MIKRO-
ÖKONÓMIA
ELŐADÁSVÁZLATOK

13. előadás

ÁLTALÁNOS EGYENSÚLY
TISZTA CSEREGAZDASÁGBAN

Kertesi Gábor

Varian 29. fejezetének 1-4. és 6-8 alfejezetei alapján.

13.1 Bevezető

– A félév során mindeddig egyetlen termék elszigetelt piacával foglalkoztunk. A 12. előadáson például egyetlen termék egyensúlyi mennyiségét és árát tanulmányoztuk, és eltekintettünk attól, milyen hatást gyakorol a szóban forgó termék árára az összes többi termék piacán létrejött egyensúlyi ár. Az ilyen típusú elemzést **parciális egyensúlyi elemzésnek** nevezzük. Azonban tudjuk, hogy egy jószág keresletére nemcsak saját ára, hanem a többi jószág ára is hatással van (lásd: kereszt-árrugalmasság, helyettesítő és kiegészítő javak). Intuíciónk szintén ezt sugallja. Az **általános egyensúlyi elemzés** ezeket a hatásokat is figyelembe veszi. Az itt következő előadásnak ez a témája.

– Elképzelhető, mennyire bonyolult feladat meghatározni az összes jószág keresleti és kínálati feltételeinek kereszthatásait. Túlságosan összetett probléma, ezért számos egyszerűsítő feltevéssel élünk.

  1. Modellünkben nincs termelés: **tiszta cseregazdasággal** foglalkozunk. (Jövő félévben majd tárgyalni fogjuk az egyensúly létezését termelés jelenlétében is.)

  2. Csak a **versenyzői piaccal** foglalkozunk: feltételezzük, hogy minden fogyasztó árelfogadó, és ennek megfelelően határozza meg saját optimális fogyasztását.

  3. Mind a fogyasztók, mind a javak számát a lehető legkisebbre korlátozzuk: modellünkben **két jószágot cserél két fogyasztó**. (Ez rendkívüli módon megkönnyíti a feladat kezelését, és – mint az előadás végére világossá válik – segítségével jól leírható két piac egymásrahatása és az ármeghatározás mechanizmusa.) A két fogyasztó nem jelent feltétlenül csak két egyént. Úgy is felfoghatjuk, hogy *kétfajta* fogyasztónk van, és mindkét fajta fogyasztóból sokan vannak jelen a piacon. (Ha *árelfogadó* szereplőket feltételezünk, akkor szükségünk is van erre a feltevésre.)

13.2 Az Edgeworth-négyszög

– Két jószág két fogyasztó közötti cseréjét egy egyszerű grafikus technika segítségével ábrázoljuk. A szóban forgó grafikus eszközt **Edgeworth-négyszögnek**[1] nevezik, és nem más, mint fogyasztói döntést leíró közömbösségi görbék technikájának általánosítása. Nevezzük el a kétfajta szereplőt (fogyasztót) *A*-nak és *B*-nek, a két terméket pedig x^1-nek és x^2-nek. Rajzoljunk egy téglalapot, amelynek bal alsó sarkából kiindulva *A* fogyasztó fogyasztását, jobb fölső sarkából kiindulva pedig *B* fogyasztó fogyasztását mérjük föl.

13.1 fólia

– Az így definiált téglalap oldalainak hossza egy-egy jószág *összmennyiségével* egyenlő. Föltesszük, hogy mindkét jószág összmennyisége állandó, s csak a kétfajta fogyasztó közötti elosztása változik. A 13.1-es fólián például az első jószág (x^1) összmennyiségét a téglalap vízszintes oldalának hossza, a második jószág (x^2) összmennyiségét pedig a téglalap függőleges oldalának hossza adja meg.

[1] Az Edgeworth-négyszöget (Edgeworth-box) Francis Y. Edgeworth angol közgazdász (1845-1926) tiszteletére nevezték el, aki elsőként alkalmazta ezt az elemzési eszközt.

Az Edgeworth-négyszögben egy pont a szóban forgó javak egy elosztását (allokációját) jelöli: az A fogyasztó által birtokolt mennyiségeket a négyszög bal alsó sarkából, a B fogyasztó által birtokoltakat a négyszög jobb felső sarkából kiindulva mérjük. Képzeljük el a dolgot úgy, mintha egy megszokott módon ábrázolt és egy fejjel lefele fordított koordinátarendszert egymásra csúsztatnánk. A megszokott módon ábrázolt koordinátarendszerben A fogyasztó jószágkosarát az $X_A = (x_A^1, x_A^2)$ vektorral mérjük, a fejjel lefelé fordított koordinátarendszerben pedig B fogyasztóét az $X_B = (x_B^1, x_B^2)$ vektorral. A fogyasztói kosarak egy $X = (X_A, X_B)$ elempárját egy **allokációnak** (**elosztásnak**) nevezzük.

– Egy allokáció akkor **megvalósítható**, ha a két jószág felhasznált mennyisége megegyezik a rendelkezésre álló összes mennyiséggel.

– Ahhoz, hogy a két fogyasztó közötti cserét tárgyalhassuk, egy újabb fogalmat kell bevezetnünk: ez a két fogyasztó **indulókészlete**, melyet a $W_A = (\omega_A^1, \omega_A^2)$, $W_B = (\omega_B^1, \omega_B^2)$ vektorokkal jelöljük.[2] Az Edgeworth-négyszög W pontja ($W = (W_A, W_B)$) ennek megfelelően egy **kezdeti elosztás** (allokáció). A fogyasztók az egymás közti kereskedelemben a rendelkezésükre álló javakból valamennyit **elcserélnek**, és így áll elő a szóban forgó javak **végső elosztása**.

– **Hogyan ábrázoljuk a cserét** ebben a fogalmi keretben? Induljunk ki egy W kezdeti elosztásból, amelyet a cserepartnerek (A és B) valamilyen oknál fogva módosítani szeretnének, – mondjuk azon a módon, hogy A a rendelkezésére álló x^1 termékből bizonyos mennyiséget elcserél x^2 termékre, B pedig – természetesen ezzel teljesen szimmetrikus módon – a rendelkezésére álló x^2 termékből cserél el bizonyos mennyiséget x^1 termékre. A csere révén a kezdeti W allokációból egy másik – L – allokációba jutottak.

13.2 fólia

– A két fogyasztó **preferenciáit** ugyanúgy ábrázoljuk, mint jószágkosaraikat: az A fogyasztó preferenciáit az Edgeworth-négyszög bal alsó sarkából kiindulva rajzoljuk föl:

13.3 fólia

B fogyasztóét pedig fejjel lefelé, a négyszög jobb felső sarkából kiindulva.

13.4 fólia

– Vegyük észre, hogy az A fogyasztó közömbösségi görbéi észak-kelet irányba haladva, míg a B fogyasztó közömbösségi görbéi éppen ellenkezőleg, délnyugati irányba haladva jelentenek egyre nagyobb hasznossági szinteket. Ha összetoljuk az A és a B fogyasztó közömbösségi térképét, az Edgeworth-négyszögön belül egyszerre tudjuk ábrázolni a két fogyasztó preferenciát. A következő alfejezetben ennek az egyszerű eszköznek a

[2] Minden szereplő a piacra lépésekor rendelkezik a vizsgált javak egy bizonyos indulókészletével. Ennek az előadásnak a keretében nem firtatjuk azt a kérdést, hogy valaki hogyan tett szert indulókészletére: örökölte, ajándékba kapta vagy éppenséggel maga termelte meg. (Az indulókészlet fogalmába az az eset is belefér, hogy valaki csak az egyik termékből rendelkezik valamilyen pozitív készlettel, a másikból nem.)

segítségével bemutatjuk, miért lehet kölcsönösen előnyös a csere (a kereskedelem) a két szereplő között.

13.3 és 13.4 fólia összetolva

13.3 Indulókészlet, kereskedelem

– Miért nem marad meg mindkét fogyasztó az indulókészleténél? Azért, mert a csere által kölcsönösen előnyösebb helyzetet tudnak elérni.

13.5 fólia

– Vizsgáljuk meg figyelmesen a fenti fóliát. A két fogyasztó indulókészletét reprezentáló allokációt úgy helyeztük el az ábrán, hogy az *A*, illetve *B* fogyasztó egy-egy közömbösségi görbéjének *metszéspontjára* kerüljön. Könnyen belátható, hogy e kiindulóponthoz képest a két közömbösségi görbe által körülhatárolt, **lencse** alakú terület minden pontja **előnyösebb** mindkét fogyasztó számára, mint az indulókészlet. Ha ez igaz, akkor a cserének létjogosultsága van, hiszen mindkét fogyasztó helyzetét javítja. Vajon létezik-e olyan allokáció, amelynél jobbat cserék révén már nem lehet elérni? Igen, van. Ennek igazolásához fel kell elevenítenünk egy már több ízben is tárgyalt fogalmat, a Pareto-hatékonyság fogalmát.

13.4 Pareto-hatékony allokációk: a szerződési görbe

– Melyek azok az allokációk, amelyek *A* számára jobbak, mint a kezdeti allokáció? Természetesen azok, amelyek a kezdeti allokáció pontján keresztülhaladó közömbösségi görbétől *északkeletre* helyezkednek el.

13.6 fólia

– *B* számára pedig nyilvánvalóan a kezdeti allokációnál azok az allokációk jobbak, amelyek a kezdeti allokáció pontján áthaladó közömbösségi görbétől *délnyugatra* helyezkednek el.

13.7 fólia

– Ennek a két halmaznak a közös része az Edgeworth-négyszögön belül kihasít egy (lencse alakú) területet, amelynek bármely pontja előnyösebb mindkét fogyasztó számára, mint a kezdeti allokáció *W* pontja: kölcsönös előnyös számukra, ha kereskednek egymással.

13.8 fólia
13.5 fólia ismét

– Tegyük fel, hogy a két fogyasztó a csere révén az M_1 pontba jutott. Most megismételhetjük az előbbi gondolatmenetet azzal a különbséggel, hogy most a kiindulópontunk nem a *W* pont lesz, hanem az első csere révén frissen elért M_1 pont. M_1 ponthoz természetesen ismét találhatunk egy-egy – *A*, illetve *B* fogyasztóhoz tartozó – egymást metsző közömbösségi görbét. E közömbösségi görbék ismét csak körülhatárolnak egy (a korábbinál már kisebb területű) halmazt, amely az M_1 kiindulóponthoz képest a fogyasztók számára *kölcsönösen preferált* allokációk pontjait tartalmazza. A cserének ismét van létjogosultsága; egy újabb csere révén a kölcsönösen preferált allokációk halmazán belül újabb pontba jutnak a szereplők (mondjuk: M_2-be).

13.9 fólia

– Addig érdemes a cseréket folytathatni, amíg a mindenkori referenciaponthoz képest a felek számára kölcsönösen előnyösebb allokációk halmaza (a „lencse”) egyetlen ponttá nem zsugorodik. Ez akkor következik be, amikor a két fogyasztó közömbösségi görbéi *érintik egymást*. A közömbösségi görbék érintési pontjának van egy igen nevezetes tulajdonsága: az érintési pontban *a két fogyasztó helyettesítési határrátája megegyezik*. Értelemszerű tehát, hogy ehhez az allokációhoz képest már nincs több olyan allokáció, amely mindkét fogyasztó számára egyaránt előnyösebb lenne. Az érintési pontban már csak oly módon javíthatnánk az egyik fogyasztó helyzetén (növelhetnénk az általa elért hasznossági szintet), ha a másik fogyasztó helyzetén rontanánk (alacsonyabb hasznossági szintre tolnánk vissza): ezzel definíció szerint **Pareto-hatékony allokációhoz** érkeztünk.[3]

13. 10 fólia

– Figyeljük csak meg, hogy semmilyen kitüntetett tulajdonsága nem volt annak a pontnak (kezdeti allokációnak), ahonnan elindultunk. *Bármely tetszőleges* (nem Pareto-hatékony) allokációból indultak volna is ki piaci szereplőink, cserék sorozatával képesek lettek volna helyzetükön kölcsönösen javítani. Ebből az következik, hogy *bármely* kezdeti allokációhoz hozzárendelhetünk egy Pareto- hatékony allokációt, amit cserék sorozatával el lehet érni. Ennek messzemenő következményei vannak (amit később tárgyalni is fogunk), de egyelőre vonjuk le azt a következtetést, hogy nem csak egy, hanem *számtalan Pareto-hatékony allokáció* létezik. Minden olyan pont, ahol a két fogyasztó közömbösségi görbéi érintik egymást, Pareto-hatékony allokációt képvisel. Az ilyen pontok halmazát **Pareto-halmaznak** vagy **szerződési görbének** nevezzük.

13.11 fólia

– Vajon adott indulókészletek (*kezdeti* allokációk) mellett mely pontok lesznek a *végső* allokációk? Az előbbiekben fejtegetett okok következtében e pontok a szerződési görbe azon szakaszára eshetnek csak, amely a kezdeti allokációkhoz képest a *kölcsönösen preferált* allokációk (lencse alakú) halmazán belül van.

13. 12 fólia

[3] Speciális esetben (speciális görbületű közömbösségi görbék esetén) az Edgeworth-négyszög oldalain – ahol az egyik piaci szereplő valamelyik jószágból nulla indulókészlettel rendelkezik – lehet olyan Pareto-hatékony pontokat (allokációkat) találni, amelyeknél a két fogyasztó közömbösségi görbéi nem érintői egymásnak. **Házi feladat:** rajzoljunk egy ilyen esetet, és bizonyítsuk be, hogy a szóban forgó allokáció Pareto-hatékony!

13.5 Piaci kereskedelem

– Nem zavaró-e az, hogy nem tudjuk, hogy a szerződési görbe mely pontjában érik el a szereplők a végső allokációt? Vagy esetleg mindegy, hogy mely allokációnál állapodnak meg, hiszen mindegyikük Pareto-hatékony? A piaci szereplők számára ez természetesen nem mindegy, hiszen a szerződési görbe mindegyik pontjában más-más hasznossági szintet érnek el. Vegyük észre: a Pareto-hatékonyság fogalma nem mond semmit arról, hogy a javak hogyan vannak elosztva a piaci szereplők között, csak arról tájékoztat bennünket, hogy szereplőink kimerítették a rendelkezésükre álló kölcsönösen előnyös cserelehetőségeket.

  Ahhoz, hogy pontosan meg tudjuk határozni, hogy végül melyik allokációnál állapodnak meg a cserében részt vevő felek, többet kell tudnunk a cserefolyamat feltételeiről. Tételezzük fel, hogy a cserefolyamat a **versenyzői piac** szabályai szerint játszódik le! Hívjuk segítségül a 12. előadáson megismert árverési kikiáltót, akinek a segítségével megtaláljuk majd azt az (egyetlen) allokációt a szerződési görbén, amelyet a csere eredményeként a két fogyasztó elér A kikiáltó mindkét termékre meghatároz egy tetszőleges (p_1, p_2) árat, és nyilvánosságra hozza őket. Ezzel az információval meghatározza a két fogyasztó kezdeti allokáción áthaladó költségvetési egyenesét (**Miként?**). A két fogyasztó, figyelembe véve indulókészletének értékét, eldönti, mennyit kíván venni, illetve eladni a meghirdetett árakon.[4]

13.13 fólia

– Az (x_A^1, x_A^2) allokáció az *A* fogyasztó **bruttó kereslete** az x^1 és x^2 javakból. Ez a mennyiség azonban nem adja meg, hogy mennyit kíván az adott árak mellett venni, illetve eladni. Erről tájékoztat a **nettó kereslet** fogalma, amely a bruttó kereslet és a indulókészlet különbségével egyenlő. Ha a nettó kereslet értéke pozitív, akkor a fogyasztó vásárolni kíván a kérdéses jószágból, ha negatív, akkor eladni.

– Tetszőleges árak mellett semmi sem biztosítja azt, hogy a javak nettó kínálata és nettó kereslete megegyezik. A piac **nincs egyensúlyi állapotban**, ha túlkereslet van az egyik, illetve túlkínálat van a másik jószágból. (A 13.13 ábrán például az x^1 jószágból túlkínálat van, az x^2-ből pedig túlkereslet: *A* többet akar x^1-ből eladni, mint amennyit *B* venni szeretne; x^2-ből pedig *B* kevesebbet hajlandó eladni, mint amennyit *A* vásárolni szeretne.) Az árverezőnek meg kell változtatnia az árakat, ha azt akarja elérni, hogy a kereslet és kínálat értéke közelebb kerüljön egymáshoz. Amelyik jószágból túlkereslet van, annak az árát növelni fogja, amelyikből túlkínálat, azét csökkenteni. Addig változtatja az árakat, amíg mindkét jószág nettó kereslete és kínálata meg nem egyezik.

13.14 fólia

– Ilyen feltételek mellett a piac **egyensúlyi állapotba** kerül. Szakkifejezéssel élve, ezt az egyensúlyi állapotot **versenyzői (kompetitív) egyensúlyi** állapotnak vagy **walrasi e-**

[4] Ha csak két szereplőnk van, akkor nincs szükség kikiáltóra, mert a két szereplő alkudozni kezd, és végül megegyezik egymással. Ha viszont abból indulunk ki (amint az előadás elején is feltételeztük), hogy nem kettő, hanem *kétféle* piaci szereplők van (melyek egymástól eltérő preferenciákkal rendelkeznek), és mindkét típusból sokan vannak a piacon, akkor már nem működik az alku, és szükség van a kikiáltóra.

gyensúlynak nevezik. A walrasi egyensúlyi állapotban 1. mindkét fogyasztó az általa legjobban preferált, számára megfizethető jószágkosarat választja, és 2. a fogyasztói döntések egymással összeegyeztethetők abban az értelemben, hogy a kereslet mindkét jószág piacán megegyezik a kínálattal.

– Ennek matematikai feltétele az, hogy a költségvetési korlát érintője legyen a két fogyasztó közömbösségi görbéjének (a helyettesítési határráták egyenlőek az árak arányával) és a két fogyasztó közömbösségi görbéi ugyanabban a pontban érintsék az árak által meghatározott költségvetési korlátot.

13.6 A Pareto-hatékonyságot leíró feltételek és a fogyasztói döntések optimumfeltételeinek azonossága piaci környezetben

– Határozzuk meg először a Pareto-hatékonyság algebrai feltételeit. Rögzítsük a *B* szereplő hasznossági szintjét ($\tilde{u}_B$), és maximalizáljuk az *A* szereplő hasznossági függvényét! A feladatot három dolog korlátozza: *B* szereplő rögzített hasznossági szintje, illetve a két jószág maximálisan rendelkezésre álló mennyisége: az indulókészletek összege (ω^1, ω^2). A Pareto-feladat tehát így fest:

13.15 fólia

– Keressük azt az $X = (X_A, X_B)$ allokációt ($X_A = (x_A^1, x_A^2)$, $X_B = (x_B^1, x_B^2)$), amelyben *A* hasznossági szintje a lehető legnagyobb, *B* rögzített hasznossági szintje mellett, feltéve, hogy a két termék felhasznált mennyisége egyenlő a rendelkezésre álló összmennyiséggel. A feladat Lagrange-függvénye az alábbi (a korlátozó feltételek mindegyikéhez egy-egy Lagrange-együttható tartozik):

13.16 fólia

– Mivel négy (**Miért négy?**) változó szerint optimalizálunk, négy elsőrendű feltételünk van:

13.17 fólia

– Ha az (1) egyenletet a (2)-sel, illetve a (3)-t a (4)-sel elosztjuk, megkapjuk az (5) és a (6) **Pareto-hatékonysági feltételeket**:

13.18 fólia

– A kapott eredmény értelmezését már a grafikus ábrázolás kapcsán megadtuk. Fontossága miatt azonban e helyütt megismételjük: Pareto-hatékony allokációnál a két jószág közötti helyettesítési határarány a két fogyasztó (*A* és *B*) esetében megegyezik egymással. Ellenkező esetben ugyanis lenne olyan cserelehetőség, melynek kihasználásával mindketten előnyösebb helyzetbe kerülnének.

– Most idézzük föl az **optimális fogyasztói döntés pontjában érvényes érintőfeltételt**, mely szerint a fogyasztó szubjektív értékelését kifejező helyettesítési határarány és az piac objektív értékítéletét kifejező árarány valamennyi fogyasztó esetében megegyezik.

13.19 fólia

– Minden Pareto-hatékony elosztás esetében teljesülnie kell az (5) és (6) feltételeknek:

13.18 fólia ismét

– Továbbá minden versenyzői egyensúly esetében teljesülnie kell a (7) és (8) feltételeknek:

13.19 fólia ismét

– Figyeljük meg a hasonlóságot a Pareto-hatékonysági feltételek és az egyedi fogyasztói optimalitási feltételek között. A helyettesítési határarányokkal való egyezőség miatt a hatékonysági feltételek Lagrange-szorzói (μ_1 és μ_2) éppen megegyeznek a fogyasztói optimum döntési feltételeiben szereplő árakkal (p_1-gyel és p_2-vel). A Pareto-hatékonyságot leíró feltételek és az egyedi maximalizálási feltételek piaci környezetben tulajdonképpen ugyanazok.

13.7 A Walras-törvény

– Ha $x_A^1(p_1, p_1)$ adja meg az A fogyasztó x^1 jószágra vonatkozó keresleti függvényét, $x_B^1(p_1, p_1)$ pedig a B fogyasztóét; továbbá ha hasonló módon definiáljuk az x^2 jószágra vonatkozó egyéni keresleti függvényeket[5], akkor az általános – jelen esetben: a két termékre kiterjedő – egyensúlyt olyan (p_1^*, p_2^*) árrendszerrel jellemezhetjük, amelyre igazak az alábbi egyenlőségek:

13.20 fólia

– Vezessünk be mindenekelőtt néhány új fogalmat! A két fogyasztó x^1 és x^2 termékre vonatkozó túlkeresleti függvényeit (vagy nettó keresletét) az alábbi módon határozhatjuk meg (emlékeztető: nettó kereslet = a jószág bruttó kereslete mínusz az indulókészlet).

13.21 fólia

– A termékspecifikus egyéni túlkeresleti függvények *aggregálásával* definiáljunk három aggregált túlkeresleti függvényt: az *egyes termékek* aggregált túlkeresleti függvényeit, az *egyedi fogyasztók* aggregált túlkeresleti függvényeit, valamint további aggregáció révén az *aggregált piaci* túlkeresleti függvényt.

13.22 fólia

– Az aggregált túlkeresleti függvények segítségével megfogalmazunk egy meglehetősen nyilvánvaló, de fontos összefüggést: a **Walras-törvényt**. A Walras-törvény azt mondja

[5] A keresleti függvények argumentumértékei közül itt kihagytuk a fogyasztói jövedelmet. A fogyasztói jövedelem természetesen nem más, mint a fogyasztó rendelkezésére álló indulókészletnek a mindenkori árakon mért értéke. Az A fogyasztó jövedelme (m_A) például nem más mint: $m_A = p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2$.

ki, hogy *az aggregált piaci túlkereslet értéke minden lehetséges árválasztás esetén zérus* (matematikailag: *azonosan egyenlő* nullával).

13.23 fólia

– **Bizonyítás:** Induljunk ki a két fogyasztó költségvetési korlátjából, rendezzük át őket, majd az A és B fogyasztó egyenletét adjuk össze (aggregáljuk). Ennek az egyszerű eljárásnak az eredményeképpen megkapjuk a Walras-törvényt.

13.24 fólia

– Jól látható, honnan származik a Walras-törvény. Mivel az *egyes szereplők* aggregált túlkeresleti függvényeinek értéke mindig nulla, nem meglepő, hogy az egyéni aggregált túlkeresleti függvények összegzése révén kapott *piaci* aggregált túlkeresleti függvény értéke is mindig nulla, – függetlenül attól, hogy a termékeket milyen árakon értékeljük.

– **Következmény**: Tegyük föl, hogy az egyik (mondjuk az x^1) termék aggregált túlkereslete (p_1^*, p_2^*) árrendszer esetén éppen nulla. Ha a Walras-törvény igaz minden lehetséges árrendszerre, akkor természetesen erre az árrendszerre is igaz. Alkalmazzuk a Walras-törvényt erre az esetre. Ha a másik termék ára nem nulla $(p_2^* \neq 0)$, akkor behelyettesítés után azt kapjuk, hogy (p_1^*, p_2^*) árrendszer esetén *a másik* (x^2) *jószág agrregált túlkereslete is éppen zérus értékű lesz*.

13.25 fólia

– Ez közgazdaságilag azt jelenti: ha találunk egy olyan (p_1^*, p_2^*) árrendszert, amely mellett az *egyik jószág piacán* a kereslet megegyezik a kínálattal, akkor biztosak lehetünk abban, hogy a *másik jószág piacán is* megegyezik a kereslet a kínálattal.

Ez a fontos eredmény nemcsak a kéttermékes esetre igaz, hanem általánosságban is: ha n termékünk van, akkor az általános egyensúly biztosításához elegendő olyan árrendszert találnunk, amely mellett $n-1$ piac egyensúlyban van, a Walras-törvény garantálja azt, hogy ez esetben az n-edik piac is egyensúlyban lesz.

– **További következmény:** A Walras-törvényből az következik, hogy egy n-termékes rendszerben csak $n-1$ független egyenletünk van. Ha viszont n jószág piaca nem független, akkor az árak sem lehetnek azok. Ez így is van: valóban csak $n-1$ ár független. Ez egybevág az eddig tanultakkal. A költségvetési korlát nulladfokú homogén függvény. Ha az összes árat és a fogyasztó jövedelmét megszorozzuk egy pozitív számmal, akkor semmi sem változik. Az általános egyensúlyi modellben is erről van szó. Ebben a modellben a fogyasztó jövedelme nem más, mint az indulókészletének a piaci árakon vett értéke. Ha minden árat megszorzunk egy pozitív t számmal, akkor azzal egyszersmind indulókészletét értékét (a „jövedelmét") is megnöveljük. Ha tehát van egy (p_1^*, p_2^*) egyensúlyi árrendszerünk, akkor egy (tp_1^*, tp_2^*) árrendszer is egyensúlyi lesz tetszőleges t $(t > 0)$ esetén. Ez ma-gyarán annyit jelent, hogy az egyik árat szabadon megválaszthatjuk, és a többit ennek segítségével fejezhetjük ki. (Ezt az árat ármércének nevezzük.)

Az általános egyensúly állapotában tehát a kereslet és kínálat minden piacon megkövetelt egyenlőségétől csak a **relatív árak** (az **árarányok**) meghatározhatóságát várhatjuk. Ha ugyanis valamennyi ár azonos arányban változnék, az nem változtatná meg senkinek a keresleti és kínálati magatartását.

13.8 A versenyzői egyensúly létezése

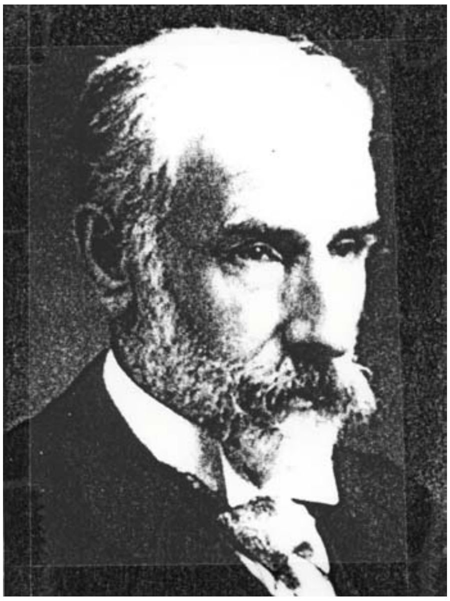
– Vajon biztosak lehetünk-e abban, hogy minden esetben létezik olyan árrendszer, amely valamennyi piacon egyszerre képes egyenlővé tenni egymással a keresletet és a kínálatot? Sajnos nem. Meghatározott feltételek mellett azonban a versenyzői egyensúlyt biztosító árrendszer létezik. Az általános egyensúly létezéséhez szükséges matematikai feltételek precíz számbavétele igen bonyolult anyag, mely nehézségi fokát tekintve messze meghaladja egy bevezető kurzus szintjét. Ezért itt csak nagyon nagy vonalakban beszélünk ezekről a feltételekről.

– E feltételek között kulcsfontosságú szerepet játszik az aggregált piaci túlkeresleti függvény egy – az elmélet által megkövetelt – tulajdonsága: a **folytonosság**. Az aggregált túlkeresleti függvény folytonossága – kissé pongyolán fogalmazva – azt jelenti, hogy kis árváltozások nem okozhatnak nagy ugrásokat a keresett mennyiségben.

– A folytonosságot két feltétel biztosítja. Vagy mindegyik fogyasztó keresleti függvénye folytonos kell legyen[6], vagy – még általánosabban – elegendő az is, ha mindegyik fogyasztó a piac méretéhez képest kicsi. Ebben az esetben könnyen elképzelhető, hogy az aggregált keresleti függvény folytonos lesz akkor is, ha az egyéni keresleti függvények nem folytonosak.[7] Ez azért jó feltétel, mert intuíciónk is azt sugallja, hogy versenyzői magatartás csak nagyszámú fogyasztó esetében lehetséges.

[6] Ha a fogyasztók preferenciái konvexek, akkor ez automatikusan teljesül.

[7] Képzeljük el a gépkocsik piacát. Az egyéni kereslet biztosan nem folytonos (senkinek nincs szüksége egy fél autóra), és ha már vett egyet, nem feltétlenül fogja autóját lecserélni, ha az autók ára csökken.



Francis Y. Edgeworth
(1845–1926)

MIKRO-
ÖKONÓMIA
ELŐADÁSVÁZLATOK

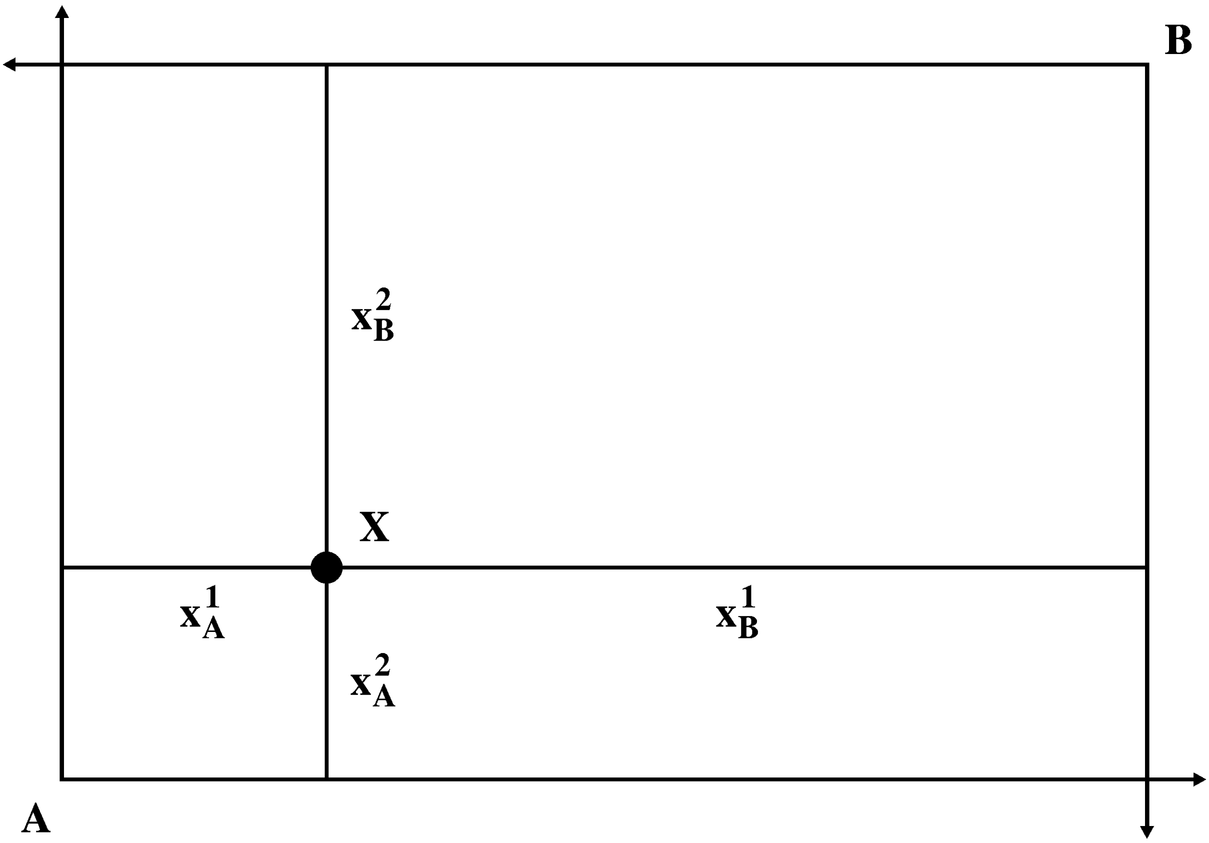
13. előadás

ÁLTALÁNOS EGYENSÚLY TISZTA CSEREGAZDASÁGBAN

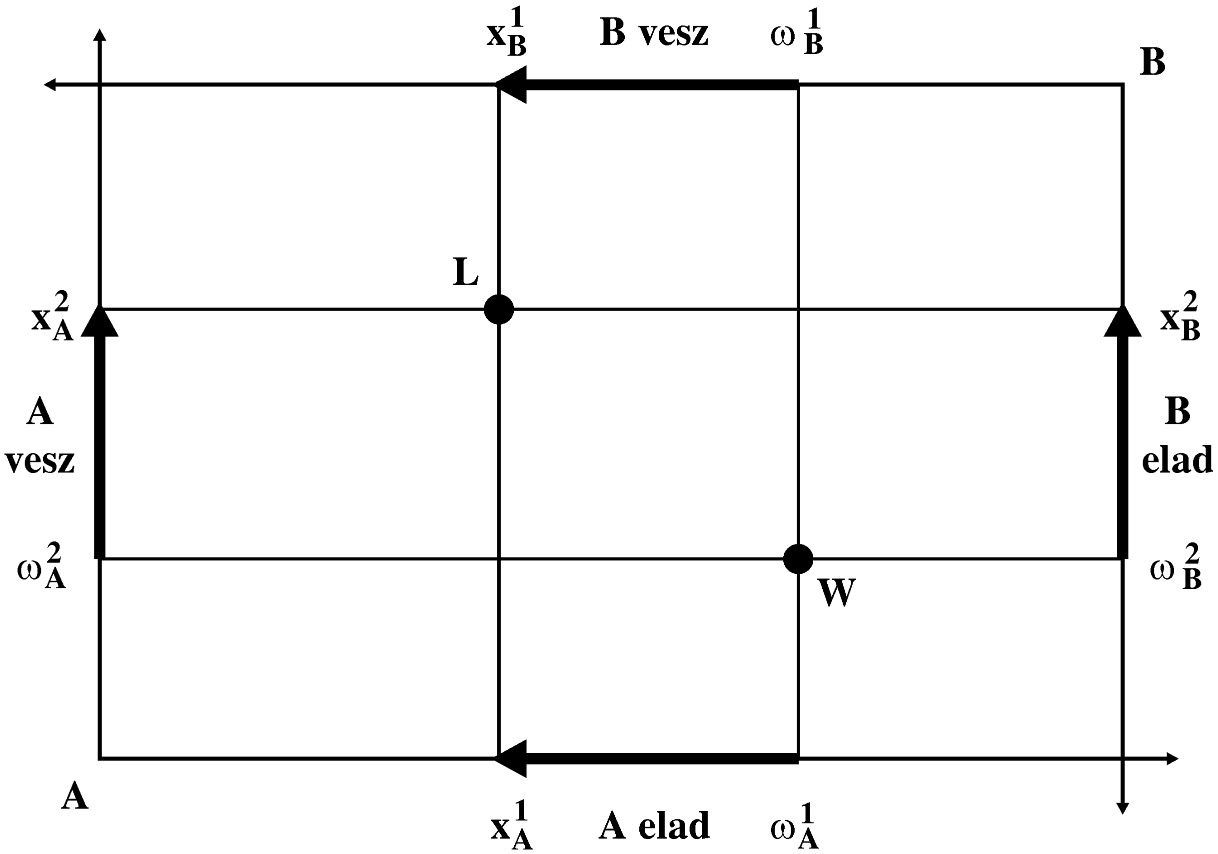
MELLÉKLET

Kertesi Gábor

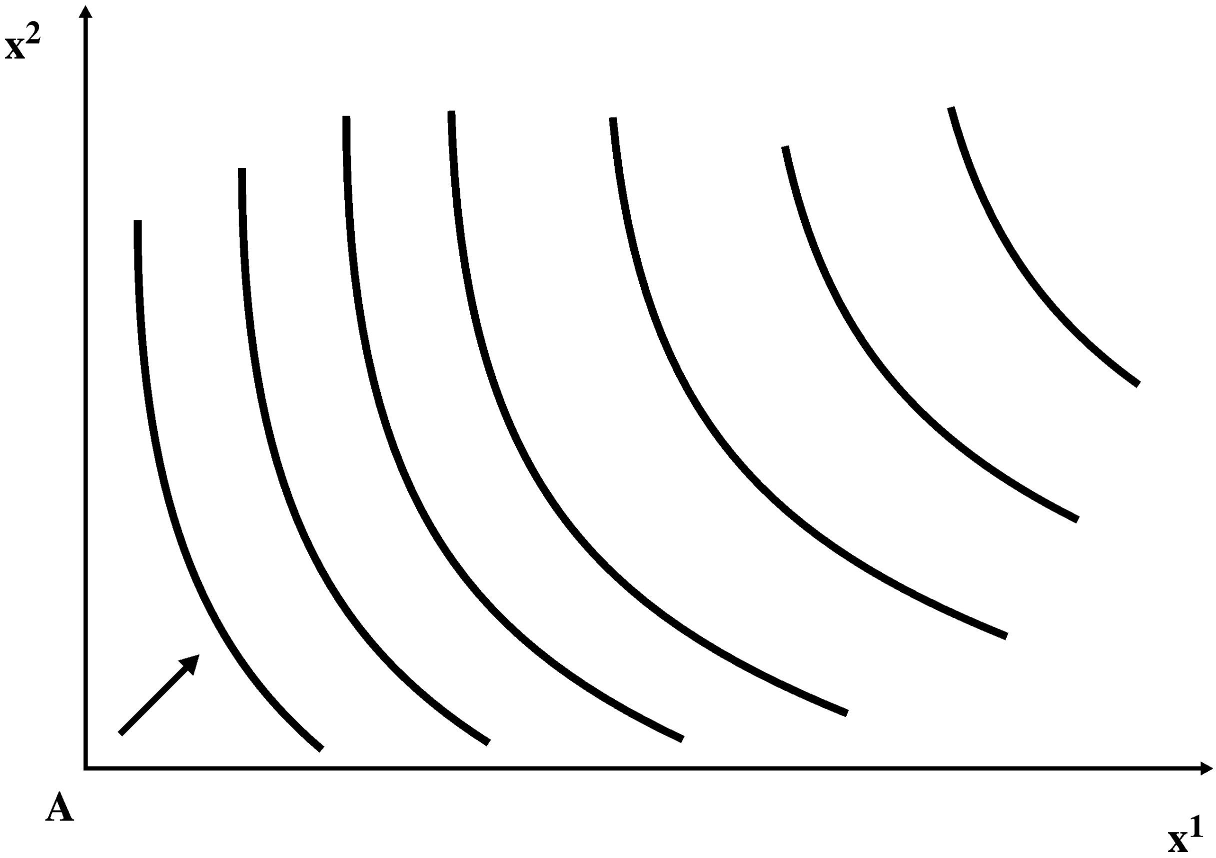
13.1
Az Edgeworth-négyszög



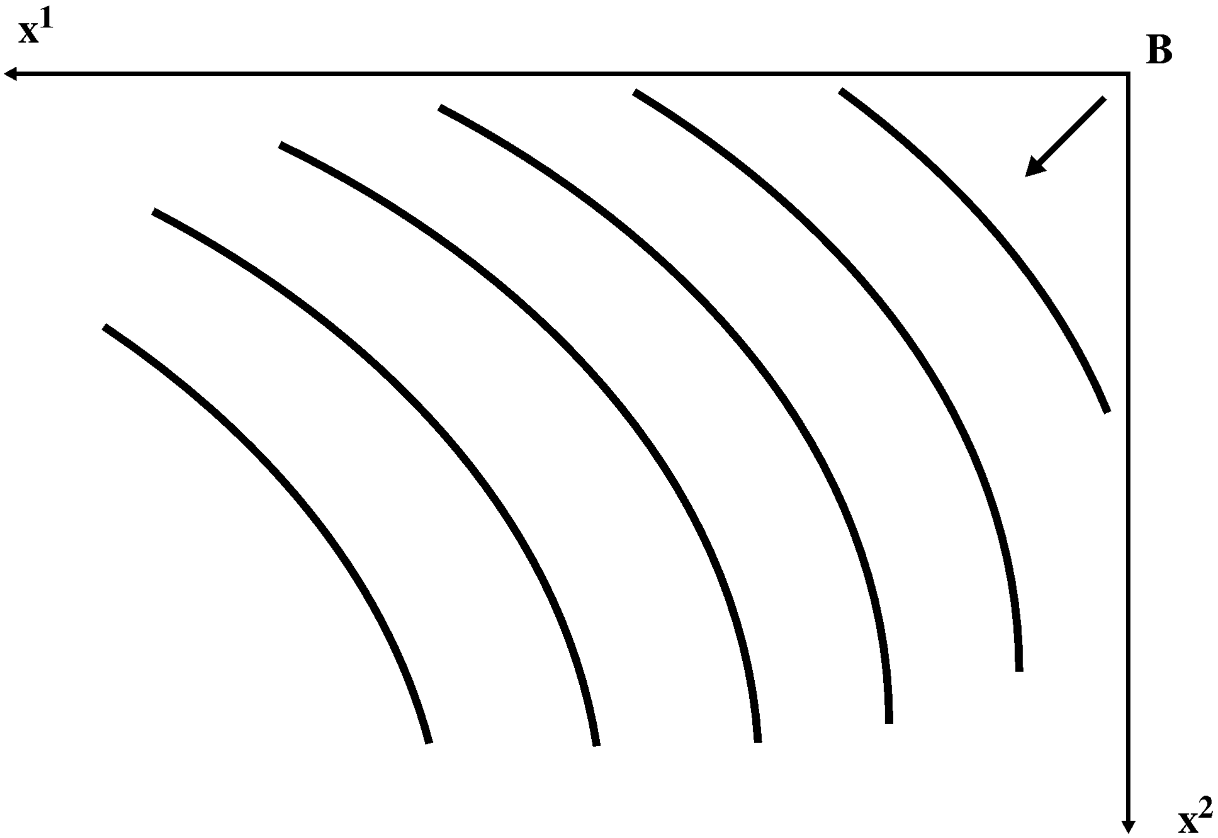
13.2
Csere az Edgeworth-négyszögben



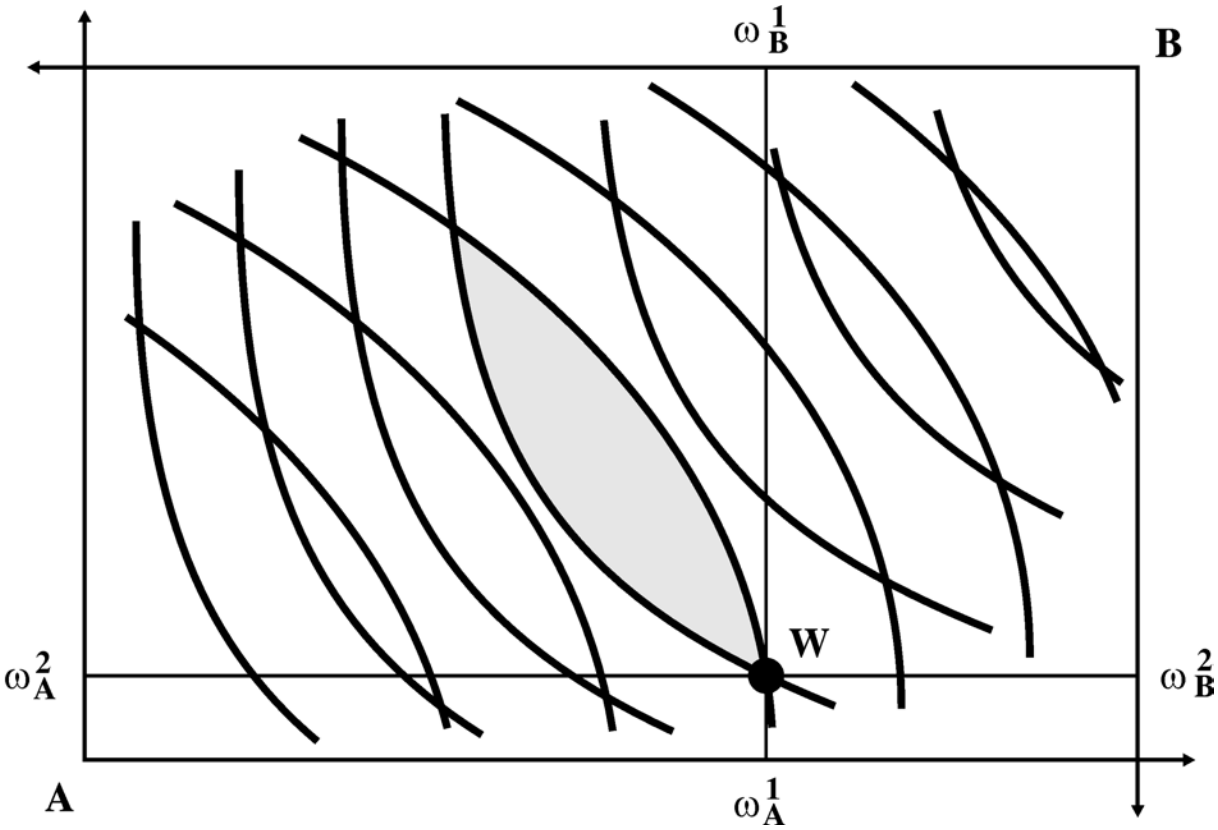
13.3
„A" szereplő pereferenciái



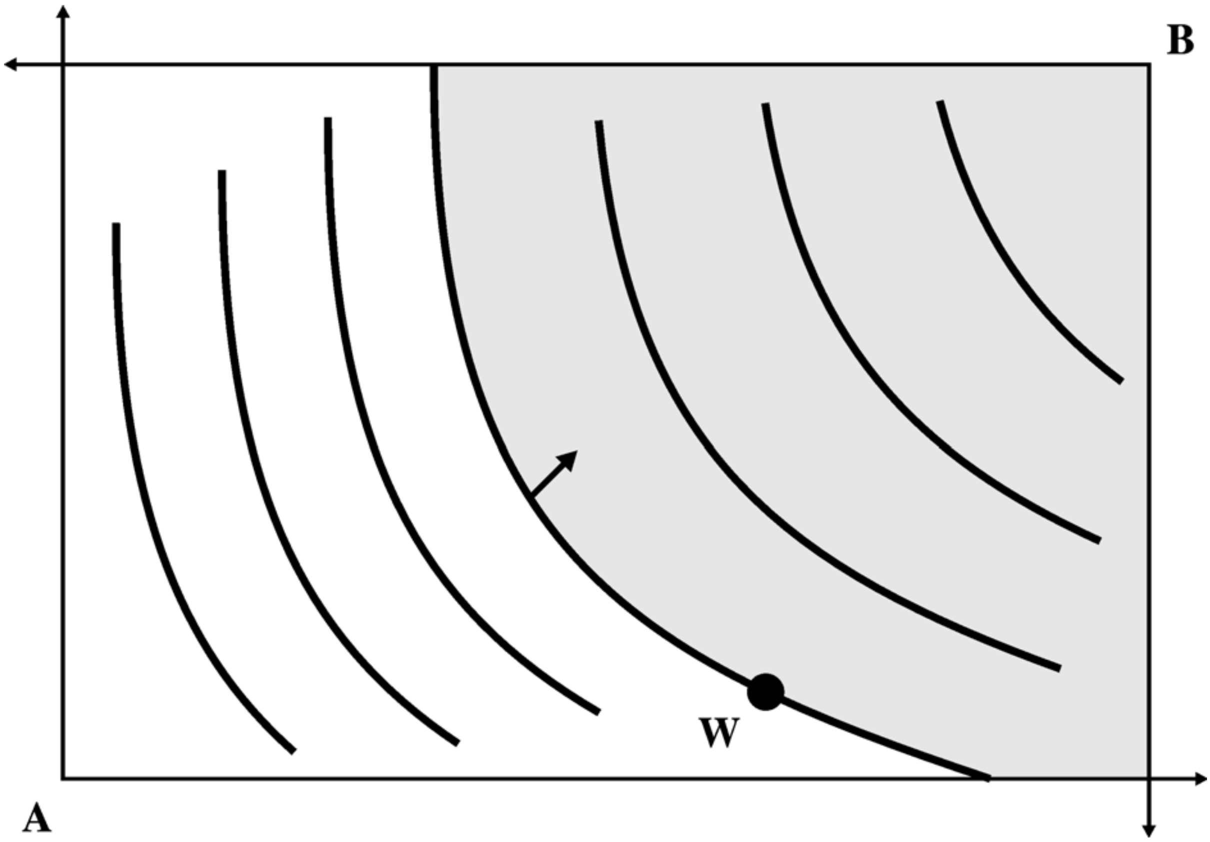
13.4
„B” szereplő preferenciái



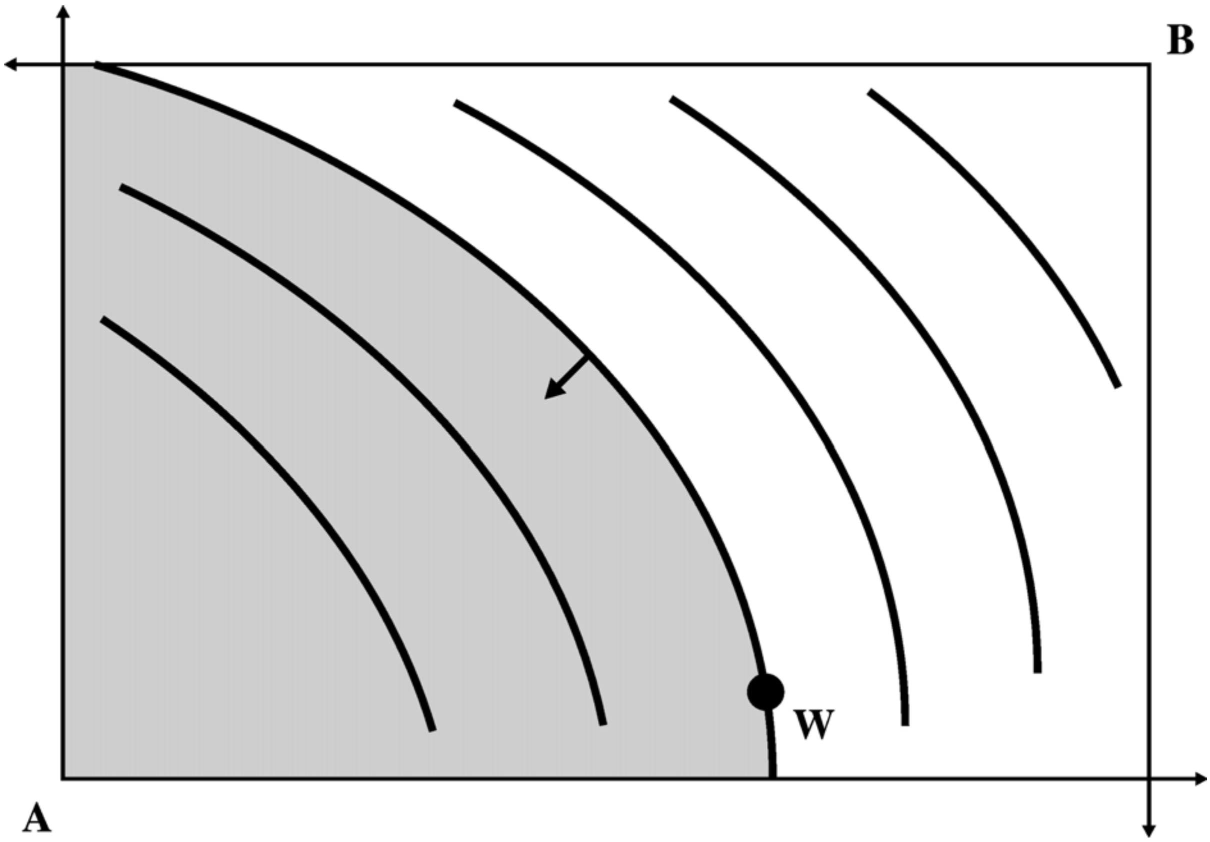
13.5
A kereskedelem kölcsönösen előnyös



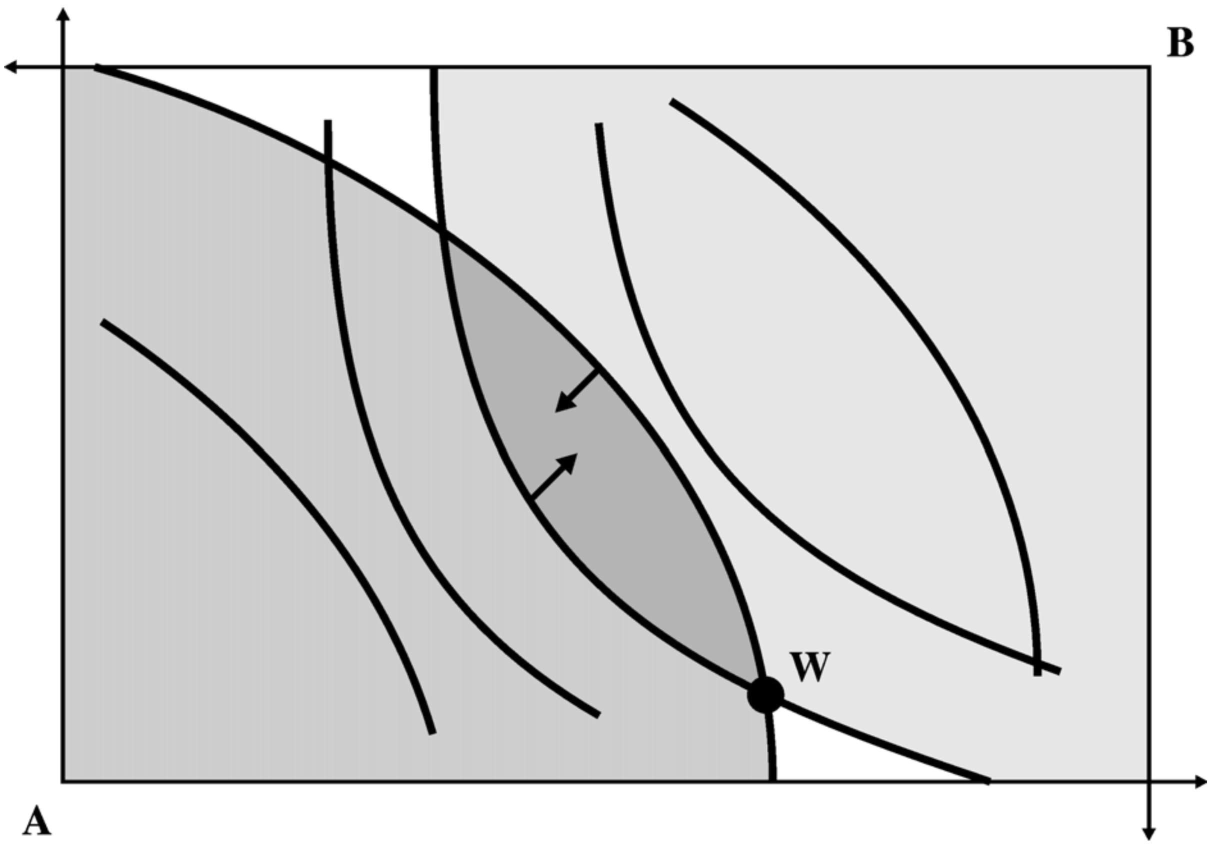
13.6
Az indulókészlethez (W) képest “A” által preferált allokációk halmaza



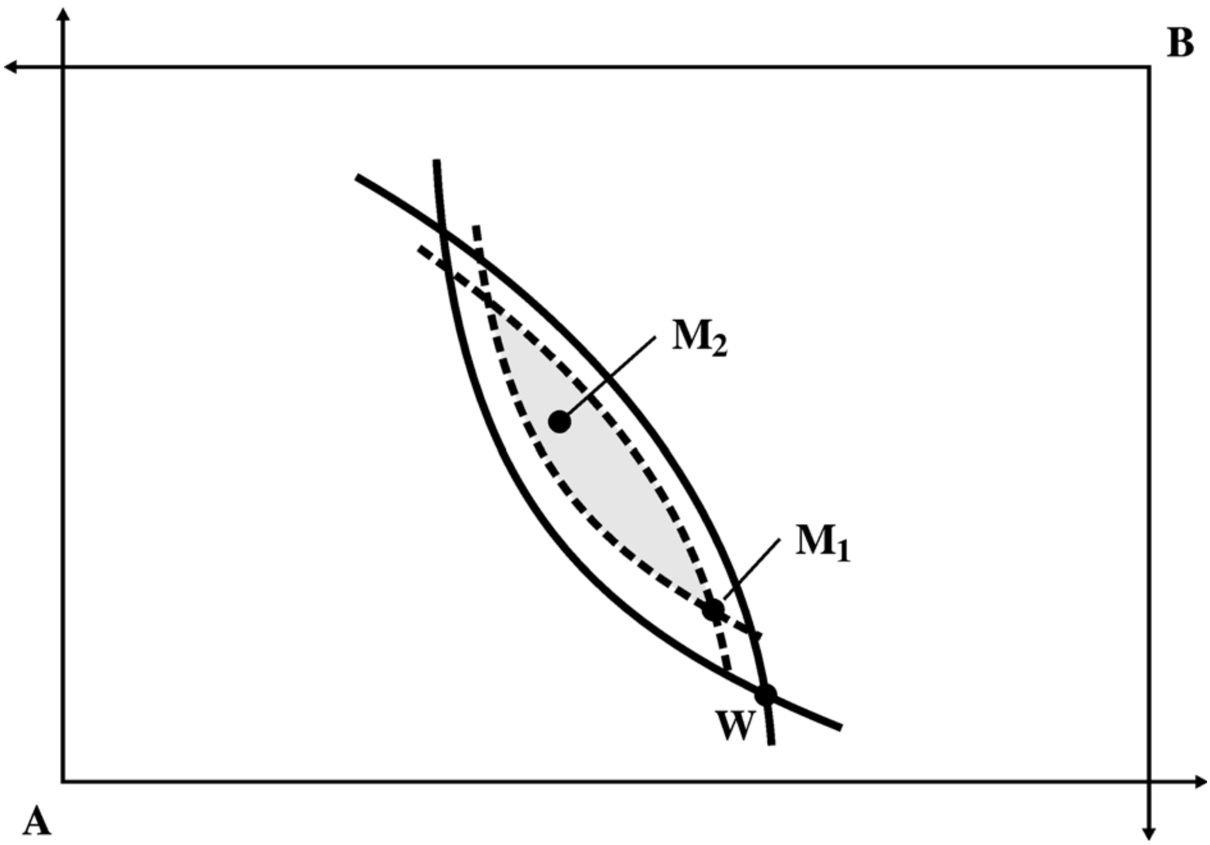
13.7
Az indulókészlethez (W) képest “B” által preferált allokációk halmaza



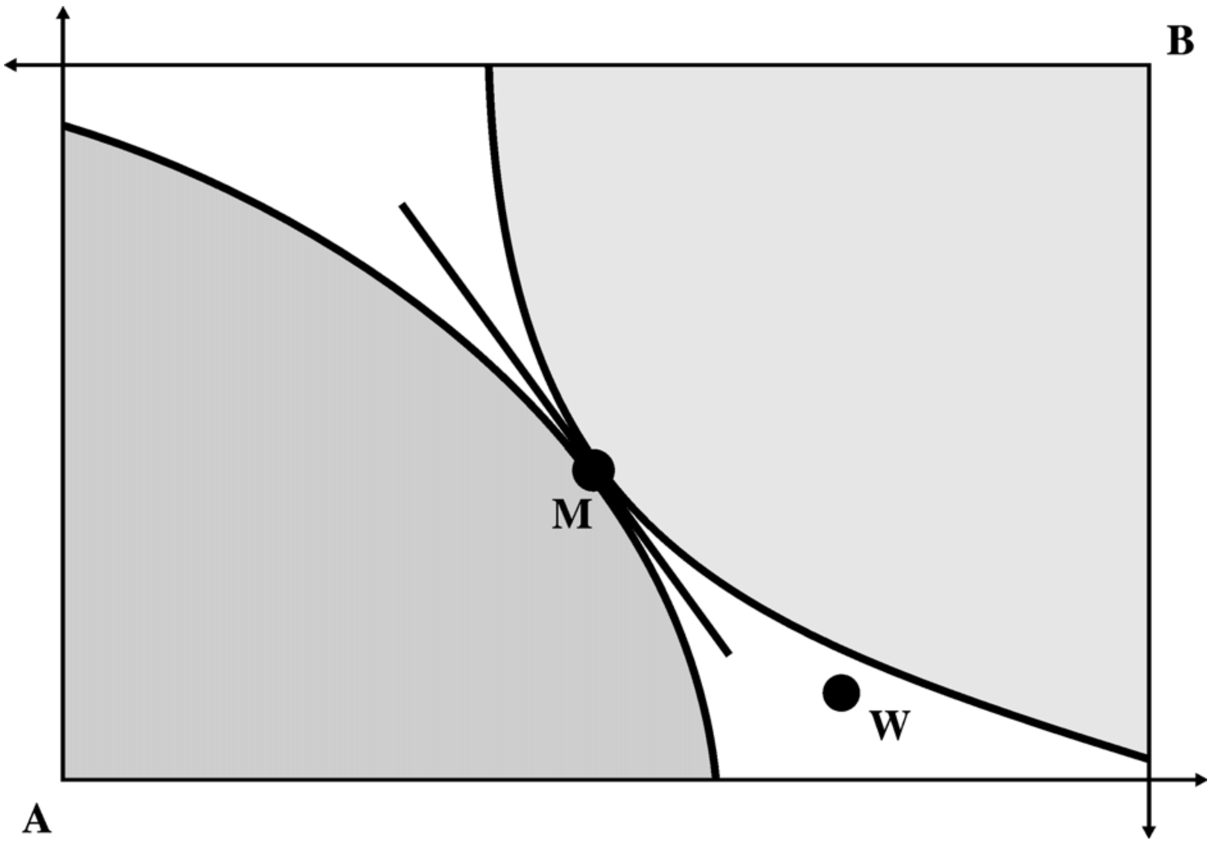
13.8
Az indulókészlethez (W) képest “A” és “B” által egyaránt preferált allokációk halmaza



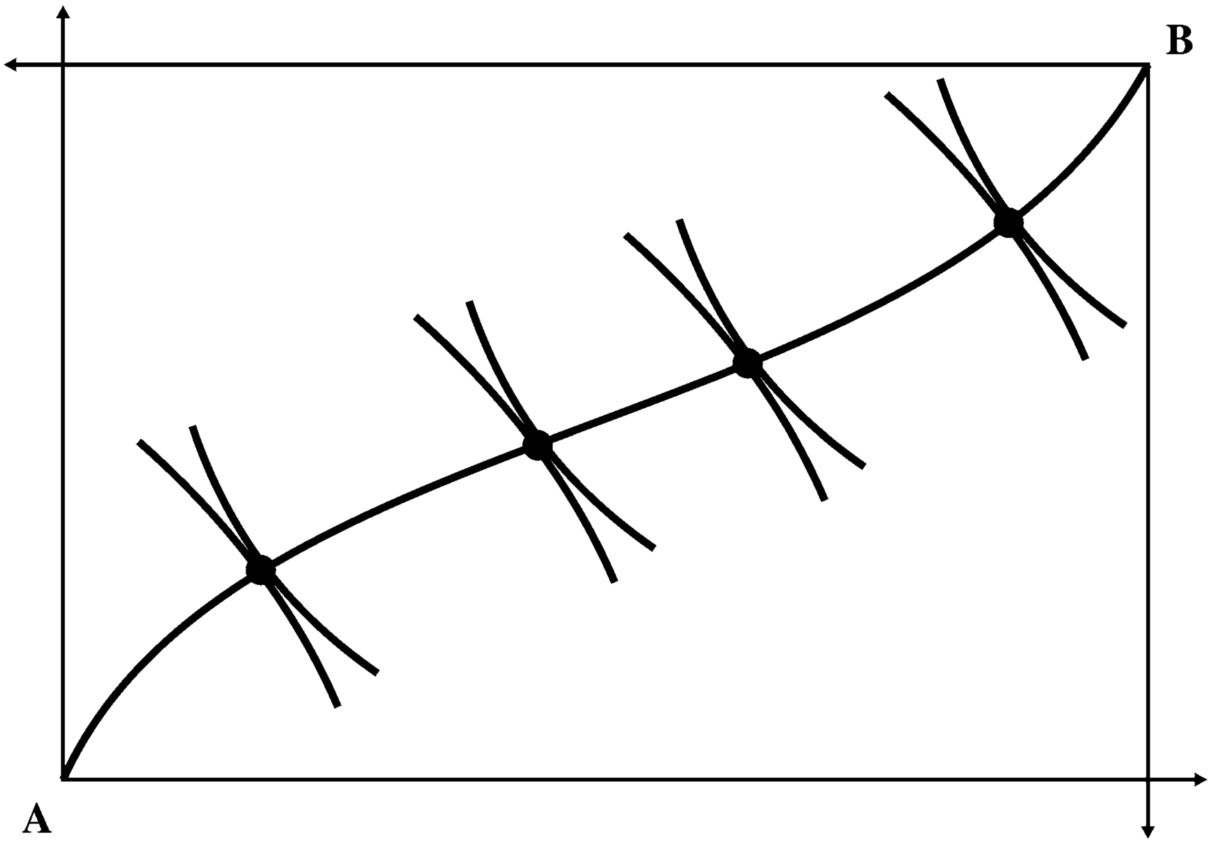
13.9
A kölcsönösen preferált allokációk halmazának szűkítése cserék révén



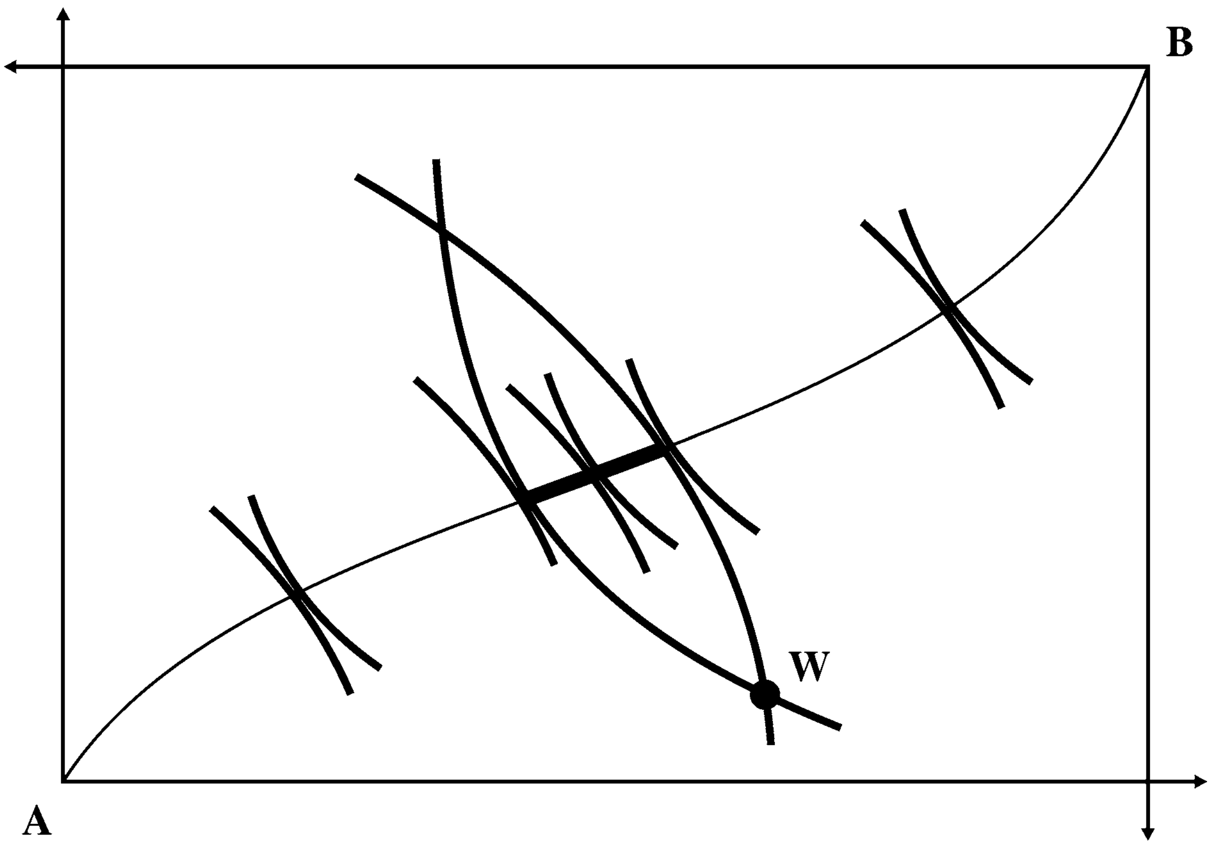
13.10
Pareto-hatékony allokáció



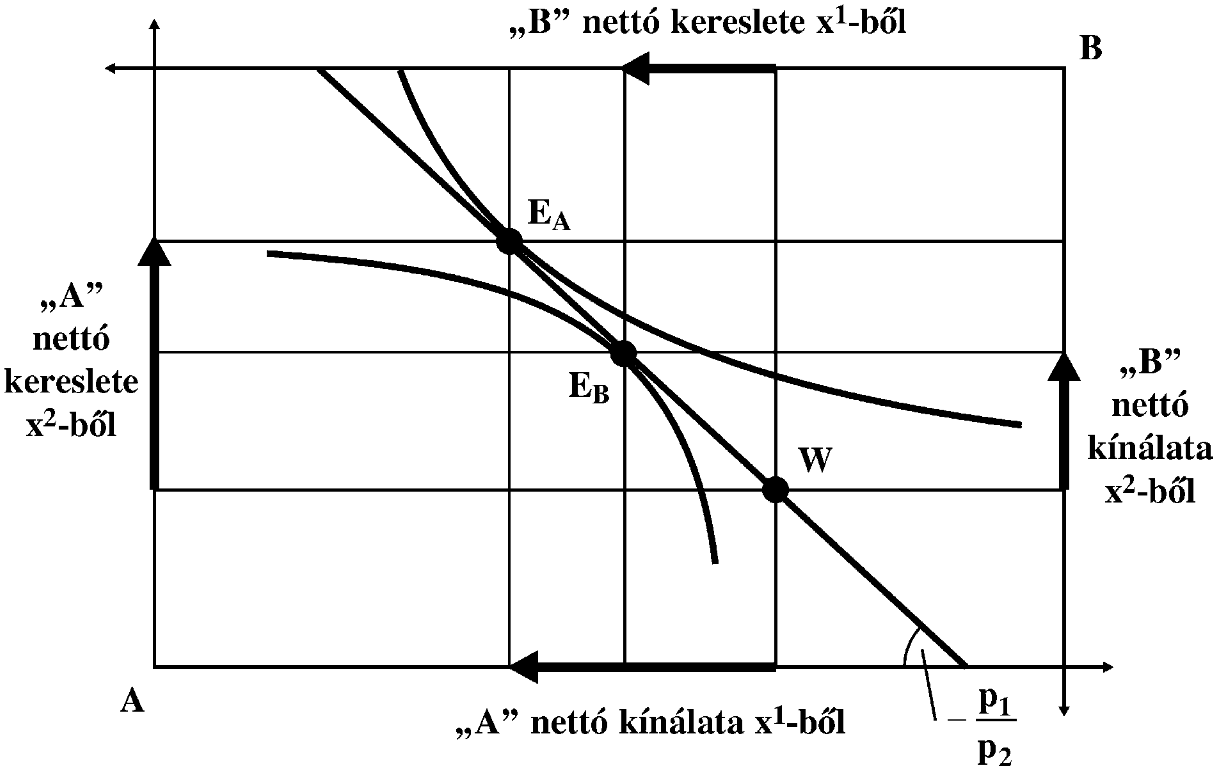
13.11
A szerződési görbe



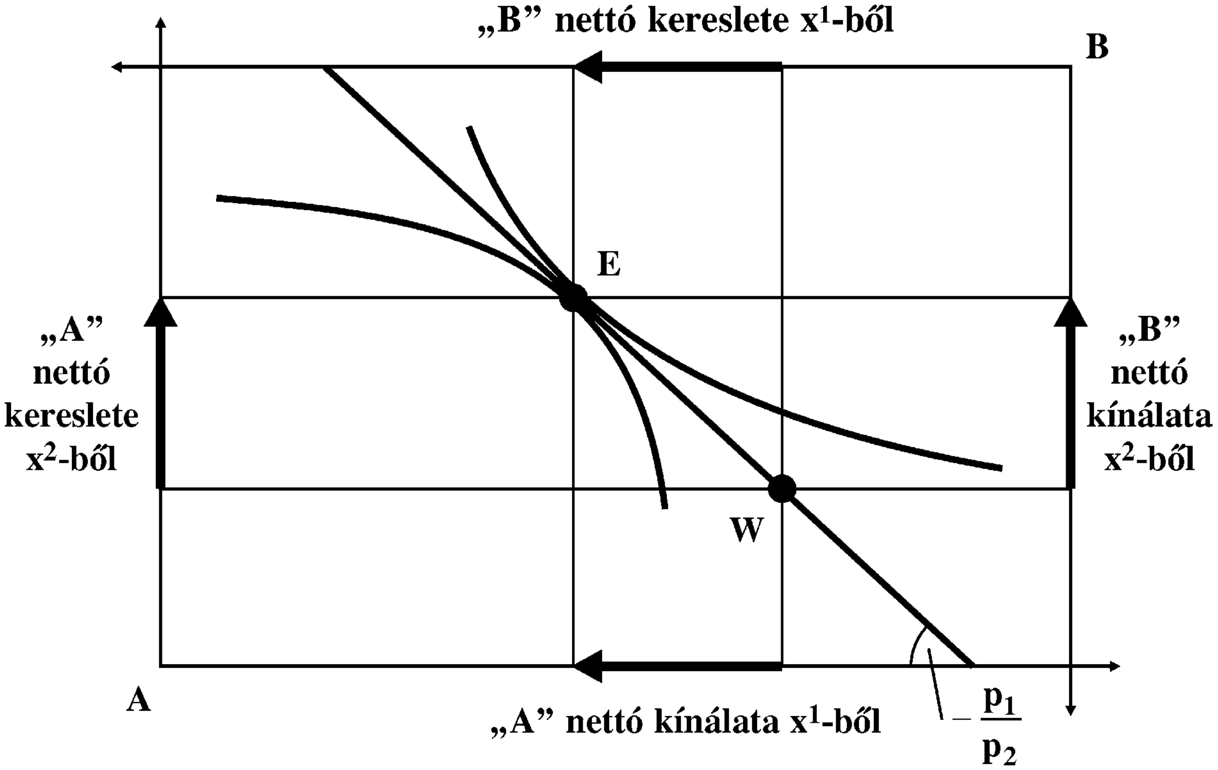
13.12
Adott indulókészletek (W) melletti végső allokációk halmaza



13.13
Tetszőleges árak mellett a piacok általában nincsenek egyensúlyban



13.14
Egyensúly az Edgeworth-négyszögben



13.15
A Pareto-hatékony elosztásokat meghatározó feladat

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} u_A(x_A^1, x_A^2)$$

$$\text{k. f.}: \begin{cases} u_B(x_B^1, x_B^2) = \tilde{u}_B \\ x_A^1 + x_B^1 = \omega^1 \\ x_A^2 + x_B^2 = \omega^2 \end{cases}$$

13.16
A Pareto-hatékony elosztásokat meghatározó feladat megoldása (1)

A Lagrange-függvény

$$\begin{aligned}\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} L = {} & u_A(x_A^1, x_A^2) \\ & -\lambda\left[u_B(x_B^1, x_B^2) - \tilde{u}_B\right] \\ & -\mu_1\left[x_A^1 + x_B^1 - \omega^1\right] \\ & -\mu_2\left[x_A^2 + x_B^2 - \omega^2\right],\end{aligned}$$

ahol: λ, μ_1, μ_2 **Lagrange-szorzók**

$(\lambda > 0,\ \mu_1 > 0,\ \mu_2 > 0)$

13.17
A Pareto-hatékony elosztásokat meghatározó feladat megoldása (2)

Elsőrendű feltételek:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu_1 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = \lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu_1 = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = \lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu_2 = 0 \qquad (4)$$

13.18
A Pareto-hatékonysági feltételek

(1)-et a (2)-vel elosztva megkapjuk:

$$\mathbf{MRS_A} = \frac{\partial \mathbf{u_A} / \partial \mathbf{x_A^1}}{\partial \mathbf{u_A} / \partial \mathbf{x_A^2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad \textbf{(5)}$$

(3)-at a (4)-gyel elosztva megkapjuk:

$$\mathbf{MRS_B} = \frac{\partial \mathbf{u_B} / \partial \mathbf{x_B^1}}{\partial \mathbf{u_B} / \partial \mathbf{x_B^2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad \textbf{(6)}$$

összefüggéseket.

13.19
A fogyasztói döntés optimumfeltételei

$$\mathbf{MRS_A = \frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{p_1}{p_2}} \qquad \mathbf{(7)}$$

$$\mathbf{MRS_B = \frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{p_1}{p_2}} \qquad \mathbf{(8)}$$

Az egyensúlyban az egyéni optimum feltételeinek is teljesülniük kell (érintőfeltétel!).

13.20
Piaci egyensúlyi feltételek

Egyensúlyi árak: (p_1^*, p_2^*)

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1$$

$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2$$

Vagyis: x^1, illetve x^2 jószág összkereslete megegyezik x^1, illetve x^2 összkínálatával.

13.21
A j-edik fogyasztó i-edik termékre vonatkozó túlkeresleti függvénye

$$\left.\begin{aligned} e_A^1(p_1,p_2) &= x_A^1(p_1,p_2) - \omega_A^1 \\ e_A^2(p_1,p_2) &= x_A^2(p_1,p_2) - \omega_A^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{„A”}$$

$$\left.\begin{aligned} e_B^1(p_1,p_2) &= x_B^1(p_1,p_2) - \omega_B^1 \\ e_B^2(p_1,p_2) &= x_B^2(p_1,p_2) - \omega_B^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{„B”}$$

13.22
Aggregált túlkeresleti függvények

Termék (i)	Fogyasztó (j)		Aggregálva
	A	B	
x^1	$e_A^1(p_1, p_2)$	$e_B^1(p_1, p_2)$	$z^1(p_1, p_2) = e_A^1 + e_B^1$
x^2	$e_A^2(p_1, p_2)$	$e_B^2(p_1, p_2)$	$z^2(p_1, p_2) = e_A^2 + e_B^2$
Aggregálva	$z_A(p_1, p_2) =$ $p_1 e_A^1 + p_2 e_A^2$	$z_B(p_1, p_2) =$ $p_1 e_B^1 + p_2 e_B^2$	$z(p_1, p_2) =$ $z_A(p_1, p_2) + z_B(p_1, p_2) =$ $p_1\left[e_A^1 + e_B^1\right] + p_2\left[e_A^2 + e_B^2\right]$

13.22
Aggregált túlkeresleti függvények (folytatás)

<table>
<tr><th rowspan="2">Termék</th><th colspan="2">Fogyasztó</th><th rowspan="2">Aggregálva</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th></tr>
<tr><td>x^1</td><td>e^1_A</td><td>e^1_B</td><td rowspan="2">Az egyes termékek aggregált túlkeresleti függvényei</td></tr>
<tr><td>x^2</td><td>e^2_A</td><td>e^2_B</td></tr>
<tr><td>Aggregálva</td><td colspan="2">Az egyes fogyasztók aggregált túlkeresleti függvényei</td><td>Az aggregált (piaci) túlkeresleti függvény</td></tr>
</table>

13.23
A Walras-törvény

Kimondja: az aggregált (piaci) túlkereslet értéke azonosan egyenlő zérussal:

$$\mathbf{z(p_1,p_2) = p_1 z^1(p_1,p_2) + p_2 z^2(p_1,p_2) \equiv 0,}$$

vagy, ami ugyanaz:

$$\mathbf{z(p_1,p_2) = z_A(p_1,p_2) + z_B(p_1,p_2) \equiv 0.}$$

13.24
A Walras-törvény bizonyítása

A és B szereplő költségvetési korlátja (j=A, B):

$$p_1 x_j^1(p_1, p_2) + p_2 x_j^2(p_1, p_2) = p_1 \omega_j^1 + p_2 \omega_j^2 \qquad (1)$$

Átrendezve:

$$p_1[x_j^1(p_1, p_2) - \omega_j^1] + p_2[x_j^2(p_1, p_2) - \omega_j^2] \equiv 0 \qquad (2)$$

Az *egyedi fogyasztók termékspecifikus* túlkeresleti függvényeire lefordítva:

$$p_1 e_A^1(p_1, p_2) + p_2 e_A^2(p_1, p_2) \equiv 0 \qquad (3a)$$

$$p_1 e_B^1(p_1, p_2) + p_2 e_B^2(p_1, p_2) \equiv 0 \qquad (3b)$$

Az *egyes fogyasztókra aggregált* túlkeresleti függvényekre lefordítva (3a ≡ 4a és 3b ≡ 4b):

$$z_A(p_1, p_2) \equiv 0 \qquad (4a)$$

$$z_B(p_1, p_2) \equiv 0 \qquad (4b)$$

(4a)-t és (4b)-t összeadva:

$$z_A(p_1, p_2) + z_B(p_1, p_2) \equiv 0 \qquad (5)$$

13.24
A Walras-törvény bizonyítása (folytatás)

Vagy másképpen megfogalmazva, az *egyes termékekre aggregált* túlkeresleti függvényekből származtatva:

$$p_1 z^1(p_1, p_2) + p_2 z^2(p_1, p_2) \equiv 0 \qquad (6)$$

(5) és (6) természetesen ekvivalens.

Ez a Walras-törvény.

13.25
A Walras-törvény következménye

Tegyük fel, hogy egy (p_1^*, p_2^*) árrendszer esetén:

$$z^1(p_1^*, p_2^*) = 0. \tag{1}$$

A Walras-törvény értelmében

$$p_1^* z^1(p_1^*, p_2^*) + p_2^* z^2(p_1^*, p_2^*) \equiv 0, \tag{2}$$

ezért tetszőleges $p_2^* > 0$ mellett igaz az, hogy

$$z^2(p_1^*, p_2^*) = 0. \tag{3}$$