MIKRO-
ÖKONÓMIA
ELŐADÁSVÁZLATOK

11. előadás

PIACI KERESLET (2)

Kertesi Gábor

Varian 15. fejezete erősen átdolgozva

11.1 Állandó rugalmasságú keresleti görbe

– Olyan keresleti görbe, amit technikailag könnyű kezelni. Ezért szeretik a közgazdászok. Hogyan fest az állandó rugalmasságú keresleti görbe? Már ismerjük a rugalmasság log-derivált formuláját, ebből lehet következtetni, hogy egy log-log függvényről van szó. Ha vesszük ennek a függvénynek az exponenciális transzformáltját, láthatjuk, hogy az állandó rugalmasságú keresleti görbe nem más, mint az ár ε hatványra emelt függvénye, ahol ε természetesen nem más, mint a keresleti görbe minden pontjában konstans értékű rugalmasság.

11.1 fólia

– Az állandó rugalmasságú keresleti függvényt általánosabban is felírhatjuk úgy, hogy a függvény összes argumentumát kiírjuk: nevezetesen nemcsak a saját-árhatást, hanem a keresztárhatást és a jövedelemhatást is. Ekkor az előbbiekkel teljesen analóg módon, ezt kapjuk.

11.2 fólia

– Az ilyen keresleti függvények igen vonzó tulajdonsága az, hogy statisztikai-ökonometriai módszerekkel – melyekről későbbi tanulmányaik során (a harmadévben) maguk is tanulnak majd – könnyen becsülhetők. Meg is szokták mérni őket.

11. 2 Egy mérési eredmény elemzése: a kávé iránti kereslet

– A kávé iránti kereslet meglehetősen stabil, de a kínálat erősen váltakozó attól függően, hogy a nagy kávétermelő országokban (Brazíliában például) hogyan alakul a termés. Ennek következtében komolyabb mértékben váltakozik az időben a kávé ára és fogyasztása. *Van mit megfigyelni a keresleti függvény becsléséhez*. (Az alábbi ábrán a kínálati görbéket jellemző évszámok csak hasraütésszerűen vannak megadva, azt hivatottak szemléltetni, hogy a kínálat az időben ide-oda tolódik: ha jó a termés, nő a kínálat: a kínálati görbe ilyenkor jobbra tolódik; ha rossz a termés, csökken a kínálat: a kínálati görbe ilyenkor balra tolódik.)

11.3 fólia

– Fontos dolog megérteni: a statisztikusok csak azt tudják megmérni, ami *ténylegesen megvalósult esemény*. A keresleti és kínálati görbék metszéspontjai ilyenek. A keresleti görbe nem minden pontja ilyen: a görbe pontjainak legnagyobb része olyan esemény, amely azt mutatja meg, hogy adott ár mellett mekkora **lenne** a fogyasztás. Ha a kínálati görbe nem ott metszi a keresletet, akkor a keresleti görbe e pontja nem megfigyelhető. Ezért szükséges az, hogy *jó néhány különböző időpontban megfigyeljük* a piaci árat és a fogyasztott mennyiséget, hogy ezekből az információkból (a valamikor megvalósult egyensúlyi pontokból) következtessünk a keresleti görbe azon pontjaira (szakaszaira) is, melyeket (minthogy még nem valósultak meg) nem lehet közvetlenül megfigyelni.

– Egy becslés eredményeit ismertetem: az Egyesült Államok 1963 és 1977 közti kávéfogyasztása a példa. Ehhez gyűjtöttek árinformációkat és adatokat az aggregált kávéfogyasztásról (meg a fogyasztás egyéb fontos körülményeiről, pl. egy fontos helyettesítő, a tea áráról). Igy összességében 15 év * 12 hónap, azaz összesen 180 darab havi megfigyeléssel rendelkeztek. A statisztikai elemzéshez ez – mint majd a Statisztika II. tárgyban tanulni fogják –, ennyi változó esetén nagyjából elegendő is.

– Állandó rugalmasságú keresleti függvényt becsültek, az alábbi formában:

11.4 fólia

– Értékeljük a kapott eredményeket. A kávé **saját árrugalmassága –0,16**, ez elég alacsony érték: azt jelenti, hogy ha – mondjuk 10 %-kal növekednék a kávé ára (minden egyéb körülmény változatlansá-ga mellett), akkor a kávéfogyasztás mindössze 1,6 %-kal esne vissza. A kávéfogyasztás meglehetősen rugalmatlan. A **jövedelemrugalmasság értéke +0,51**, ami azt jelzi, hogy a kávé normál jószág, de nem luxus-, hanem közszükségleti cikk ($0 < \eta_{im} \leq 1$). Fogyasztása, mondjuk, a jövedelem 10 %-os emelkedésével is csak kb. 5 %-kal nőne. Végül **a teával való kereszt-árrugalmasság értéke +0,15**, ami két dolgot is jelez. 1. Mivel $\varepsilon_{ct} > 0$ (a tea árának emelkedésével a kávé fogyasztása nő), nyilvánvaló, hogy a tea és a kávé egymás helyettesítői; azonban 2. a kereszt-árrugalmasság nagyságának ismeretében azt mondhatjuk, hogy a tea nem túlságosan erős helyettesítője a kávénak. Ha mondjuk a tea ára jelentősen, 10 %-kal nőne, a kávéfogyasztás ettől csak 1,5 %-kal lendülne föl.

– Noha a saját- és kereszt-árrugalmasság ismeretében megerősíthetjük magunkat abbéli előzetes hitünkben, hogy az emberek elég szilárdan ragaszkodnak kedvenc reggeli italukhoz, és az árváltozás által nem nagyon hagyják magukat befolyásoltatni; ennek ellenére észre kell vennünk – és ez itt nekünk, akik az árelméletet tanuljuk, igen lényeges –, hogy az emberek még ilyen, szokások által erősen befolyásolt termékek esetében is *reagálnak* az árak változására mint ösztönzőkre, még akkor is, ha ebben a speciális esetben a reakcióik meglehetősen lanyhák.

– Hogyan történik a mérés? Bár ez egy mikro-kurzus és nem statisztika, mégis nem árt erről néhány szót ejteni, hogy nagyjából tudjuk, hogyan megy egy ilyen függvény becslése. Harmadéves korukban azután pontosan megtanítják ezt maguknak a Statisztika II. tárgyban.

– Először is, mint említettem: megfigyelésekkel rendelkezünk a szóban forgó 15 év minden egyes hónapjára (összesen 180 hónapra). Pl. úgy, hogy az Egyesült Államok Statisztikai Hivatala megméri minden egyes időpontban (pl. 1968. augusztusában) a kávé fogyasztói átlagárát (dollár/font-ban, 1 font ≈ 0.5 kg.), és az Egyesült Államokban havonta értékesített összmennyiséget (ezer tonnában pl.). Összesen 180 ilyen megfigyelésünk van: 180 pontpár. Vegyük a megfigyelt jellemzők logaritmusát. Pl. a 2 dollár/font árat ln2-nek vagyis 0,693-nak, a hozzá tartozó – mondjuk 50 ezer tonna/hó mennyiséget pedig ln50-nek, vagyis: 3,912-nek. Az így transzformált 180 pontpárat egy grafikonon ábrázolhatjuk. A pontoknak jellegzetes vonulási irányuk lesz (nem összevissza szóródnak a grafikonon). *Többé-kevésbé* (sztochasztikusan) igaz az, amit a kereslet törvénye alapján el is várunk: minél magasabb az ár, annál kisebb a fogyasztás, minél alacsonyabb az ár, annál nagyobb a fogyasztás. A statisztikusok ezt az összefüggést a rendelkezésre álló pontok alapján úgy szokták megállapítani, hogy a pontokra illesztenek egy olyan görbét (jelen esetben: egy olyan egyenest), amely a lehető legjobban leírja a ponthalmaz jellegzetes vonulási irányát.

11.5 fólia

– Ez lesz a statisztikailag megbecsült keresleti görbe (rögzített jövedelem és rögzített teaár mellett!). Vegyük észre azt is, hogy csak a *logaritmizált* változókra illesztett keresleti görbe *lineáris*, az eredeti keresleti görbe nem az. Egy állandó árrugalmasságú keresleti görbét – egy hiperbolát – becsültünk meg. Ennyi nagyjából elég is lesz a mérésekkel kapcsolatos ismeretekből.

11.6 fólia

11. 3 A keresleti függvény tulajdonságai

– Most visszatérünk a a keresleti függvény általános jellemzéséhez. Megállapítunk, illetve felidézünk néhány általános tulajdonságot, amelyek hasznunkra lehetnek, ha keresleti függvényekkel dolgozunk.

I. tulajdonság: A keresleti függvény az árak és a jövedelem szerint nullad fokú homogén függvény

– Először is idézzük föl a matekból, mit jelent az, hogy egy függvény *k*-ad fokban pozitív homogén függvény. Ennek speciális esete a nulladfokú homogén függvény.

11.7 fólia

– Az az állítás, hogy a keresleti függvény nulladfokú homogén függvény, ennek megfelelően azt jelenti, hogy ha a függvény minden egyes argumentumát megszorozzuk egy pozitív *t* számmal, akkor az így transzformált keresleti függvény nem fog különbözni az eredeti keresleti függvénytől.

11.8 fólia

– Miért van ez így, és mit jelent ez, – mármint közgazdaságilag? Gondoljunk csak bele, hogyan származtatjuk a keresleti függvényt. A fogyasztó hasznosságmaximalizáló magatartásából. Vajon adott $u(x_1, x_2)$ hasznossági függvény és adott $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$ költségvetési korlát alapján származtatott keresleti függvény különbözik-e attól a keresleti függvénytől, amit ugyanezen $u(x_1, x_2)$ hasznossági függvényből, de a $tp_1x_1 + tp_2x_2 \leq tm$ költségvetési korlát alapján kaptunk meg?

11.9 fólia

– Nem, mert a fogyasztó döntését nem változtatja meg az, ha az összes árat és a jövedelmét – mondjuk – megduplázzuk. Reálértékben a jövedelme pontosan ugyanannyit ér, mint korábban, és az árarány sem változott. Ezt a jelenséget úgy nevezik a közgazdászok, hogy **nincs pénzillúzió**. A fogyasztó racionálisan viselkedik, tudja, hogy ha ugyanolyan arányban változnak az árak és a jövedelem, akkor reálértéken semmi sem változott.

– Mivel a *k*-ad fokban pozitív homogén függvényekre érvényes egy fontos matematikai tétel (az Euler-tétel), ezt alkalmazni fogjuk a nullad fokban homogén keresleti függvényre. Először azonban idézzük föl az Euler-tételt.

11.10 fólia

– Alkalmazzuk tehát az Euler-tételt a keresleti függvényre! Ekkor az alábbi formulához jutunk.

11.11 fólia

– Fogalmazzuk meg szavakban is az összefüggést, amelyet megkaptunk: **Egy adott jószág keresleti függvényéből kiszámítható árrugalmasságok és jövedelemrugalmasság összege éppen nullával egyenlő.** E megállapításból két fontos következmény adódik.

– **Egyik következmény**: Egy jószág kereslete annál rugalmasabb, minél több és közeli helyettesítője van, illetve minél nagyobb a jövedelemrugalmassága. Ezt az állítást a múlt óra végén már megfogalmaztuk, de akkor adósak maradtunk a bizonyítással. A bizonyítás kézenfekvő.

  Rendezzük át az előbb kapott egyenletet úgy, hogy a sajátár-rugalmasságot kifejezzük az összes kereszt-árrugalmasság, illetve a jövedelemrugalmasság függvényében. Normál jószágot alapul véve, a kereslet törvénye miatt a baloldalon szereplő sajátár-rugalmasság mínusz egyszerese egy pozitív szám, a jobboldalon szereplő jövedelemrugalmasság nyilvánvalóan pozitív szám, és nagysága értelemszerűen növeli a baloldalt. A kereszt-árrugalmasságok értékösszegét a helyettesítő termékek növelik (ez esetben ugyanis a kereszt-árrugalmasság pozitív), a komplementerek csökkentik (az ő esetükben a kereszt-árrugalmasság negatív). Ebből közvetlenül adódik a következtetés: minél több a közeli helyettesítő, annál nagyobb a baloldal (a sajátár-rugalmasság) értéke.

11.12 fólia

– **Másik következmény**: Ha egy adott jószág keresleti függvényéből kiszámítható árrugalmasságok és jövedelemrugalmasság összege éppen nullával egyenlő, akkor ebből bizonyos korlátozás adódik magukra a keresleti függvény együtthatóira nézve. Vegyük a leggyakrabban használatos, *állandó rugalmasságú* keresleti függvényt. Mint az óra elején láttuk, ennek a keresleti függvénynek az együtthatói nem mások, mint maguk az ár- és jövedelemrugalmasságok. Ennek megfelelően az egyenlet együtthatóinak összege éppen nullát kell hogy kiadjon. A becslés során tehát az alábbi egyenlőség teljesülését meg kell követelni.

11.13 fólia

II. tulajdonság: A jövedelemrugalmasságok súlyozott átlaga 1-et ad ki, ahol a súlyok nem mások mint az illető javak kiadási hányadai a fogyasztó költségvetésében.

11.14 fólia
11.15 fólia

– Vegyük a fogyasztó költségvetési korlátját az egyensúlyi pontban! Ez azt jelenti, hogy a fogyasztott mennyiségek optimálisak (vagyis az árak és a jövedelem függvényei). Írjuk így fel a költségvetési korlát egyenletét! Rögzítsük az árakat, és változtassuk egyedül a fogyasztó jövedelmét! Mit jelent ez? Azt, hogy az előbbiekben felírt egyenletet egyedül a jövedelem szerint differenciáljuk. Mit csinálunk ekkor? A jól ismert jövedelem-ajánlati görbe mentén haladunk, vagyis a jövedelemnövekményt – melynek értékét egységnyinek vesszük – árarányosan felosztjuk a két jószág fogyasztásának növelésére. További egyszerű azonos átalakításokkal megkapjuk a bizonyítani kívánt összefüggést (v_i nyilvánvalóan nem más mint az i-dik jószágra való kiadás hányada a fogyasztó teljes költségvetésében. Ezt az i-edik jószágra fordított kiadási hányadnak nevezzük.)

Következmény: Az 1-nél nagyobb jövedelmerugalmasságú luxus javakat szükségképpen ellensúlyozzák azok a jószágok, melyeknek a jövedelemrugalmassága 1-nél kisebb (a közszükségleti cikkek és az alsóbbrendű javak).

III. tulajdonság (a kereslet törvénye): normál javak esetén a keresleti görbe negatív (nem pozitív) lejtésű. Ezt a fontos összefüggést most újra kimondjuk rugalmassági fogalmak segítségével.

– Induljunk ki a két előadással ezelőtt levezetett Szluckij-tételből, és végezzük el az alábbi azonos átalakításokat.

11.16 fólia

– A Szluckij-tétel ebben a rugalmasságokra átírt formában azt mondja ki: a kereslet árrugalmassága – akár a sajátár-rugalmasságról van szó, akár a kereszt-árrugalmasságról – egyenlő a kompenzált (vagy hicksi) árrugalmassággal mínusz az illető jószág kiadási hányadával súlyozott jövedelemrugalmassággal. Természetesen itt is arról van szó, hogy az árváltozás teljes keresleti hatását felbontjuk helyettesítési hatásra és jövedelemhatásra.

– A mi kéttermékes esetünk egyik keresleti függvényére konkretizálva, ez a következőket jelenti:

11.17 fólia

– A kereslet törvénye rugalmassági fogalmakban is elmondható:

11.18 fólia

– A *helyettesítési hatás (kompenzált árrugalmasság) mérése* a Szluckij-tétel rugalmasságokra átírt változata alapján könnyűszerrel elvégezhető, csak át kell rendeznünk az előzőekben levezetett egyenletet, és az *ismeretlen* kompenzált árrugalmasságot az *ismert* (kompenzálatlan) rugalmasságok segítségével kifejeznünk.

11.19 fólia

– Ha visszatérünk az előadás során már ismertetett kávékeresleti példára, akkor – ha a példát kiegészítenénk egy olyan információval, hogy az Egyesült Államokban az átlagos fogyasztó 1963 és 1977 között jövedelmének (mondjuk) 1 százalékát költötte kávé-fogyasztásra –, akkor könnyűszerrel kiszámíthatnánk a helyettesítési hatás mértékét kifejező kompenzált sajátár-ugalmasság értékét az alábbi módon:

11.20 fólia

– Vagy vegyünk egy másik példát, ahol a mértékek miatt a hatások szembetűnőbbek! akásvásárlásról van szó, ahol a lakás méretét a szobaszámmal mérjük. A fogyasztás egysége az egy pótlólagos szoba iránti kereslet a pótlólagos szoba építési költsége, mint ár függvényében (ez utóbbi szóródik, hiszen az építési költségek földrajzilag erősen szóródnak). Árrugalmasság: ha 1 %-kal csökken az ár, hány %-kal nő a plusz egy szoba iránti kereslet például azáltal, hogy azok közül, akik eddig az adott áron k szobás lakást vettek volna, most többen vannak azok, akik az új áron k+1 szobás lakást kívánnak vásárolni. Itt mi egyetlen becslés eredményét közöljük: olyan háztartásokra vonatkozó becslés eredményeit, amelyekben a házaspárral együtt egyetlen eltartott gyerek él, és amelyekben a háztartásfő életkora nagyobb vagy egyenlő mint 50 év:

11.21 fólia

– Ehhez a tulajdonsághoz tartozik, ezért itt említjük meg, hogy – mivel a keresztárhatásnak kétfajta mértéke van: kompenzálatlan (vagy bruttó) keresztárhatás, illetve kompenzált (vagy nettó) keresztárhatás –, ezért a keresztárhatások révén definiált helyettesítő, illetve kiegészítő javaknak is két definíciója van, attól függően, hogy a definíció során a keresztárhatásba beszámítjuk-e a jövedelemhatást is (bruttó mérték), vagy kizárólag a helyettesítési hatást számítjuk be (nettó mérték). Ennek megfelelően két jószág lehet egymással bruttó helyettesítő vagy bruttó kiegészítő viszonyban, illetve lehet egymással nettó helyettesítő vagy nettó kiegészítő viszonyban. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért táblázatba foglaltam e meghatározásokat, és előtte felidézem mégegyszer a definíciók alapjául szolgáló, rugalmassági terminusokban megfogalmazott Szluckij-tételt.

11.22 fólia

– A Szluckij-egyenlet további manipulálásával egy további érdekes rugalmassági összefüggést állapíthatunk meg: **A kompenzált árrugalmasságok összege (a sajátárhatásé és keresztárhatásoké) nullát ad ki.**

11.23 fólia

– **Következmény:** Mivel a kompenzált saját-árrugalmasság mindig negatív ($\varepsilon_{ii}^{*} < 0$), ezért kell lennie legalább egy olyan terméknek, amelyre nézve a kompenzált kereszt-árrugalmasság okvetlenül pozitív ($\varepsilon_{ij}^{*} > 0$). Másképpen megfogalmazva: ez azt jelenti, hogy minden normál jószágnak kell hogy legyen *legalább egy* nettó helyettesítője (és nem feltétlenül van nettó kiegészítője).

11.24 fólia

Megjegyezzük itt, hogy ez az oka annak, hogy amikor a kéttermékes modellben grafikusan próbáltuk ábrázolni a helyettesítési hatást és a jövedelemhatást, nem tudtunk olyan esetet konstruálni, hogy a helyettesítési hatás előjele mindkét termék esetében azonos legyen. Kéttermékes esetben ez elvileg lehetetlen.

– A rugalmassági terminusokban újrafogalmazott, és általános formában felírt Szluckij-tételből, valamint a nettó és bruttó helyettesítők, illetve kiegészítők definíciójából világosan látszik, hogy igen ravasz összefüggések állhatnak fenn két termék között. Hogy csak egy példát említsünk: még az is előfordulhat, hogy egy termékpár egymás nettó helyettesítője, és egyszersmind egymás bruttó komplementere. Ez persze abból adódik, hogy kereszthatá-sok esetén a helyettesítési és jövedelemhatás ellentétes előjelű is lehet. Innentől kezdve minden a hatások egymáshoz viszonyított erősségén múlik.

11.25 fólia

IV. tulajdonság: A kompenzált keresztárhatások szimmetrikusak

– Igen kézenfekvő tulajdonságról van szó: ha az *i*-edik termék a *j*-edik terméknek nettó helyettesítője (vagy kiegészítője), akkor nyilván elvárható az is, hogy ha a *j*-edik termék is nettó helyettesítője (vagy kiegészítője) legyen az *i*-edik terméknek. A kompenzált (hicksi) keresleti függvény természetesen rendelkezik is ezzel a tulajdonsággal. A tulajdonságot matematikailag így fogalmazhatjuk meg (a bizonyítást e helyütt mellőzzük, mivel az *némileg* nehezebb az általában ennek a kurzusnak a során alkalmazott matematikai anyagnál):

11.26 fólia

– Ha ezt a tulajdonságot megpróbáljuk rugalmassági fogalmakba átírni, akkor egy kellemetlen dologba ütközünk: a kompenzált kereszt-árrugalmasságokra a szimmetria-tulajdonság nem teljesül.

11.27 fólia

Ez baj, mert a kompenzált helyettesítési hatások mérése érdekében olyan mutatóra lenne szükségünk, amelyre a szimmetria teljesül.

– A közgazdászok ezen a gondon igen egyszerűen segítettek: kitaláltak egy másik mutatót, amely a szimmetria előnyös tulajdonságával is rendelkezik. Nem kell mást tennünk, mint az eddig tanult kompenzált helyettesítési rugalmasságot el kell osztanunk a megfelelő jószág kiadási hányadával. Az új rugalmassági mutatót **Hicks-Allen féle helyettesítési rugalmasságnak** nevezik, és szigmával szokták jelölni.

11.28 fólia

– A helyettesítési hatások mérésének – legyenek azok sajátár-hatások vagy keresztárhatások – ez az általánosan elterjedt mérőeszköze. Ha tehát kinyitnak egy szakmai folyóiratot, akkor a keresleti függvények (vagy pl. munkakínálati függvények) mérésekor az esetek túlnyomó többségében ezzel a mérési eszközzel fognak találkozni. Ezért foglalkozunk ilyen sokat ezekkel a formulákkal. Szeretnénk ugyanis elérni, hogy képesek legyenek önállóan a szakirodalmat olvasni.

11. 4 Összefoglaló

– A jobb áttekinthetőség kedvéért egy táblázatban összefoglaljuk az ennek az előadásnak a során tanult rugalmassági formulákat:

11.29 fólia

Alfred Marshall
(1842–1924)

John R. Hicks
(1904–1989)

MIKRO-
ÖKONÓMIA
ELŐADÁSVÁZLATOK

11. előadás

PIACI KERESLET (2)

MELLÉKLET

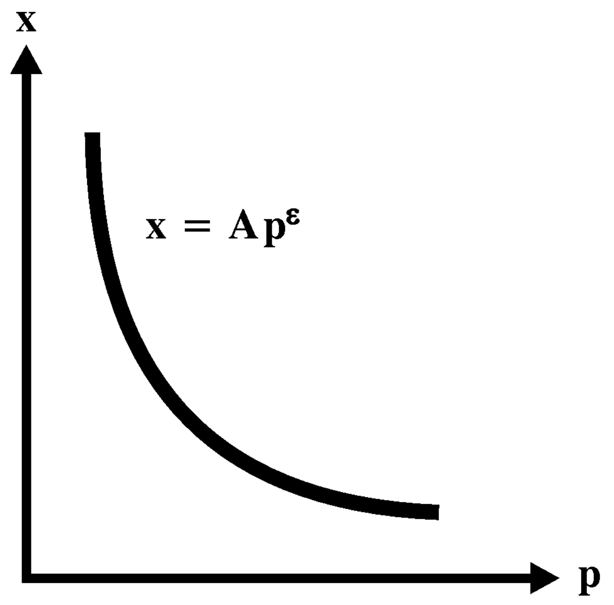
Kertesi Gábor

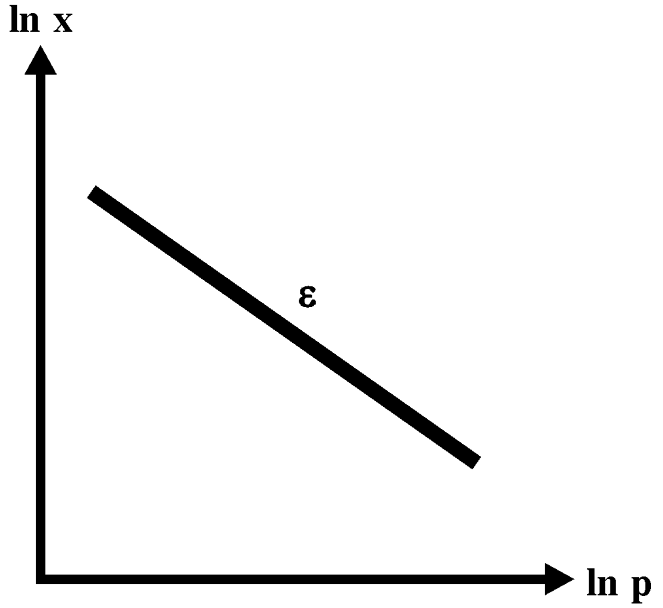
11.1
Állandó rugalmasságú keresleti görbe

$$\ln x = a + \varepsilon \cdot \ln p \Rightarrow \frac{d \ln x}{d \ln p} = \varepsilon \qquad (1)$$

$$e^{\ln x} = e^{\alpha} \cdot e^{\varepsilon \cdot \ln p}; \qquad \text{legyen } A = e^{\alpha} \qquad (2)$$

$$x = A \cdot p^{\varepsilon} \qquad (3)$$





11.2
Állandó rugalmasságú keresleti függvény

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m) \tag{1}$$

$$x_1 = \alpha \cdot p_1^a \cdot p_2^b \cdot m^c \tag{2}$$

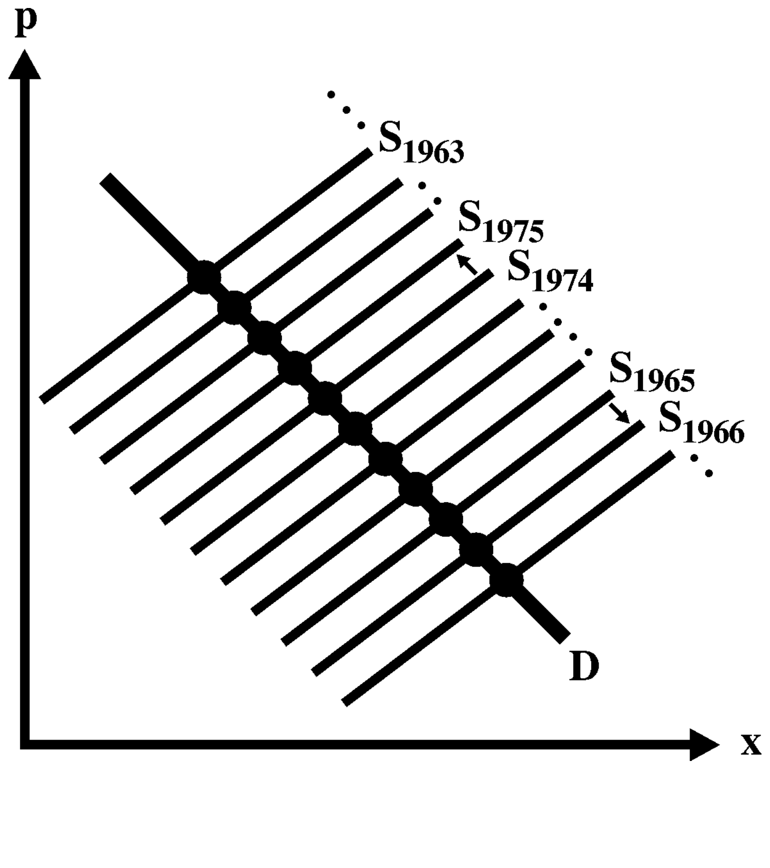
$$\ln x_1 = A + a \cdot \ln p_1 + b \cdot \ln p_2 + c \cdot \ln m \tag{3}$$

$$a = \frac{\partial \ln x_1}{\partial \ln p_1} = \varepsilon_{11} \tag{4}$$

$$b = \frac{\partial \ln x_1}{\partial \ln p_2} = \varepsilon_{12} \tag{5}$$

$$c = \frac{\partial \ln x_1}{\partial \ln m} = \eta_{1m} \tag{6}$$

11.3
A kávéfogyasztás változása 1963 és 1977 között
(illusztráció)



11.4
A kávé iránti kereslet becslése, USA 1963–1977*

c = a kávé fogyasztása (ezer tonna/hó)

p_c = a kávé egységára (dollár/font, 1 font ≈ ½ kg)

p_t = a tea egységára (dollár/font, 1 font ≈ ½ kg)

m = fogyasztói jövedelem (dollár)

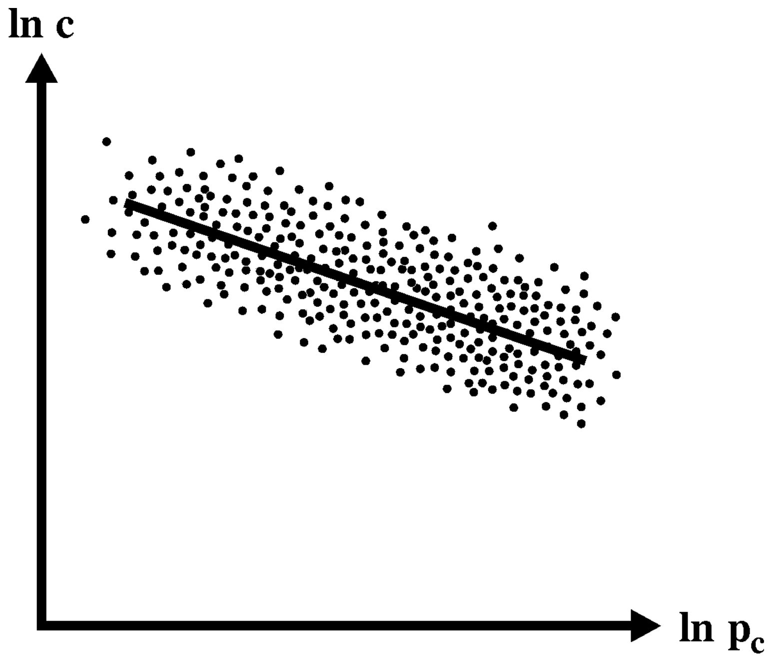
T = idő (1963. jan.=1; 1963. feb.=2; … ;
1977. dec.=180)

Állandó rugalmasságú becsült keresleti függvény:

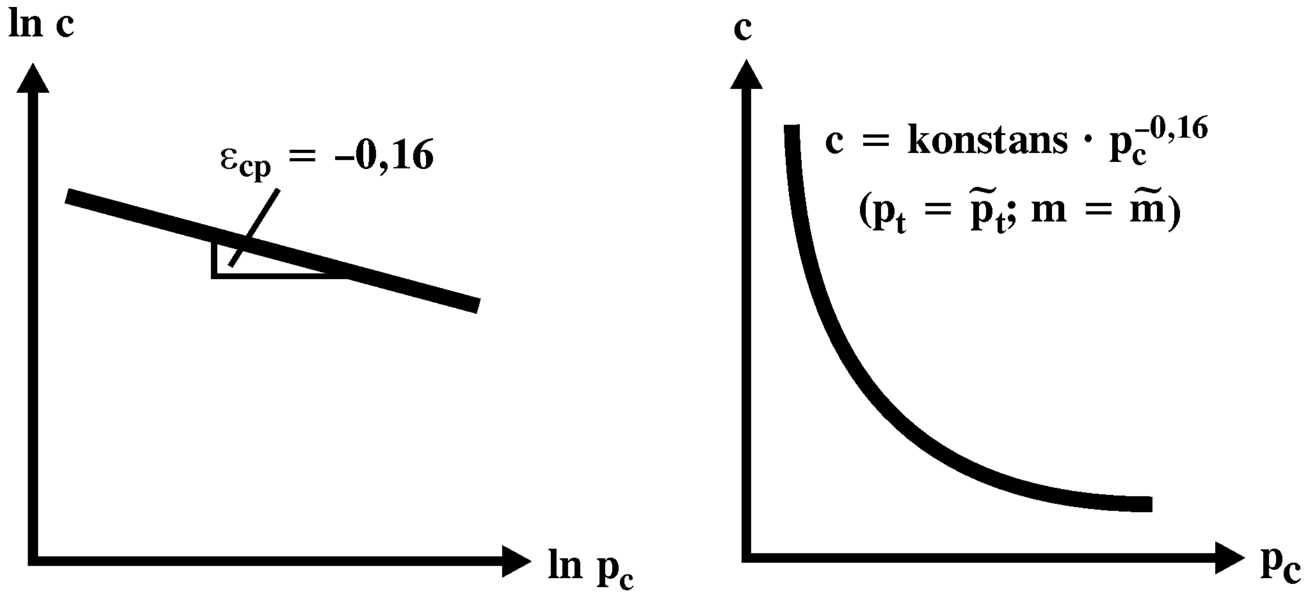
$$\ln c = \text{konstans} - 0{,}16 \cdot \ln p_c + 0{,}15 \cdot \ln p_t + 0{,}51 \cdot \ln m - 0{,}009T$$

* Forrás: Hirshleifer- Hirshleifer (1999), 5.5. példa.

11.5
A ponthalmaz jellegzetes vonulási irányát legjobban leíró egyenes



11.6
A kávé statisztikailag megbecsült keresleti görbéje



$$\varepsilon_{cp} = \frac{\partial \ln c}{\partial \ln p_c} = -0,16$$

11.7
k-ad fokban pozitív homogén függvény definíciója

k-ad fokban (k tetszőleges szám) pozitív homogén függvény:

$$z = f(tx, ty) = t^k \cdot f(x, y) \qquad t > 0$$

Speciális esetek:

– **elsőfokú homogén függvény:**

$$z = f(tx, ty) = t \cdot f(x, y) \qquad t > 0$$

– **nulladfokú homogén függvény:**

$$z = f(tx, ty) = f(x, y) \qquad t > 0$$

11.8
A keresleti függvény nulladfokú homogén függvény

$$x_i = x_i(tp_1, tp_2, tm) = x_i(p_1, p_2, m)$$

- ahol: $t > 0$

$i = 1,2$

11.9
A keresleti függvény nulladfokú homogén függvény ⇒ nincs pénzillúzió

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) \qquad\qquad \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)$$

$$\text{kf}: p_1 x_1 + p_2 x_2 \le m \qquad\qquad \text{kf}: t \cdot p_1 x_1 + t \cdot p_2 x_2 \le t \cdot m$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_i = x_i(p_1, p_2, m) \\ i = 1,2 \end{array}}$$

Mindkét feladatból <u>ugyanazok</u> a marshalli keresleti függvények származtathatók.

11.10
Euler-tétel

Ha egy függvény k-ad fokban pozitív homogén, vagyis ha:

$$z = f(tx, ty) = t^k \cdot f(x, y) \qquad \forall t > 0,$$

akkor igaz, hogy:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot y = k \cdot f(x, y), \text{ amennyiben } t = 1$$

(Bizonyítást lásd: Sydsaeter-Hammond 535–536. oldalán)

Nulladfokú homogén függvényekre (speciális eset) igaz:

Ha: $$z = f(tx, ty) = f(x, y),$$

akkor: $$\frac{\partial f}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot y = 0.$$

11.11
Alkalmazzuk az Euler-tételt a keresleti függvényre, amely (mint tudjuk) nulladfokú homogén függvény

Mivel $\mathbf{x_i = x_i(tp_1, tp_2, tm) = x_i(p_1, p_2, m)}$, **ezért:** **(1)**

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_1} p_1 + \frac{\partial x_i}{\partial p_2} p_2 + \frac{\partial x_i}{\partial m} m = 0 \qquad \text{(Euler)} \qquad (2)$$

Osszuk végig (2) -t $\mathbf{x_i}$ -vel!

$$\frac{\partial x_i}{x_i} / \frac{\partial p_1}{p_1} + \frac{\partial x_i}{x_i} / \frac{\partial p_2}{p_2} + \frac{\partial x_i}{x_i} / \frac{\partial m}{m} = 0 \qquad (3)$$

Vagyis: $$\varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} + \eta_{im} = 0 \qquad (4)$$

Általánosabban:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{2} \varepsilon_{ij} + \eta_{im} = 0 \quad ; \quad i=1,2} \qquad (5)$$

11.12
Egy jószág kereslete annál rugalmasabb, minél több és közeli helyettesítője van, illetve minél nagyobb a jövedelemrugalmassága

Normál javak esetén: $\eta_{im} > 0$ **és** $\varepsilon_{ii} < 0$ $\left(\Rightarrow -\varepsilon_{ii} > 0\right)$

Így:

$$-\varepsilon_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \varepsilon_{ij} + \eta_{im}$$

helyettesítők $\varepsilon_{ij} > 0$

kiegészítők $\varepsilon_{ij} < 0$

11.13
A keresleti függvény együtthatóira nézve érvényes egy korlátozás: az együtthatók összege nulla kell legyen!

Például: $x_i = \alpha \cdot p_1^a \cdot p_2^b \cdot m^c$ **állandó rugalmasságú keresleti függvény esetében a becslés során érvényesíteni <u>kell</u> az alábbi korlátozást:**

$$a + b + c = 0.$$

Ez egyenesen következik a

$$\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij} + \eta_{im} = 0$$

tulajdonságból (lásd: 11.11 fólia!)

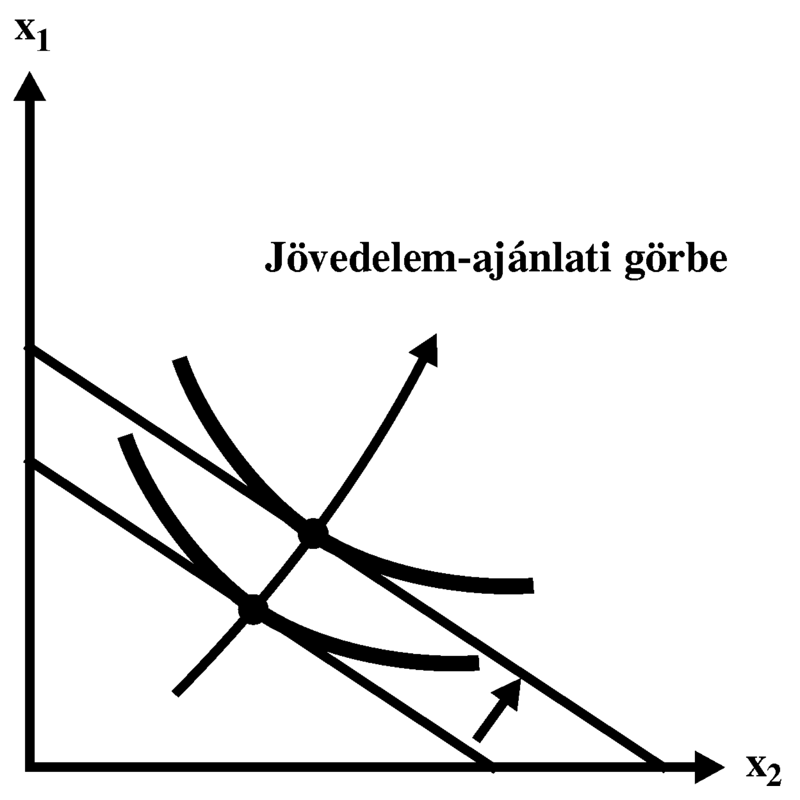
11.14
A jövedelemrugalmasságok súlyozott átlaga 1-et ad ki (súlyok= kiadási hányadok)

$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$ **a költségvetési korlát a fogyasztói optimumban**

Rögzítsük (p_1,p_2)-t és változtassuk egyedül a jövedelmet (m)

Vagyis: differenciáljuk m szerint:

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$



11.15
A jövedelemrugalmasságok súlyozott átlaga 1-et ad ki (súlyok = kiadási hányadok)

(1) egyszerű azonos átalakításai:

$$p_1 \cdot \underbrace{\frac{x_1}{m} \cdot \frac{m}{x_1}}_{=1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2 \cdot \underbrace{\frac{x_2}{m} \cdot \frac{m}{x_2}}_{=1} \cdot \frac{\partial x_2}{m} = 1 \qquad (2)$$

Átrendezve:

$$\underbrace{\frac{p_1 x_1}{m}}_{=v_1} \cdot \underbrace{\frac{\partial x_1}{x_1} / \frac{\partial m}{m}}_{=\eta_{1m}} + \underbrace{\frac{p_2 x_2}{m}}_{=v_2} \cdot \underbrace{\frac{\partial x_2}{x_2} / \frac{\partial m}{m}}_{=\eta_{2m}} = 1 \qquad (3)$$

Vagyis:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} v_i \eta_{im} = 1} \qquad (4)$$

ahol $v_i = \frac{p_i x_i}{m}$ **kiadási hányad.**

(Mivel $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = m$, **ezért** $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$**)**

11.16
Szluckij-tétel rugalmassági fogalmakkal

$$\frac{\partial x_i^M}{\partial p_j} = \left.\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} - \frac{\partial x_i^M}{\partial m}\cdot x_j \qquad \Big/ \cdot \frac{p_j}{x_i} \tag{1}$$

$$\underbrace{\frac{\partial x_i^M}{x_i}\Big/\frac{\partial p_j}{p_j}}_{=\varepsilon_{ij}} = \underbrace{\left(\frac{\partial x_i^H}{x_i}\Big/\frac{\partial p_j}{p_j}\right)_{u=\tilde{u}}}_{=\left.\varepsilon_{ij}\right|_{u=\tilde{u}}} \underbrace{- p_j\cdot\frac{\partial x_i}{\partial m}\cdot\frac{x_j}{x_i}\cdot\frac{m}{m}}_{=\underbrace{\frac{p_j\cdot x_j}{m}}_{=v_j}\cdot\underbrace{\left(\frac{\partial x_i}{x_i}\Big/\frac{\partial m}{m}\right)}_{=\eta_{im}}} \tag{2}$$

Vagyis: $$\boxed{\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{*} - v_j\cdot\eta_{im}} \tag{3}$$

(Jelölési konvenció: $\left.\varepsilon_{ij}\right|_{u=\tilde{u}} = \varepsilon_{ij}^{*}$,

ε_{ij}^{*}**: hicksi (kompenzált) árrugalmasság)**

11.17

A rugalmassági fogalmakra átírt Szluckij-tétel kéttermékes esetben

Vegyük az $x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$ keresleti függvényt!

Szluckij-tétel:

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^{*} - v_1 \cdot \eta_{1m}$$

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{12}^{*} - v_2 \cdot \eta_{1m}$$

	Saját árrugalmasság	Kereszt-árrugalmasság
Kompenzálatlan (marshalli)	ε_{11}	ε_{12}
Kompenzált (hicksi)	ε_{11}^{*}	ε_{12}^{*}

η_{1m}: **jövedelemrugalmasság**

11.18
A kereslet törvénye rugalmassági fogalmakban

Ha x_1 normál jószág $\Rightarrow$ $\eta_{1m} > 0$

Szluckij-tétel:

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^{*} - v_1 \cdot \eta_{1m} \leq 0$$

$$\varepsilon_{11}^{*} = \left.\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{p_1}{x_1} \leq 0$$

(a 9. előadáson bizonyítottuk)

$\eta_{1m} > 0$**, ha** x_1 **normál jószág**

Ezért:

$\Rightarrow$ **Normál javak esetén:** $\varepsilon_{11} \leq 0$

Általánosságban: $\boxed{\varepsilon_{ii} \leq 0}$

11.19
Az (ismeretlen) kompenzált árrugalmasság kiszámítása (ismert) kompenzálatlan rugalmasságok segítségével

Rendezzük át a 11.16 fólián látható Szluckij-tételt az alábbi módon:

$$\varepsilon^*_{ij} = \varepsilon_{ij} + v_j \cdot \eta_{im}$$

Az $x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$ esetében:

$$\varepsilon^*_{11} = \varepsilon_{11} + v_1 \cdot \eta_{1m}$$

Mivel a jobboldalon szereplő összes mennyiség mérhető ⇒ a kompenzált árrugalmasság is kiszámítható.

11.20
A kompenzált saját-árrugalmasság értéke a kávékeresleti példa alapján

Feltesszük, hogy $v_c = 0{,}01$, vagyis a kávéra történő kiadások súlya a fogyasztó költségvetésében: 1%.

Ekkor (11.4. fólia adatait alapul véve):

$$\varepsilon^*_{cc} = \varepsilon_{cc} + v_c \cdot \eta_{cm}$$

$$= -0{,}16 + 0{,}01 \cdot 0{,}51$$

$$= -0{,}1549$$

11.21
A kompenzált saját-árrugalmasság értéke a lakáskeresleti példa alapján

$$\varepsilon_{ii} = -0{,}084$$
$$\eta_{im} = +0{,}180$$

Feltesszük, hogy $v_i = 0{,}1$

Ekkor
$$\varepsilon^*_{ii} = \varepsilon_{ii} + v_i \cdot \eta_{im} = -0{,}084 + 0{,}1 \cdot 0{,}18 = -0{,}066$$

Példa: Mi történik 100%-os áremelkedés esetén a lakásépítési piacon?
⇒ 8,4% „lakásfogyasztás”-csökkenés

6,6%	**↓ helyettesítési hatás (másra költik a pénzük egy részét):** ε^*_{ii}
1,8%	**↓ jövedelemhatás (csökkenő reáljövedelmük miatt visszafogják „lakásfogyasztásukat” [is]):** $v_i\eta_{im}$
8,4%	**↓ összesen:** ε^*_{ii}

11.22
Bruttó és nettó helyettesítők, illetve kiegészítők definíciói

Szluckij-tétel: $$\underbrace{\varepsilon_{ij}}_{\text{bruttó}} = \underbrace{\varepsilon^*_{ij}}_{\text{nettó}} - v_j \cdot \eta_{im}$$

	Helyettesítők	Kiegészítők (komplementerek)
Bruttó	$\varepsilon_{ij} > 0$	$\varepsilon_{ij} < 0$
Nettó	$\varepsilon^*_{ij} > 0$	$\varepsilon^*_{ij} < 0$

11.23
A kompenzált árrugalmasságok összege nullát ad ki

Induljunk ki a Szluckij-tételből:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{*} - v_j \cdot \eta_{im} \tag{1}$$

Összegezzük j szerint!

$$\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij}^{*} - \eta_{im} \cdot \underbrace{\sum_{j=1}^{n} v_j}_{=1 \text{ (definíció szerint)}} \tag{2}$$

Rendezzük át!

$$\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij}^{*} = \underbrace{\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij}}_{=0 \text{ (már bebizonyítottuk)}} + \eta_{im} \tag{3}$$

Így:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij}^{*} = 0} \tag{4}$$

11.24
Minden normál jószágnak kell legyen legalább egy nettó helyettesítője

(11.23) következménye. Ugyanis:

$$\underbrace{\varepsilon^*_{ii}}_{<0} + \underbrace{\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \varepsilon^*_{ij}}_{\downarrow} = 0$$

Kell legyen <u>legalább egy</u> olyan ε^*_{ij} , amelyre igaz, hogy $\varepsilon^*_{ij} > 0$.

11.25
Előfordulhat, hogy i és j termék egymás nettó helyettesítői, de bruttó komplementerei

Szluckij: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon^*_{ij} - v_j \cdot \eta_{im}$

Legyen:

$\varepsilon^*_{ij} = 0{,}15 > 0$ **nettó helyettesítők**

$v_j = 0{,}2$

$\eta_{im} = 0{,}8 > 0$ **normál közszükségleti cikk**

Ekkor:

$$\varepsilon^*_{ij} - v_j \cdot \eta_{im} = 0{,}15 - 0{,}2 \cdot 0{,}80$$

$$= -0{,}01 = \varepsilon_{ij} < 0$$ **bruttó kiegészítők**

11.26
A kompenzált keresztárhatások szimmetrikusak

Ha i a j-nek helyettesítője (vagy komplementere), akkor j is helyettesítője (vagy komplementere) i-nek:

$$\boxed{\left.\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} = \left.\frac{\partial x_j^H}{\partial p_i}\right|_{u=\tilde{u}}}$$

(Bizonyítás nélkül közöljük.)

11.27
A kompenzált kereszt-árrugalmasságok <u>nem</u> szimmetrikusak. (Ez baj!)

$$\varepsilon_{ij}^{*} \neq \varepsilon_{ji}^{*}$$

Bizonyítás:

$$\varepsilon_{ij}^{*} = \left.\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{p_j}{x_i} \neq \left.\frac{\partial x_j^H}{\partial p_i}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{p_i}{x_j} = \varepsilon_{ji}^{*}$$

Ugyanis:

– **noha** $$\left.\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} = \left.\frac{\partial x_j^H}{\partial p_i}\right|_{u=\tilde{u}}$$

– **de** $$p_j x_j \neq p_i x_i$$

11.28
Hicks-Allen-féle helyettesítési rugalmasság definíciója (és szimmetria-tulajdonsága)

$$\sigma_{ij} = \frac{\varepsilon^*_{ij}}{v_j}$$

Hicks-Allen-féle helyettesítési rugalmasság
(v_j = kiadási hányad)

Állítás: $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ **szimmetria.**

Bizonyítás:

$$\sigma_{ij} = \frac{\varepsilon^*_{ij}}{v_j} = \left.\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{p_j}{x_i} \cdot \frac{m}{p_j x_j} = \left|\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{m}{x_i x_j}$$

$$\sigma_{ji} = \frac{\varepsilon^*_{ji}}{v_i} = \left.\frac{\partial x_j^H}{\partial p_i}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{p_i}{x_j} \cdot \frac{m}{p_i x_i} = \left|\frac{\partial x_j^H}{\partial p_i}\right|_{u=\tilde{u}} \cdot \frac{m}{x_i x_j}$$

Mivel: $$\left|\frac{\partial x_i^H}{\partial p_j}\right|_{u=\tilde{u}} = \left|\frac{\partial x_j^H}{\partial p_i}\right|_{u=\tilde{u}}$$

Ezért: $$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

11.29

A rugalmassági formulák összefoglalása

(1) $$\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij} + \eta_{im} = 0$$

(2) $$\sum_{i=1}^{n} v_i \eta_{im} = 1$$

(3) $$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{*} - v_j \cdot \eta_{im}$$ **(Szluckij-tétel)**

(4) $$\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{ij}^{*} = 0$$

(5) $$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad \text{, ahol : } \sigma_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}^{*}}{v_j}$$