segítségével könnyen belátható: ha $AVC(y)$ csökkenő, akkor akkor a deriváltja kisebb vagy egyenlő nullával, vagyis formálisan:

18.8 fólia

- Természetesen az ellenkező irányú egyenlőtlenséget hasonló módon lehet bizonyítani, és a szélsőérték esetén fennálló egyenlőséget is.

18.9 fólia

- A **2b.** tulajdonság ugyanezeket a tulajdonságokat fogalmazza meg az átlagköltség-görbére vonatkozóan. A bizonyítás is hasonló, azzal a különbséggel, hogy a változó költség-görbe ($c_v(y)$) helyére a teljes költség-görbét ($c(y)$ -t) írjuk, valamint felhasználjuk azt, hogy $c(y)$ deriváltja éppen $MC(y)$ -vel egyenlő.

18.10 fólia

- Az átlagos állandó költség-görbe tulajdonságainak (**3a.**) bizonyítása megint csak nagyon egyszerű:

18.11 fólia

- A **3b.** tulajdonságot, mely kimondja, hogy az átlagos változó- költség-görbe és a határköltség-görbe zérus kibocsátás esetén ugyanazt az értéket veszi fel, a l'Hôpital -szabály segítségével láthatjuk be.
- A következő ábrán összefoglaljuk, hogy egy tipikus technológia esetén a fentebb ismertett tulajdonságok milyen költség-görbéknek eredményeznek.

18.12 fólia

- Az **1.** tulajdonság következménye, hogy az átlagköltség-görbe az átlagos változó költség-görbe felett található. A **3a.** tulajdonság következményeként simul hozzá az AC görbe az AVC -hez, ahogy y a végtelenbe tart. A **3a.** tulajdonság következménye az is, hogy az AC görbe a végtelenbe tart, ha y a nullához közelít. Az, hogy az MC és az AVC görbe az $y=0$ pontban ugyanott metszi a függőleges tengelyt, az a **3b.** tulajdonságból adódik. Végül az, hogy az MC görbe a minimumértékénél metszi az AVC , illetve az AC görbét, az a **2a.** és a **2b.** tulajdonságok következménye.
- Az átlagköltség-görbék alakja szoros kapcsolatban áll a technológia hozadéki viszonyaival. Mint tudjuk egy mindenütt állandó mérethozadékú technológiát a $c(y) = ay$ alakú függvény reprezentálja. Ebből adódik, hogy a hozzá tartozó átlagköltségfüggvény konstans: $AC(y) = c(y)/y = a$. A következő ábra egy

állandó, egy növekvő és egy csökkenő mérethozadékú technológiához tartozó költséggörbét és átlagköltséggörbét mutat, illetve egy olyan esetet, ahol technológia először növekvő, majd csökkenő hozadékú.

18.13 fólia

- Az ábrán látható, hogy az először növekvő, majd csökkenő mérethozadékú technológia következménye az U -alakú átlagköltséggörbe.

18.14 fólia

- Az átlagköltséggörbék segítségével ismét szemléltethetjük azt az összefüggést, hogy az állandó költség jelenléte kezdetben növekvő hozadékhoz vezet. Képzeljük el, hogy a változó-költség-görbénk ($c_v(y)$) csökkenő hozadékú résztechnológiát képvisel. Az AVC görbe ilyenkor monoton növekvő. Ha állandó költségek is vannak, akkor az AC görbe az AFC és AVC görbe összege lesz. Minthogy azonban – a **3a.** tulajdonság következtében – az AFC értéke a végtelenben elhanyagolható, nullában viszont végtelen nagy, az AC görbe U -alakú lesz, bár az AVC nem volt az, amint azt a 18.14. ábra szemlélteti.
- Ennek a résznek a lezárásaként tekintsük a költséggörbéknek egy újabb, az előbbieknél talán kevésbé fontos, de hasznos tulajdonságát!

18.15 fólia

- Ez az állítás nem mond egyebet, mint, hogy a változó-költség-görbe értéke \tilde{y} -ban megegyezik a határköltséggörbe alatti területtel a $[0, \tilde{y}]$ intervallum fölött.

18.4 Rövid és hosszú távú költségek

- A termelési folyamat során többnyire nem azonos nehézség árán lehet változtatni a különböző termelési tényezők felhasználását. A piac igényeinek megfelelően elég szabadon változtatható bizonyos forgóeszközök vagy a felhasznált üzemanyag mennyisége. A munkafelhasználás mértéke már nehezebben változtatható, hiszen időbe telik, míg az adott feladathoz megtalálják a megfelelő embert, illetve amíg az újonnan felvett embert betanítják a megfelelő feladatra. Az elbocsátásokat pedig a különböző munkajogi szabályok teszik nehézkesé.¹
- A munkaerőnél is nehezebben változtatható a speciális, nagy értékű gépek és berendezések felhasználása. E berendezések beszerzését gyakorta hosszas elemzés, esetleg versenytárgyalás előzi meg. Még ennél is hosszabb időt vesz igénybe a gyárépületek kiépítése, átalakítása vagy bővítése.

¹ Természetesen nagy különbségek vannak a különböző minőségű munkafajták között. Kvalifikálatlan mezőgazdasági idénymunkára nem nehéz megfelelő embert találni, és mivel az ilyen munkaerő gyakran feketén van foglalkoztatva, megszabadulni sem nehéz tőle. Egy megfelelő vállalatvezetőt találni viszont nem egyszerű feladat, tőle megszabadulni pedig szintén nehézkes, ha másért nem, a végkielégítések miatt.

- Közgazdasági szempontból a különböző időtávok megkülönböztetése azon múlik, hogy az inputtényezők közül melyek milyen időtáv alatt változtathatók. Nagyon rövid távon elképzelhető, hogy minden tényező mennyisége rögzített, vagy csak nagyon kevés tényező van, ami változtatható. Nagyon hosszú távon valamennyi tényező felhasználása változtatható: évek alatt a legnagyobb gyárat is fel lehet építeni. Hogy adott esetben pontosan mi számít rövid vagy hosszú, esetleg középtávnak, az minden esetben a konkrét technológiától függ, és a vizsgálódás célja szabja meg, hogy milyen időtávokat érdemes megkülönböztetnünk.
- Mivel mi általában kétféle inputot különböztetünk meg, ezért két időtávot, egy rövid és egy hosszú távot fogunk megkülönböztetni. Rövid távon azt értjük, amikor az egyik input mennyisége rögzített, a másiké szabadon változtatható, hosszú távon pedig azt, hogy mindkét input mennyisége szabadon változtatható. Hosszú távon emellett még azt is feltehetjük, hogy az állandó költségek sem rögzítettek. Hosszú távon mindig fennáll a vállalat számára a lehetőség a piac elhagyására, tevékenységének felszámolására. Ilyenkor állandó költségek sincsenek.
- Vizsgáljuk meg, hogy miként viszonyulnak egymáshoz a rövid és hosszú távú költséggörbék! A hosszú távú költséggörbét a következő – már jól ismert – feladat definiálja:

18.16 fólia

- Mivel $x_1^*(y)$ és $x_2^*(y)$ az optimális költségminimalizáló megoldások, természetes, hogy ha $x_2^*(y)$ -t tetszőleges x_2 -re cseréljük, akkor az y outputhoz tartozó minimális költségnél (vagyis $c(y)$ -nál) nagyobb költséget kapunk. Az is nyilvánvaló, hogy ha x_2 éppen megegyezik $x_2^*(y)$ -nal, akkor az eredeti $c(y)$ minimális költséget kapjuk. Amennyiben definiálunk egy olyan rövid távú költségfüggvényt, amiben $x_2 = \tilde{x}_2$ rögzített, akkor az előbbiekből szükségszerűen adódik, hogy: $c(y) \leq c_s(y, \tilde{x}_2)$. Másrészt, ha létezik egy olyan y^* kibocsátási szint, ami mellett $x_2(y^*) = x_2^*$ éppen optimális megoldása lenne a hosszú távú feladatnak is, akkor $c(y^*) = c_s(y^*, x_2^*)$. Mindez azzal a következménnyel jár, hogy a rövid távú költséggörbe a hosszú távú görbe felett húzódik, és az y^* pontban érinti azt. Ez természetesen igaz a belőlük származtatott átlagköltséggörbékre is.

18.17 fólia

- Az előző ábrán jól látható, hogy a hosszú távú átlagköltséggörbe alsó burkológörbéje a különböző x_2 szintekhez tartozó rövid távú átlagköltséggörbéknek. A rövid távú átlagköltséggörbe pontosan úgy viszonyul a rövid távú határköltséggörbéhez, mint a hosszú távú átlagköltséggörbe a hosszú távú határköltséggörbéhez. Az eddig tanultak alapján mindkét esetben elmondhatjuk: a határköltséggörbék a megfelelő átlagköltséggörbék csökkenő szakaszai alatt, illetve növekvő szakaszai felett helyezkednek el, továbbá az átlagköltséggörbét azok minimumpontjaiban metszik el.
- A következő órán a költséggörbék itt megismert tulajdonságait felhasználjuk a vállalati kínálati görbe meghatározásához.

18. előadás

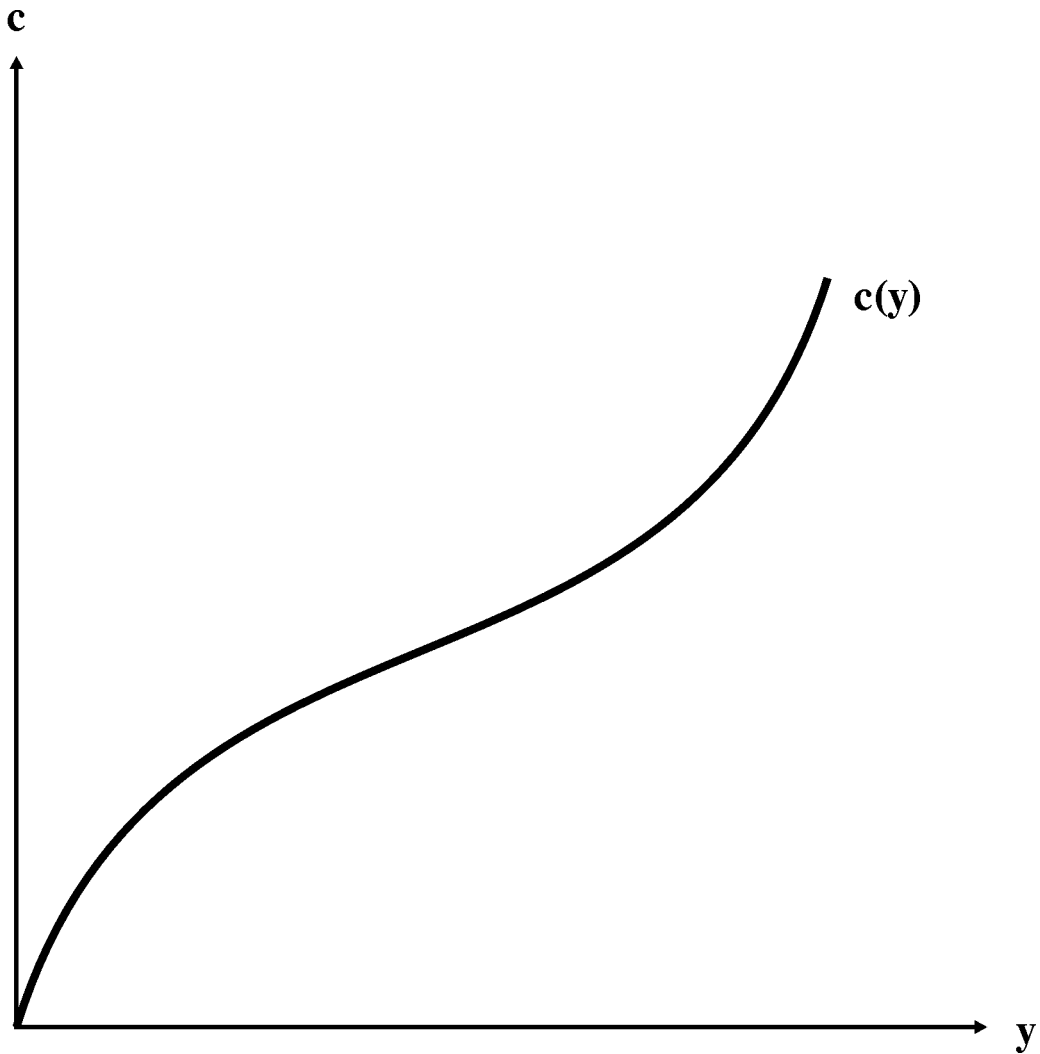
**ÁLLANDÓ KÖLTSÉGEK
ÉS A KÖLTSÉGGÖRBÉK**

MELLÉKLET

Kertesi Gábor – Világi Balázs

18.1

Origóból induló költséggörbe



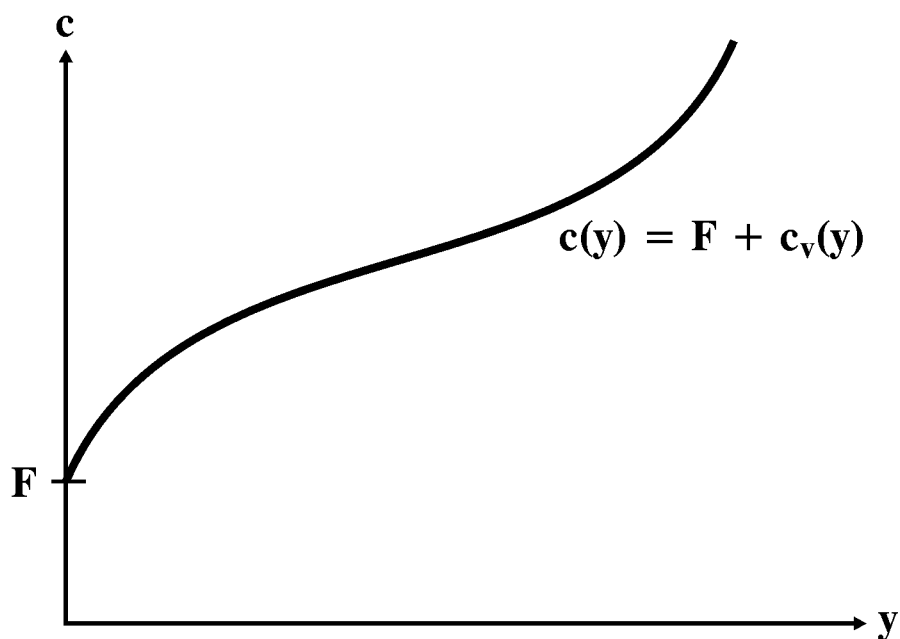
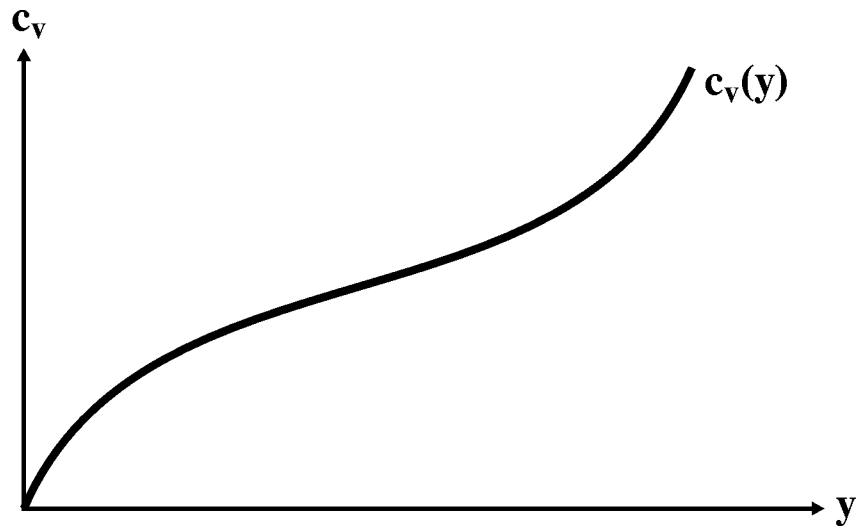
18.2

Költséggfüggvény állandó költséggel

$$c(w_1, w_2, y) = F(w_1, w_2) + c_v(w_1, w_2, y)$$

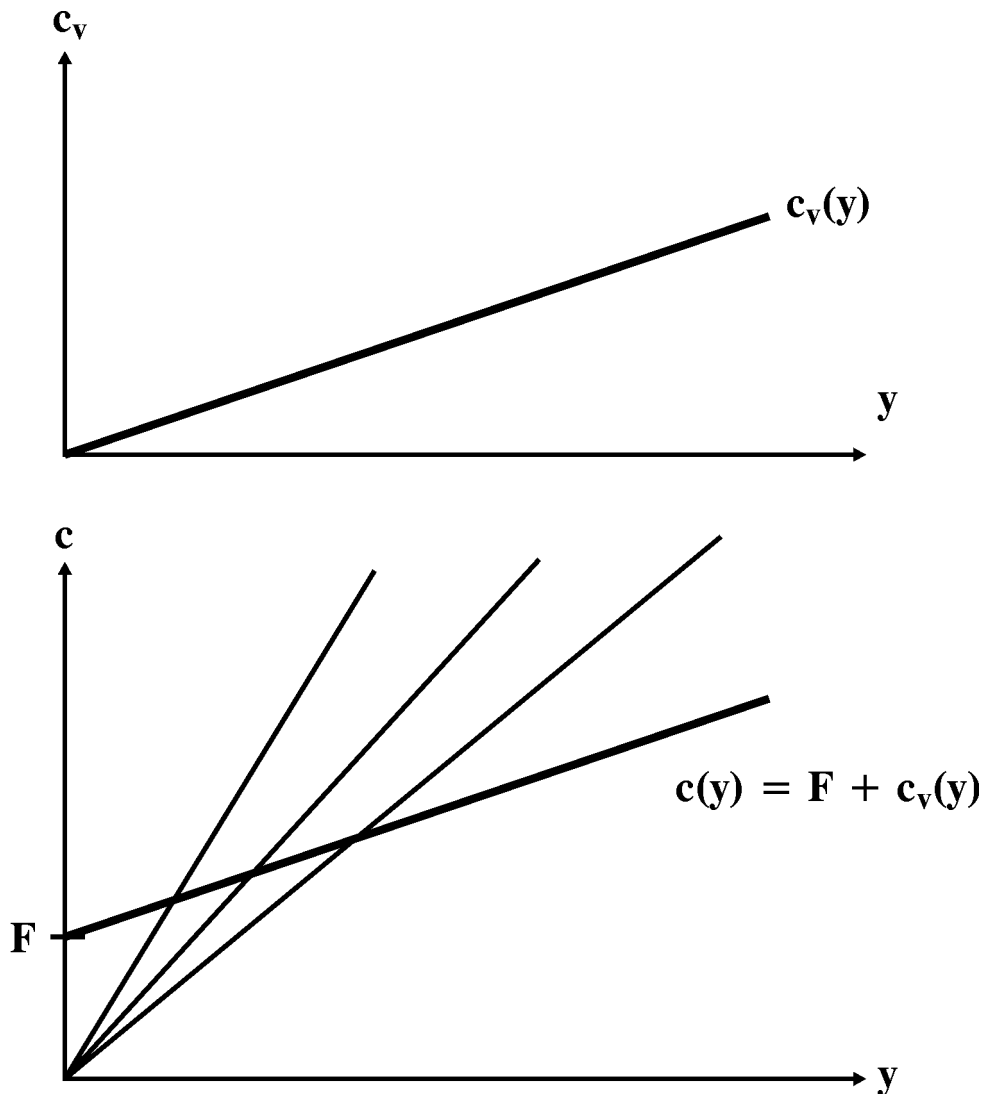
18.3

Költségfüggvény állandó költséggel



18.4

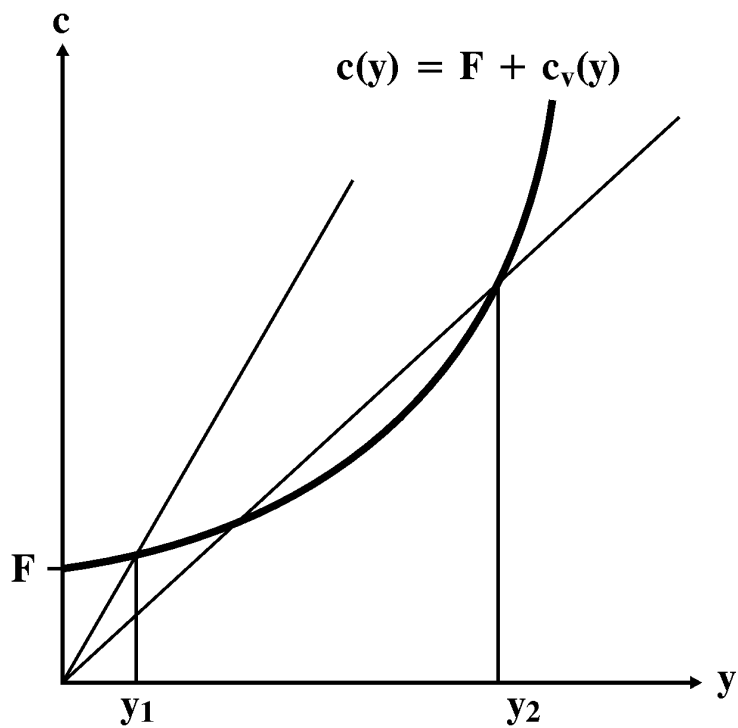
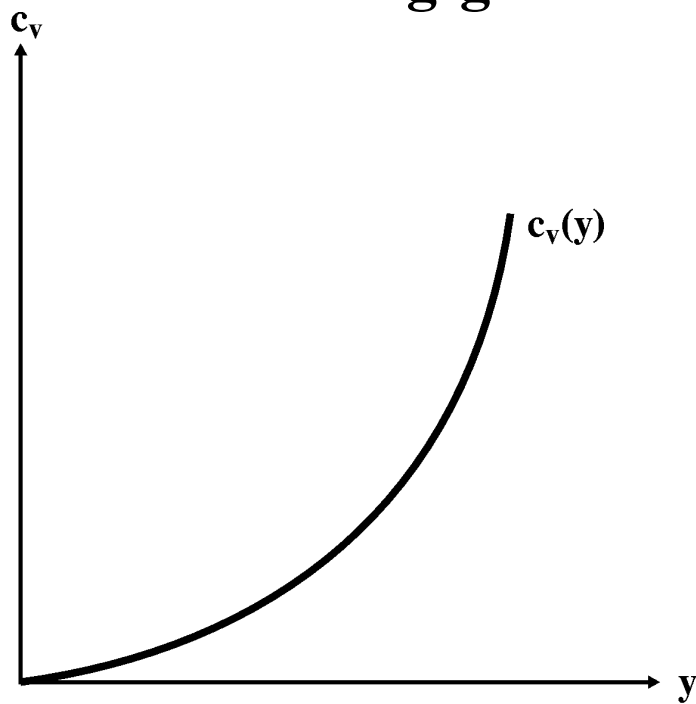
Állandó mérethozadékú változókötség-görbe



$$AC(y) = \frac{c(y)}{y} \text{ csökkenő}$$

18.5

Csökkenő mérethozadékú változókölség-görbe



$AC = \frac{c(y)}{y}$ y_1 környezetében csökkenő,
 y_2 környezetében növekvő.

18.6

A költséggörbék definíciója

Költséggörbe:

$$c(y) = F + c_v(y)$$

Átlagos változó költség-görbe:

$$AVC(y) = \frac{c_v(y)}{y}$$

Átlagos állandó költség-görbe:

$$AFC(y) = \frac{F}{y}$$

Átlag költség-görbe:

$$AC(y) = \frac{c(y)}{y} = AFC(y) + AVC(y)$$

Határ költség-görbe:

$$MC(y) = \frac{dc(y)}{dy} = \frac{dc_v(y)}{dy}$$

18.7

A költséggörbék fontosabb tulajdonságai

1	$c(y) \geq c_v(y)$ és $AC(y) \geq AVC(y)$		
2a	Ha $AVC(y)$ csökkenő	\Rightarrow	$AVC(y) \geq MC(y)$
	Ha $AVC(y)$ növekvő	\Rightarrow	$AVC(y) \leq MC(y)$
	Ha $AVC(y)$ szélsőértéket vesz fel	\Rightarrow	$AVC(y) = MC(y)$
2b	Ha $AC(y)$ csökkenő	\Rightarrow	$AC(y) \geq MC(y)$
	Ha $AC(y)$ növekvő	\Rightarrow	$AC(y) \leq MC(y)$
	Ha $AC(y)$ szélsőértéket vesz fel	\Rightarrow	$AC(y) = MC(y)$
3a	$AFC(0) = \infty$ és $AFC(\infty) = 0$		
3b	$AVC(0) = MC(0)$		

18.8

A 2a tulajdonság bizonyítása

Definíció szerint: $AVC(y) = \frac{c_v(y)}{y}$ (1)

Differenciáljuk (1)-et! Ekkor:

$$\frac{dAVC(y)}{dy} = \left[\frac{c_v(y)}{y} \right]' = \frac{c'_v(y)y - c_v(y)}{y^2} \quad (2)$$

Ha föltesszük, hogy $AVC(y)$ csökkenő, vagyis ha:

$$\frac{dAVC(y)}{dy} \leq 0, \quad (3)$$

akkor (2)-t (3)-ba helyettesítve, ezt kapjuk:

$$\frac{c'_v(y)y - c_v(y)}{y^2} \leq 0 \quad (4)$$

Szorozzuk végig (4)-et y^2 -tel, és rendezzük át!

$$c'_v(y) \leq \frac{c_v(y)}{y} = AVC(y) \quad (4')$$

18.8

A 2a tulajdonság bizonyítása (folytatás)

Definíció szerint igaz, hogy:

$$c'_v(y) = c'(y) = MC(y) \quad (5)$$

(5)-öt (4')-be helyettesítve:

$$\frac{c_v(y)}{y} \geq c'(y) \quad (4')$$

Vagyis: $AVC(y) \geq MC(y) \quad (6)$

Hasonló módon igazolható az is, ha (3):

$$\frac{dAVC(y)}{dy} \geq 0 \Rightarrow AVC(y) \leq MC(y)$$

$$\frac{dAVC(y)}{dy} = 0 \Rightarrow AVC(y) = MC(y)$$

18.9

A 2b tulajdonság bizonyítása

Definíció szerint: $AC(y) = \frac{c(y)}{y}$ (1)

Differenciáljuk (1)-et! Ekkor:

$$\frac{dAC(y)}{dy} = \left[\frac{c(y)}{y} \right]' = \frac{c'(y)y - c(y)}{y^2} \quad (2)$$

Ha föltesszük, hogy $AC(y)$ csökkenő, vagyis ha:

$$\frac{dAC(y)}{dy} \leq 0 \quad (3)$$

akkor (2)-t (3)-ba helyettesítve ezt kapjuk:

$$MC(y) = c'(y) \leq \frac{c(y)}{y} = AC(y) \quad (4)$$

Analóg módon igazolható a 2b tulajdonság többi eleme is.

18.10

A 3a tulajdonság bizonyítása

$$AFC(0) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{F}{y} = \infty$$

$$AFC(\infty) = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{F}{y} = 0$$

18.11

A 3b tulajdonság bizonyítása

$$AVC(0) = \lim_{y \rightarrow 0} AVC(y) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{c_v(y)}{y}.$$

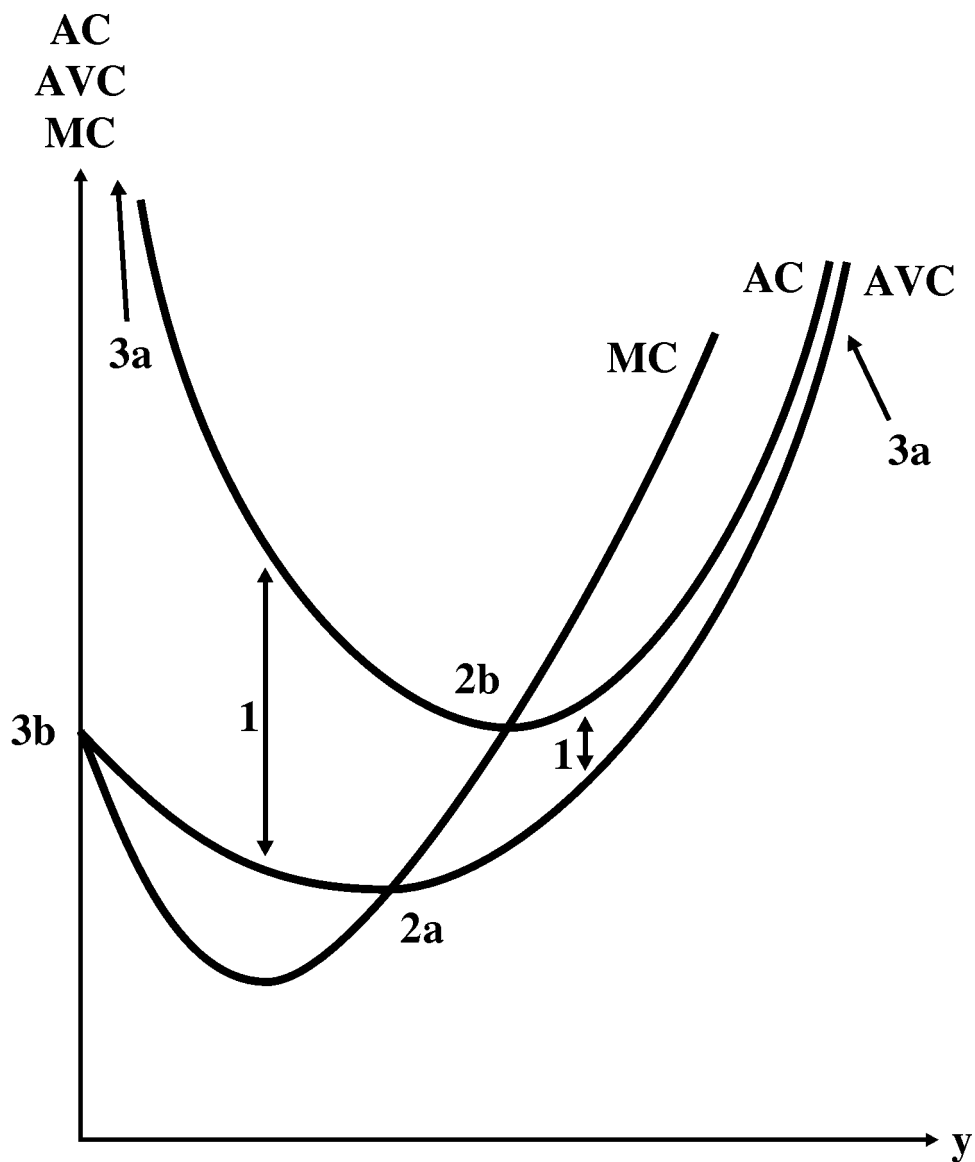
Mivel a számláló és a nevező határértéke is zérus, a l'Hospital-szabályt alkalmazzuk:

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{c_v(y)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{c'_v(y)}{(y)'} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{MC(y)}{1} = MC(0)$$

Vagyis: $AVC(0) = MC(0)$

18.12

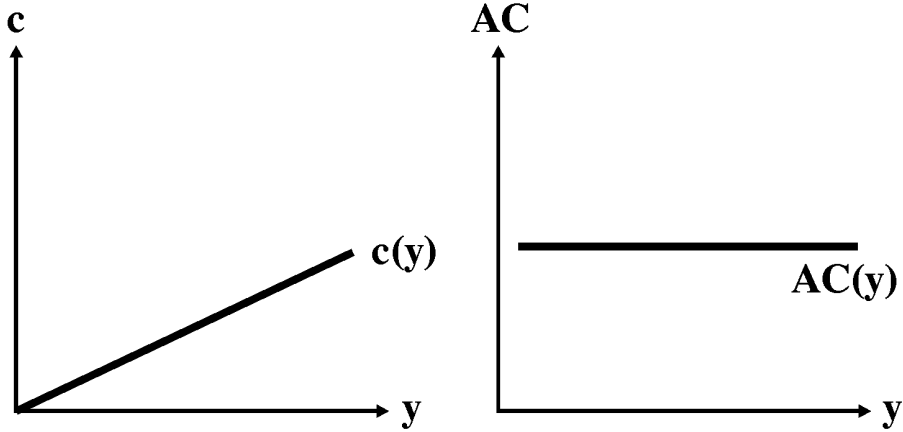
Egy tipikus technológia költséggörbéi és a tulajdonságok, melyekből a költséggörbék alakja következik



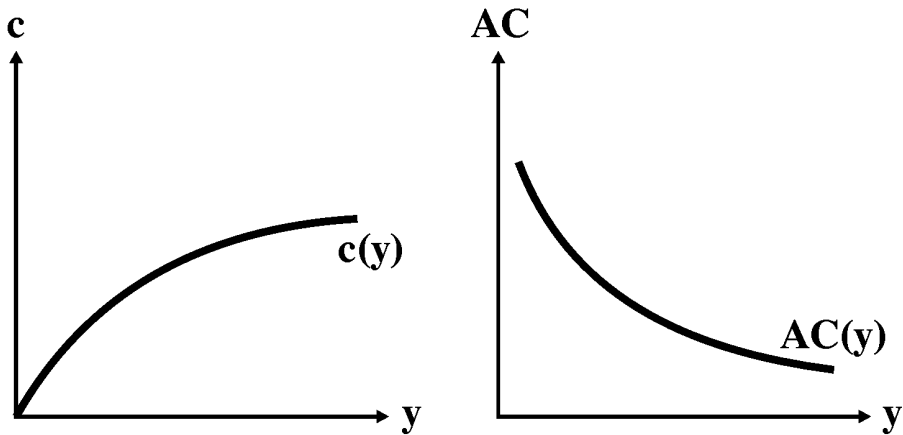
18.13/1

A különböző mérethozadékú technológiákhoz tartozó költséggörbék

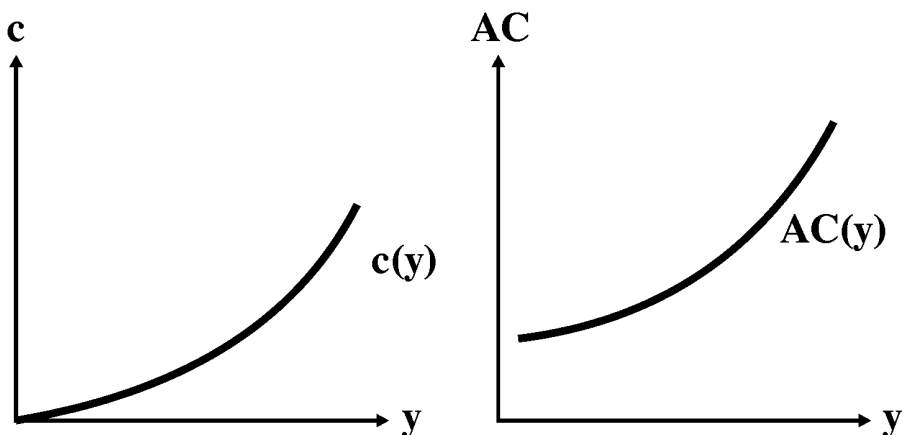
Állandó mérethozadék



Növekvő mérethozadék



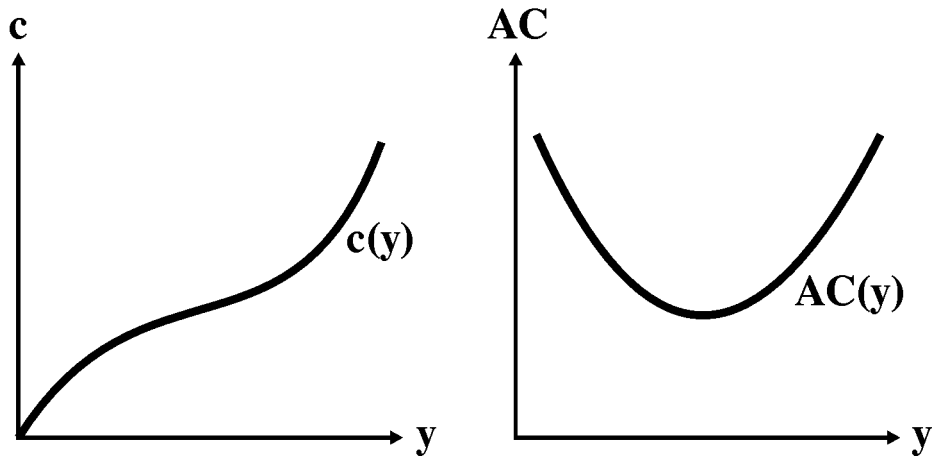
Csökkenő mérethozadék



18.13/2

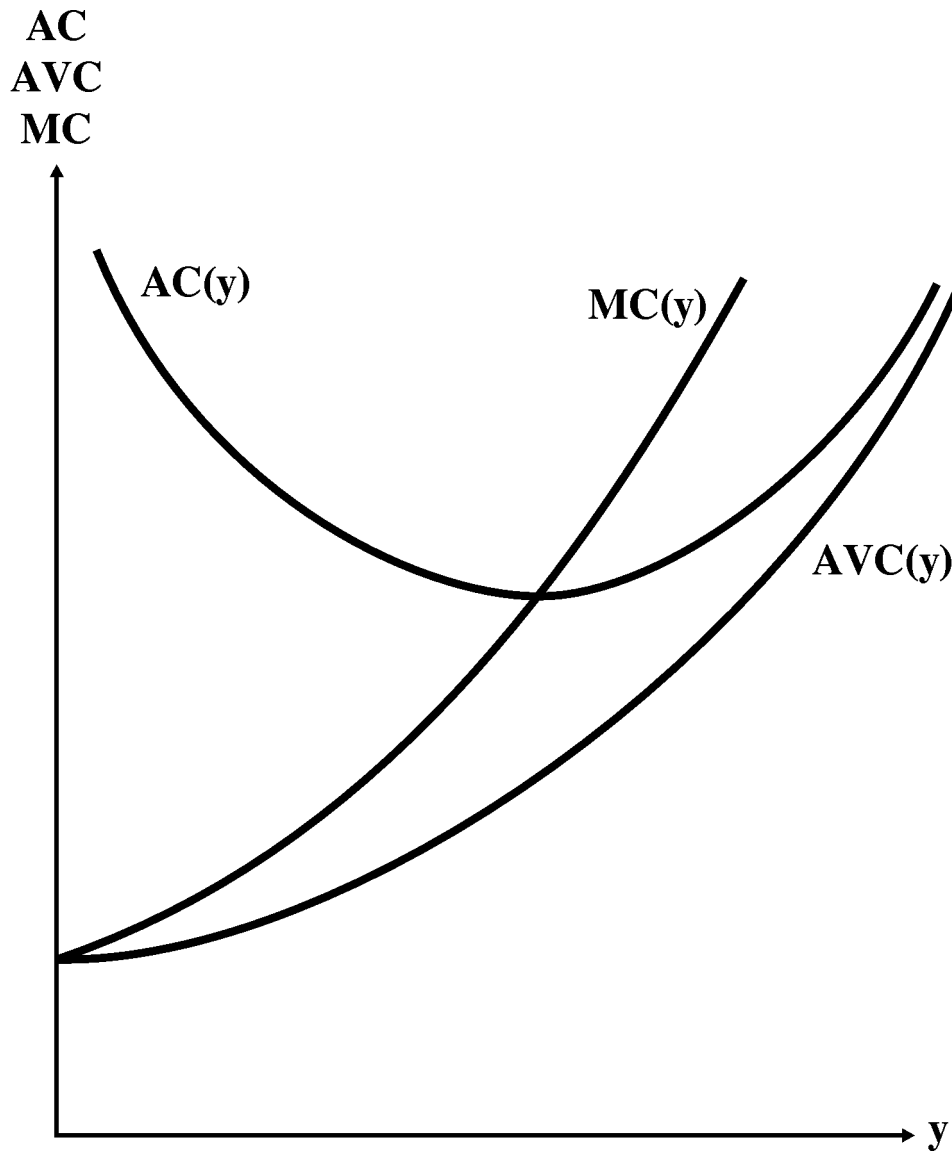
A különböző mérethozadékú technológiákhoz tartozó költséggörbék

Növekvő, majd csökkenő mérethozadék



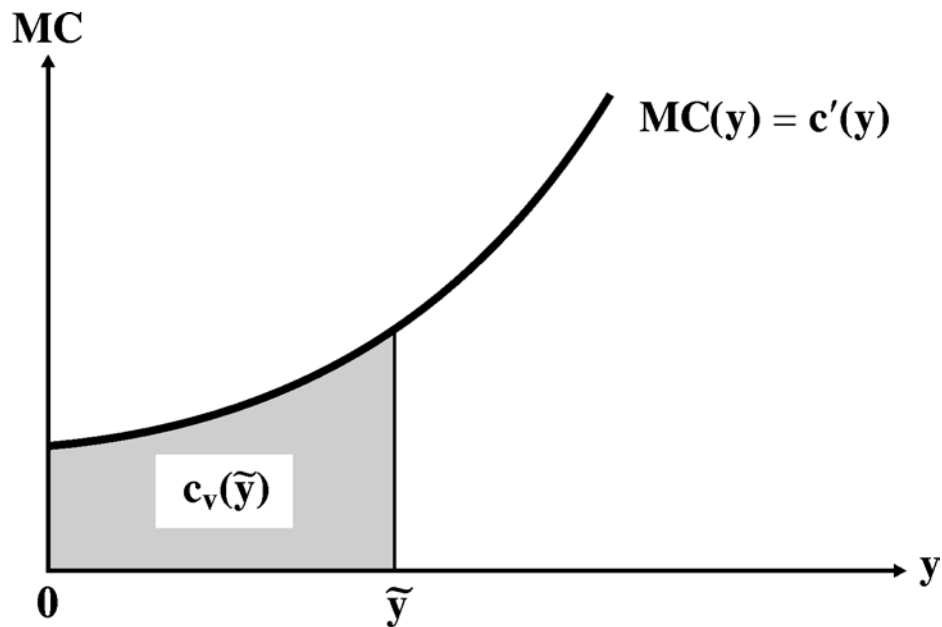
18.14

Csökkenő hozadékú változó költség-görbék



18.15

A változó költség és a határköltség kapcsolata



$$\begin{aligned}\int_0^{\tilde{y}} c'(y) dy &= \int_0^{\tilde{y}} c'_v(y) dy \\ &= c_v(\tilde{y}) - c_v(0) \\ &= c_v(\tilde{y})\end{aligned}$$

Vagyis: $\int_0^{\tilde{y}} MC(y) dy = c_v(\tilde{y})$

18.16

A hosszú és rövid távú költséggörbék kapcsolata

A hosszú távú költséggörbe definíciója (rögzített w_1, w_2 mellett):

$$c(y) = \min\{w_1x_1 + w_2x_2, kf : f(x_1, x_2) = y\}. \quad (1)$$

A feladat megoldása: $x_1^*(y)$ és $x_2^*(y)$. (2)

A költséggörbe definíciójából következik, hogy tetszőleges x_2 -vel:

$$c(y) \leq w_1x_1^*(y) + w_2x_2. \quad (3)$$

Ha $x_2 = x_2^*(y)$, akkor (3) egyenlőségre teljesül.

A rövid távú költséggörbe definíciója (rögzített w_1, w_2 mellett):

$$c_s(y, \tilde{x}_2) = \min\{w_1x_1 + w_2\tilde{x}_2, kf : f(x_1, \tilde{x}_2) = y\}, \quad (4)$$

ahol \tilde{x}_2 egy tetszőleges rögzített érték.

18.16

A hosszú és rövid távú költséggörbék kapcsolata (folytatás)

(3)-ból és (4)-ből együttesen következik, hogy:

$$c(y) \leq c_s(y, \tilde{x}_2). \quad (5)$$

Ha létezik olyan y^* kibocsátás, amely mellett $x_2(y^*) = \tilde{x}_2$ épp megoldása lenne a hosszú távú feladatnak, akkor:

$$c(y^*) = c_s(y^*, \tilde{x}_2). \quad (6)$$

Ebből következik az is, hogy:

$$LAC(y) \leq SAC(y, \tilde{x}_2), \quad (7)$$

LAC = Long run Average Cost (AC(y))

SAC = Short run Average Cost (AC_s(y, \tilde{x}_2))

18.17

Rövid és hosszú távú átlag- és határkölséggörbék

