MIKRO-
ÖKONÓMIA
ELŐADÁSVÁZLATOK

6. előadás

PREFERENCIÁK (2), HASZNOSSÁG

Kertesi Gábor

Varian 3. fejezetének 50-55. oldalai és 4. fejezete alapján

PREFERENCIÁK FEJEZET FOLYTATÁSA

6.1 A helyettesítési határarány

– Dolgozzunk mostantól fogva (alapértelmezésben) jól viselkedő preferenciákkal, vagyis konvex és monoton preferenciákat leíró közömbösségi görbékkel. Ha ettől a feltételezéstől eltérünk, azt mindig külön jelezzük.

– Tekintsük e közömbösségi görbékre a következőképpen: fogjuk föl az egyik fogyasztott jószág mennyiségét a másik jószág mennyiségének függvényeként. Legyen $x_2 = f(x_1)$. Ha *f* konvex függvény – a preferenciák monotonitása miatt ennek így kell lennie –, akkor nyilvánvaló, hogy az *f* függvény gráfjának (a közömbösségi görbének) minden egyes pontjában igaz, hogy: $dx_2 / dx_1 < 0$. Vagyis, ha x_1 nő, akkor x_2 csökken. Az *f* függvény deriváltja negatív.

6.1. fólia

– Az analízisből tudjuk, hogy a szóban forgó differenciálhányados nem más, mint a függvény – itt: a közömbösségi görbe – egy adott pontban vett érintőjének meredeksége.

6.2. fólia

– Ennek a meredekségnek igen fontos közgazdasági jelentése van: azt fejezi ki, hogy az egyik jószág (x_1) fogyasztásának egységnyi csökkenéséért ($-dx_1$) a másik jószág (x_2) fogyasztásának hány egységnyi növelése ($+dx_2$) képes bennünket kárpótolni. Fordítva is megfogalmazhatjuk ugyanezt: az egyik jószág (x_1) fogyasztásának egységnyi növelése ($+dx_1$) érdekében a másik jószág (x_2) fogyasztásának hány egységéről ($-dx_2$) lennénk hajlandóak lemondani. E megfogalmazásokból is világosan látszik: a szóban forgó hányados (differenciálhányados) – melynek neve is van: **helyettesítési határarány** (marginal rate of substitution = **MRS**)[1] – azt fejezi ki, hogy **adott jószágkosár birtokában milyen értéket tulajdonít** a fogyasztó az egyik jószágnak a másik jószághoz képest. Ez az értékelés természetesen szubjektív. A fogyasztó egyéni ízlésétől függ. Kis kitérő az ízlések (preferenciák) szubjektivitásáról és különbözőségéről:

6.3 fólia

– Melyik az angol, és melyik a francia? Miért?

– Egy speciális értelmezés: a jószágteret két dimenzióban úgy is értelmezhetjük, hogy az egyik jószágot (mondjuk x_1-et) egy naturális mértékegységben mért, szokványos jószágnak tekintjük (alma kilóban, tej literben mérve stb.), a másik jószágot (mondjuk x_2-t) az általunk fogyasztott „összes többi" jószágra való kiadásunknak (összetett jószág). Mi is ennek a mértékegysége? Forint. Mi az ára? $p_2 = 1$. Mit jelent ilyenkor a dx_2 / dx_1 helyettesítési határarány? Mennyi fogyasztásról lennénk hajlandóak lemondani x_1

[1] A továbbiakban, amikor röviden akarunk hivatkozni a helyettesítési határarányra, akkor MRS-nek nevezzük.

egységnyi növeléséért? Másképpen: Mennyi pénzt lennénk hajlandóak x_1 egységnyi növeléséért megadni? **Fizetési határhajlandóságnak** nevezzük azt az összeget, amennyit hajlandóak lennénk megadni érte.

6.4 fólia

– **Ellenőrző kérdés**: a helyettesítési határarány vagy a fizetési határhajlandóság függ-e az áraktól? Nem. Itt a preferenciáinkról: a fogyasztás tárgyát képező javakkal kapcsolatos *vágyainkról* (szubjektív értékeléseinkről) beszélünk. Az árak (és a jövedelmek) az élet *realitásait* képviselik. (A döntés majd az lesz, hogy szembesítjük a vágyainkat a realitásokkal: a preferenciáinkat a költségvetési korláttal.) Amivel most küszködünk, az nem más, mint hogy megpróbáljunk *technikailag jól kezelhető fogalmak segítségével* leírni a vágyainkat (preferenciáinkat). Az ilyen technikailag jól kezelhető fogalmak használata különbözteti meg a tudományos gondolkodást a laikus (mindennapi) észjárástól. Hasznos segédeszközök: sokszor olyan következtetésekhez segítenek hozzá bennünket, amelyek a laikus gondolkodás számára közvetlenül nem adottak.

6.2 A helyettesítési határarány tulajdonságai (jól viselkedő preferenciák esetében)

– Mint láttuk: a preferenciák monotonitásából (ami több, az jobb is) következik, hogy a közömbösségi görbe negatív meredekségű. Így *a helyettesítési határarány* mindig *negatív*.

– A preferenciák monotonitásából (a több, az jobb), illetve konvexitásából (az átlagokat előnyben részesítjük a szélsőségekkel szemben) együttesen következik a helyettesítési határarány egy másik fontos tulajdonsága is: *a helyettesítési határarány abszolút értékben csök-kenő*. Minél többel rendelkezünk egy jószágféleségből (mondjuk x_1-ből), annál kevesebbet vagyunk hajlandóak feláldozni a másik jószágból (mondjuk: x_2-ből) annak érdekében, hogy az adott jószágból egységnyivel többet fogyaszthassunk: ha x_1 nő, $|dx_2/dx_1|$ csökken.

6.5 fólia

– Természetesen nem minden preferencia „viselkedik jól”. Mint az előző órán láttuk, vannak másmilyen preferenciák is. Például:

(a) ha két jószág egymás *tökéletes* helyettesítője: MRS = – c.

6.6 fólia

(b) ha az x_1 semleges jószág: MRS = 0.
ha az x_2 semleges jószág: MRS = $-\infty$.

6.7 fólia

(c) ha két jószág egymás *tökéletes* kiegészítője: MRS = 0 vagy $-\infty$, és a töréspontban a közömbösségi görbe nem differenciálható.

6.8 fólia

- Fontos megjegyzés: a preferenciák monotonitása és konvexitása nem olyan szigorú megkötés, mint amilyennek látszik. A való életben igen ritka eset a *tökéletes* helyettesítés vagy a *tökéletes* komplementaritás. Gyakrabban találkozunk *erős* helyettesítéssel vagy *erős* komplementaritással Ezeknek az eseteknek az a sajátossága, hogy miközben nagyon hasonlítanak a tökéletes helyettesítésre, illetve a tökéletes komplementaritásra, a preferenciák konvexitását sem veszítjük el! Technikailag jól (könnyen) kezelhetők.

6.9 fólia

6.3 A hasznossági függvény

– Továbbra is monoton és konvex preferenciákkal dolgozunk. Ha ettől eltérő esetekkel van dolgunk, azt külön jelezzük.

– Kanyarodjunk vissza ahhoz a gondolathoz, hogy preferenciák közömbösségi görbékkel való leírásakor a preferenciák szintjeit növekvő indexszámokkal ellátott közömbösségi görbékkel jelöljük: $I_3 \succ I_2 \succ I_1$.

6.10 fólia

– Mit is jelent ez?

6.11 fólia

– Mint a múlt órán tanultunk, ez – definíció szerint – azt jelenti, hogy az I_1 közömbösségi görbe fölött elhelyezkedő H' halmaz minden egyes pontja a fogyasztó számára jobb (preferált) jószágkosarat képvisel, mint az I_1 közömbösségi görbe pontjai: $H' \succ I_1$. Vegyünk egy tetszőleges másik (mondjuk: I_2) közömbösségi görbét, amely $I_2 \in H'$. Nyilvánvaló, hogy ekkor: $I_2 \succ I_1$. Most pedig válasszuk kályhának az I_2 közömbösségi görbét ($H'' \succ I_2$), és hasonló eljárással keressünk megint egy tetszőleges $I_3 \in H''$ közömbösségi görbét. Nyilvánvaló, hogy ekkor: $I_3 \succ I_2$. stb. Az eljárást végtelen sokszor megismételhetjük. A lényeg az, hogy – amennyiben a teljesség axiómája[2] teljesül –, akkor **a különböző preferenciaszinteket reprezentáló közömbösségi görbék az (x_1, x_2) jószágtér egészét folytonosan kitöltik.**

– Kézenfekvőnek tűnik az a gondolat, hogy a közömbösségi görbék által képviselt jószágkosarak (halmazok) közti sorbarendezést egy függvény segítségével jelenítsük meg. Ezt a függvényt nevezik a közgazdászok **hasznossági függvény**nek.

– A hasznossági függvény (u) nem más, mint – a jelen kétváltozós esetben – egy $u: R^2 \to R$ folytonos leképezés, amely minden lehetséges fogyasztási kosárhoz, vagyis a jószágtér minden egyes pontjához egy skaláris értéket (hasznossági értéket) rendel oly módon, hogy az egyenértékű kosarak azonos értéket, a jobban preferált kosarak a kevésbé preferált kosarakhoz képest pedig magasabb értéket kapnak.

6.12 fólia

– Mielőtt elkezdenénk a fent látható ábrát értelmezni, nyomatékosan hangsúlyozni kell: a közömbösségi görbékhez hozzárendelt értékek (hasznossági értékek) **számszerű nagyságának semmi jelentősége nincsen**. Nem tudjuk ugyanis azt megmondani, hogy egy jószágkosár **mennyivel jobb**, mint a másik. Csak annyit tudunk mondani róluk, hogy az adott fogyasztó előnyben részesíti az egyiket a másikkal szemben.

---

[2] Mi is az? (Bármely két kosár között tudunk választani: a preferenciarendezés a jószágtér minden egyes pontjára kiterjed.)

– Most elemezzük egy kicsit a a kivetített ábrát. $u: R^2 \rightarrow R$ leképezés: a kétdimenziós térből áttérünk a háromdimenziós térbe, amelyben a hasznossági függvény gráfja egy térbeli felületet alkot. Olyan mintha egy háromdimenziós térképen ábrázolnánk egy dombot vagy hegyet (utility hill), és szintvonalakkal jeleznénk, hogy a hegy milyen magasságánál tartunk. Mivel a térképek általában kétdimenziósként készülnek, ezeket a szintvonalakat úgy szokták ábrázolni, hogy a síkra vetítik őket, és ellátják egy számmal őket, jelezve, hogy milyen magasságot képviselnek. Az analógia azonban itt véget ér. A domborzati térképnél az a jel, hogy a hegy egyik szintvonala 1000, a másik meg 1100 méter, valóban azt jelenti, hogy az egyik szint 100 méterrel magasabban fekszik, mint a másik. A hasznossági leképezésnél ennek az információnak nincs jelentősége. Az 1100-as hasznossági indexszel ellátott közömbösségi görbe jobb (preferált) jószágkosarakat képvisel, mint a 1000-es hasznossági értékkel ellátott görbe. Azt azonban nem mondhatjuk, hogy 100 hasznosságegységgel több értéket képviselne, – ennek ugyanis semmi értelme nincsen. **A hasznossági függvényen értelmezett távolságfogalom önkényes.**

– A jószágkosarakhoz hozzárendelt hasznossági értékek merőben technikai szerepet játszanak: arra szolgálnak, hogy rangsoroljuk (sorba rendezzük) az egyenértékű jószágkombinációkat: **ordinális hasznosság**. (A hasznosság kardinális mérőszámáról lásd Varian tankönyvét! – elmélettörténeti kitérő).

– De ha egyszer a távolságfogalomnak nincs értelme, miért használunk mégis egy folytonos indexfüggvényt, melynek használata azt a látszatot kelti, mintha a távolságfogalomnak mégis lenne valami értelme? („100-zal nagyobb hasznosságú”). Valóban önkényes a hasznossági függvényen értelmezett távolságfogalom? A válasz két elemből áll: (*a*) a távolságfogalom valóban önkényes; egy preferenciarendezést jól leírhatunk végtelen sok hasznossági függvénnyel; (*b*) a közgazdaságtanra sajátosan jellemző döntési problémák elemzésének az ily módon definiált hasznossági függvény egy technikailag igen jól kezelhető eszköze: kényelmes mankó, amire rátámaszkodhatunk. Ezért használjuk. Lássuk az érveket!

(a) A hasznossági függvényen értelmezett távolságfogalom önkényessége azonnal nyilvánvalóvá válik, ha számításba vesszük, hogy **egy preferenciarendezéshez végtelen sok lehetséges hasznossági függvény tartozhat**. Ha már van egy hasznossági függvényünk, akkor minden olyan további hasznossági függvényről elmondhatjuk, hogy megfelelően reprezentálja az alapjául szolgáló preferenciarendezést, amely a jószágkosarak eredeti preferenciasorrendjét nem változtatja meg. (Pl. ha egy hasznossági függvényhez hozzáadunk egy pozitív számot, vagy megszorozzuk egy pozitív számmal, akkor a transzformált hasznossági függvény szerint pontosan ugyanolyan módon rendezzük sorba az alternatívákat, mint az eredetileg választott hasznossági függvény szerint: a preferenciaszintek közti távolságok teljesen önkényesen változhatnak.) Itt még sok mindent tisztáznunk kellene. Erre hamarosan sort is kerítünk. Lássuk előbb azonban a válasz másik elemét.

(b) Miért van szükségünk nekünk, közgazdászoknak erre a konstrukcióra? Emlékezzünk csak vissza arra, ahonnan a múlt óra elején elindultunk. Hogyan is fest a fogyasztói döntés elméletének a szerkezete? A fogyasztó a számára megfizethető legjobb jószágkosarat választja. Általánosabban fogalmazva: **a**

számára megvalósítható lehetőségek közül a legjobb lehetőséget választja. A közgazdasági problémák jó része pontosan ilyen szerkezetű. Matematikai természetét tekintve nem más, mint egy **feltételes optimalizálási feladat** (erről már tanultak az első félévi matekban, illetve a mikro előadások során Simonovits tanár úr előadásán). Pl. A téglalap kerületét rögzítjük (mondjuk 20 cm-ben), és keressük azt a téglalapot, amelynek területe (*T*) – a rögzített 20 cm-es kerület mint korlát mellett – a legnagyobb.

6.13 fólia

A folytonos (és differenciálható) hasznossági függvények technikailag igen jól kezelhető célfüggvényei az ilyen jellegű feltételes optimalizálási problémáknak.

– Most pontosítani fogjuk azt a megjegyzést, hogy egy preferenciarendezéshez végtelen sok lehetséges hasznossági függvény tartozhat.

– Mivel a közömbösségi görbék által reprezentált jószágkosaraknak csak a preferenciasorrendje számít, így egy tetszőleges $u(x_1, x_2)$ hasznossági függvény helyett bármely $f[u(x_1, x_2)]$ is megteszi, amely a szóban forgó halmazok rangsorát nem változtatja meg. Az ilyen $f : R \to R$ transzformációkat **pozitív monoton transzformációknak** nevezzük.

6.14 fólia

– A monoton transzformációk révén a közömbösségi görbék újraszámozzuk.

6.4 A határhaszon

– A hasznossági függvény lesz mostantól fogva az az elemzési eszköz, melynek segítségével a preferenciákat megjelenítjük.

– Induljunk ki egy fogyasztóból, aki egy tetszőleges (x_1, x_2) jószágkosarat fogyaszt. Hasznossági mértékegységben kifejezve, milyen értéket képvisel a számára az, ha az egyik termék – mondjuk az x_1 – mennyiségét egy kis mértékben (mondjuk: $dx_1 > 0$ mennyiséggel) növeli, miközben a másik (x_2) jószág fogyasztott mennyiségét *változatlanul* hagyja? Mivel a jól viselkedő preferenciák monotonok (ami több, az jobb is) => átkerülünk egy magasabb szintet képviselő közömbösségi görbére => magasabb hasznossági szintre: $du > 0$.

6.15 fólia

– A határhaszon nagysága függ a választott hasznossági mértéktől (függ az alkalmazott speciális hasznossági függvénytől).

6.16 fólia

– Ez nem túl előnyös tulajdonság, hiszen – mint korábban erősen hangsúlyoztuk – a jószágkosarak sorrendje a lényeg, nem pedig az a konkrét indexelési eljárás, ahogyan a közömbösségi görbéket beszámozzuk. **A határhaszonnak önmagában nincs magatartási tartalma.** Hamarosan azonban látni fogjuk, hogy a határhaszon fogalmát fölhasználhatjuk egy olyan (már ismerős) fogalom meghatározására, amelynek már van magatartási tartalma => **helyettesítési határarány**.

6.5 A határhaszon és a helyettesítési határarány

– Változzon most úgy a fogyasztás mindkét jószágból olyan mértékben (dx_1, dx_2), hogy az összhaszon változatlan maradjon. A közömbösségi görbe mentén (pontosabban: egy kontúrvonal mentén) mozgunk.

6.17 fólia

– Konvex preferenciák esetén (jól viselkedő preferenciák!) az egyik jószágból (mondjuk x_1-ből) való fogyasztásunkat növeljük, a másikból (mondjuk x_2-ből) csökkentjük. Mekkora értéket képvisel számunkra – hasznosságegységben kifejezve – x_1 mennyiségének növekedése, illetve – hasznosságegységben kifejezve – x_2 mennyiségének csökkenése? A növekményt, illetve csökkenést (melyet naturális mértékegységben – kg, liter, méter – mérünk) „beárazzuk" a szóban forgó termék határhasznával (azzal, amilyen értéket számunkra annak egy egysége képvisel). S minthogy egy közömbösségi görbén mozgunk, a változások (hasznossági egységben mérve) kioltják egymást: $du = 0$.

– Matematikai nyelven kifejezve: a hasznossági szint változatlanul hagyása mellett teljesen differenciáljuk a hasznossági függvényt:

6.18 fólia

– A helyettesítési határarány nem más, mint a határhasznok aránya. Jól viselkedő preferenciák esetén ez mindig negatív szám. Konvenció szerint azonban, amikor helyettesítési határarányról beszélünk, a helyettesítési határráta **abszolút értékét** szoktuk használni!

– MRS előnyös tulajdonsága, hogy invariáns a hasznossági függvény pozitív monoton transzformációira.

6.19 fólia

– Vagyis: bármely hasznossági függvényből ugyanaz az MRS nyerhető. => magatartási tartalma: **adott jószágkosár birtokában milyen értéket tulajdonít a fogyasztó az egyik jószágnak a másik jószághoz képest**. => A jövő heti szemináriumon majd látnak erre egy gyakorlati szempontból is fontos példát (Varian ingázási példája, 70-72. old.)

6.6 Technikai trükkök

- Hasznossági függvény szerkesztése (jól viselkedő preferenciák esetén) közömbösségi görbék segítségével. (lásd könyv, 60-61. old.)

- Közömbösségi görbék, illetve a nekik megfelelő hasznossági függvények:

(a) $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ => $x_2 = k / x_1$, $k = 1,2,3...$ Hiperbola.

6.20 fólia

(b) **Cobb-Douglas hasznossági függvény** ($v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, ahol: $0 < a < 1$, még nagy hasznát fogjuk venni). Hiperbola, akárcsak 6.20-as fólián.

6.21 fólia

(c) **tökéletes helyettesítés**: $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$ => $x_2 = \frac{k}{b} - \frac{a}{b} x_1$, $k = 1,2,3...$

6.22 fólia

(d) **tökéletes kiegészítés**: $u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$

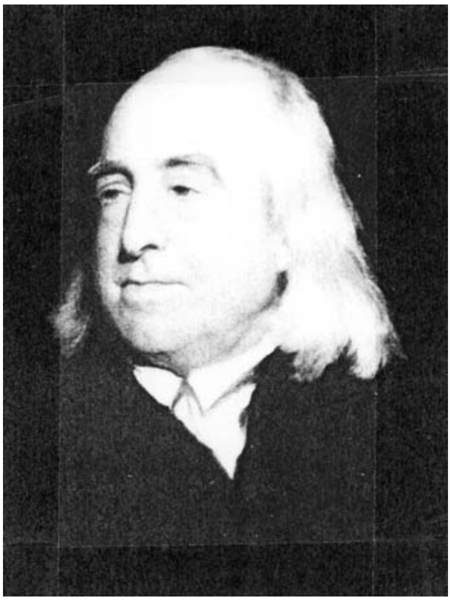
6.23 fólia

(e) **kvázilineáris hasznossági függvény**: $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ => $x_2 = k - v(x_1)$, $k = 1,2,3...$ Nem mások, mint x_2-ben lineáris közömbösségi görbék párhuzamos eltolásai:

6.24 fólia

A hasznossági elmélet első megfogalmazása Jeremy Bentham (1748-1832) brit morálfilozófus nevéhez fűződik:

„A természet az emberi nemet két szuverén úr – a fájdalom és az élvezet – kormányzata alá helyezte. Egyedül az ő dolguk kijelölni, mit kell tennünk, csakúgy, mint meghatározni, hogy mit fogunk tenni. … Az ember szavakban tagadhatja uralmukat: de a valóságban mindvégig annak alávetve marad. A *hasznosság elve* elismeri ezen alávetettséget. …. A *hasznosság elvén* azt az elvet értjük, mely szerint bármely cselekedetet azon irányultság szerint helyeslünk vagy helytelenítünk, hogy az az érintett fél boldogságát növelni, vagy csökkenteni látszik, vagy ami ugyanaz más szavakkal: e boldogságot előmozdítani vagy akadályozni látszik." Jeremy Bentham: Bevezetés az erkölcsök és a törvényhozás alapelveibe, 1789. 1. fejezet



Jeremy Bentham
(1748–1832)

6. előadás

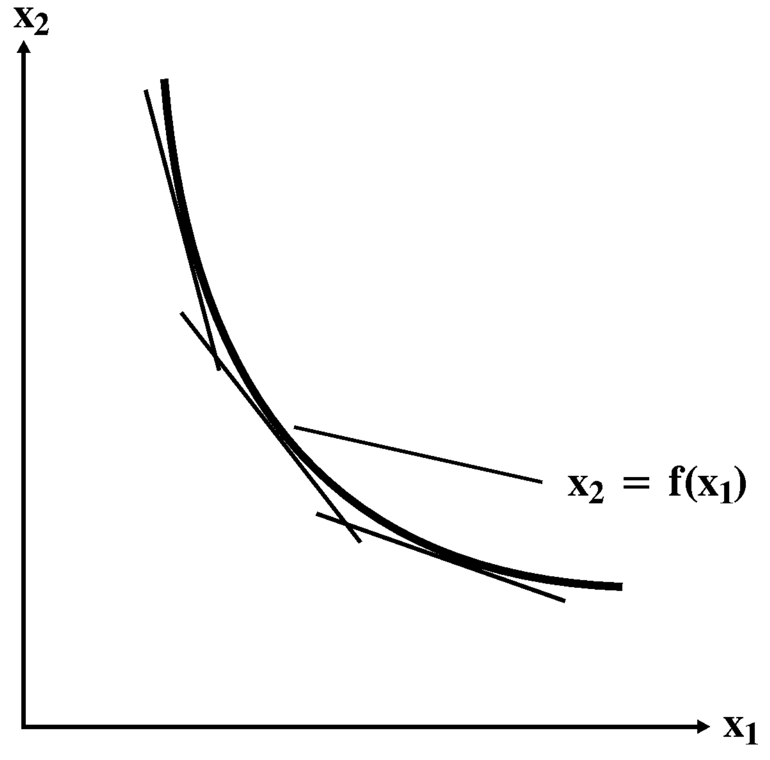
PREFERENCIÁK (2), HASZNOSSÁG

MELLÉKLET

Kertesi Gábor

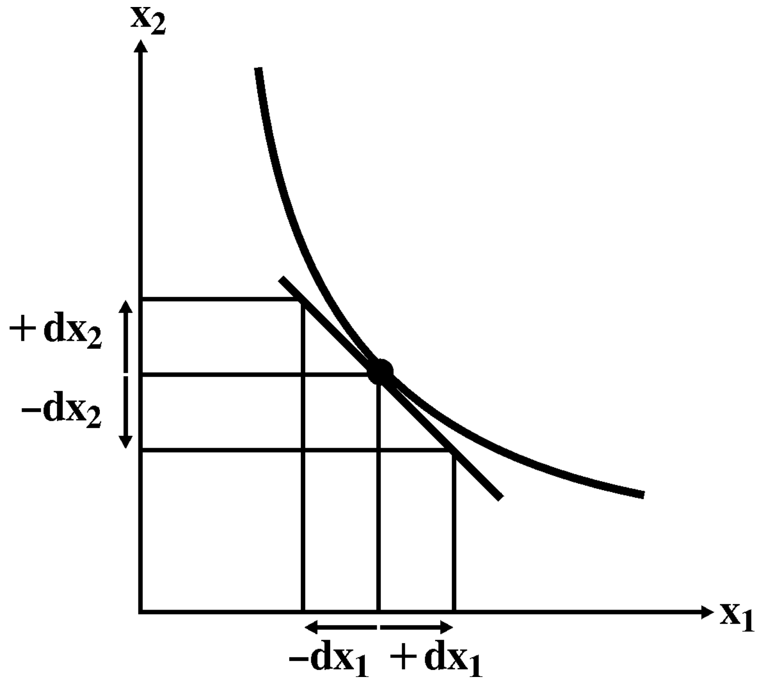
6.1
A közömbösségi görbe lejtése negatív

$$\frac{dx_2}{dx_1} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad f' < 0$$

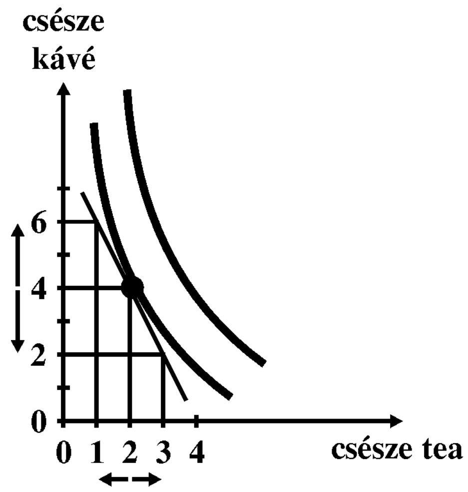


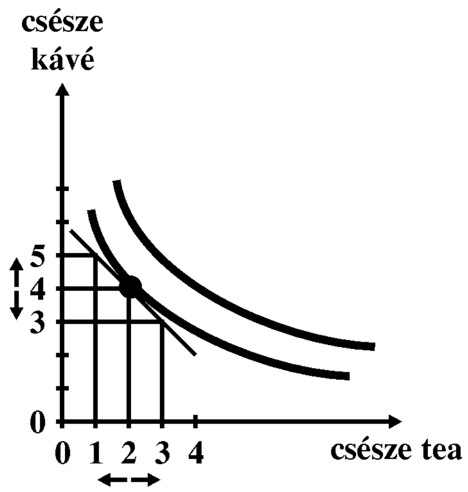
6.2
Helyettesítési határarány

$$\frac{dx_2}{dx_1} < 0 \;\; : \;\; x_1 \uparrow \Rightarrow x_2 \downarrow$$
$$x_1 \downarrow \Rightarrow x_2 \uparrow$$

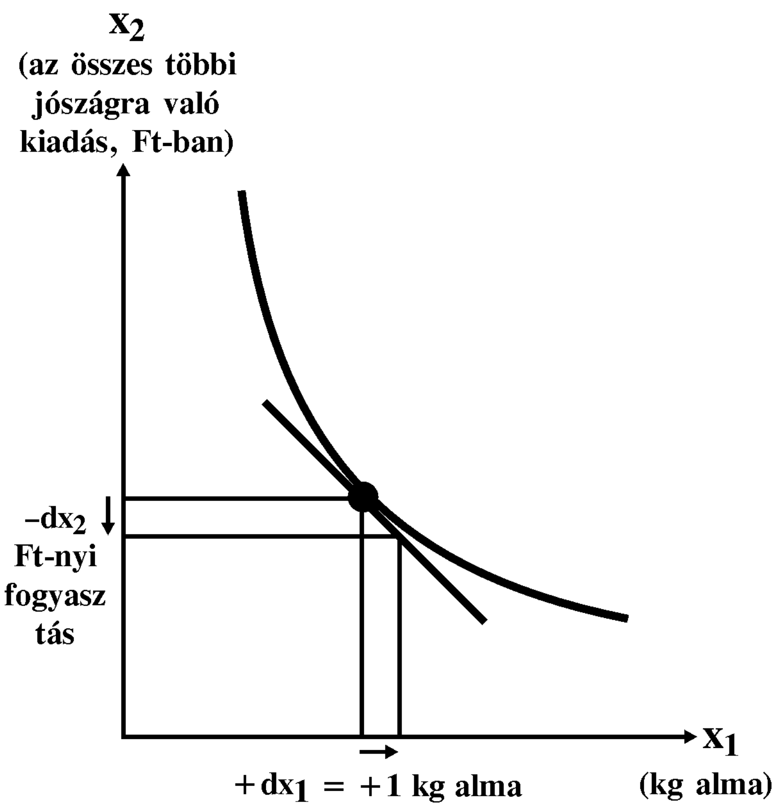


6.3
Melyik az angol és melyik a francia?



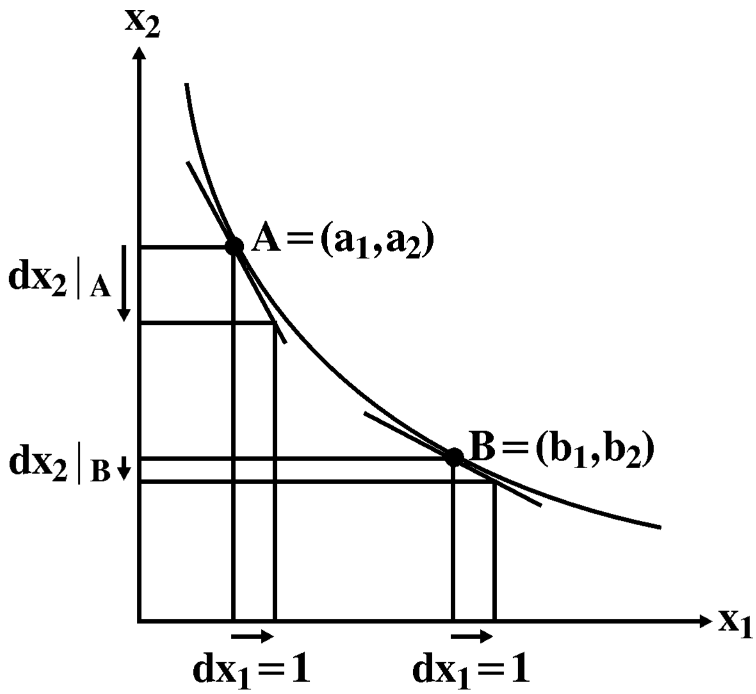


6.4
Fizetési határhajlandóság

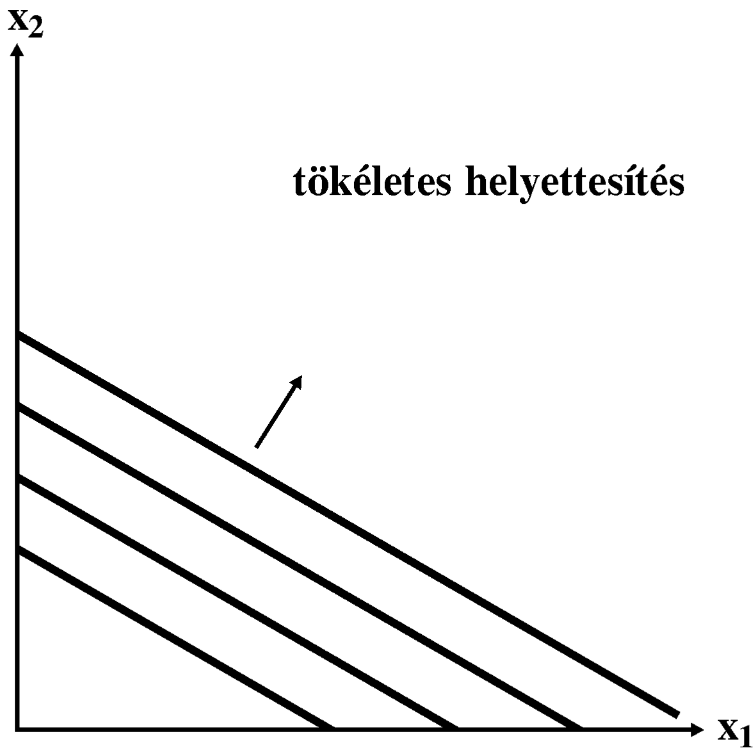


6.5
Csökkenő helyettesítési határarány

$$\left|\frac{dx_2}{dx_1}\right|_A > \left|\frac{dx_2}{dx_1}\right|_B$$

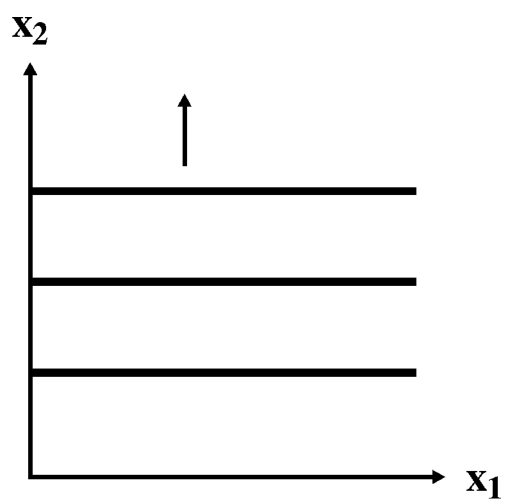


6.6
Tökéletes helyettesítés

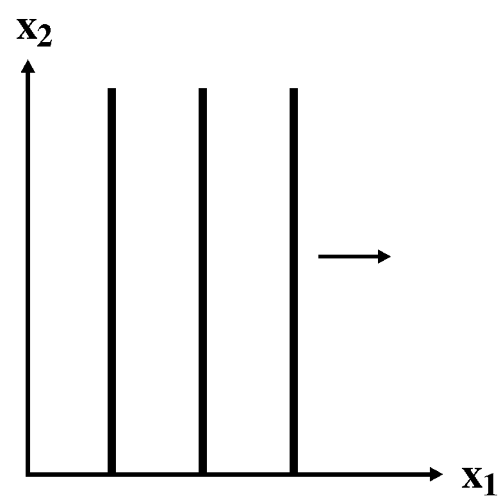


MRS = –c

6.7
Semleges jószág

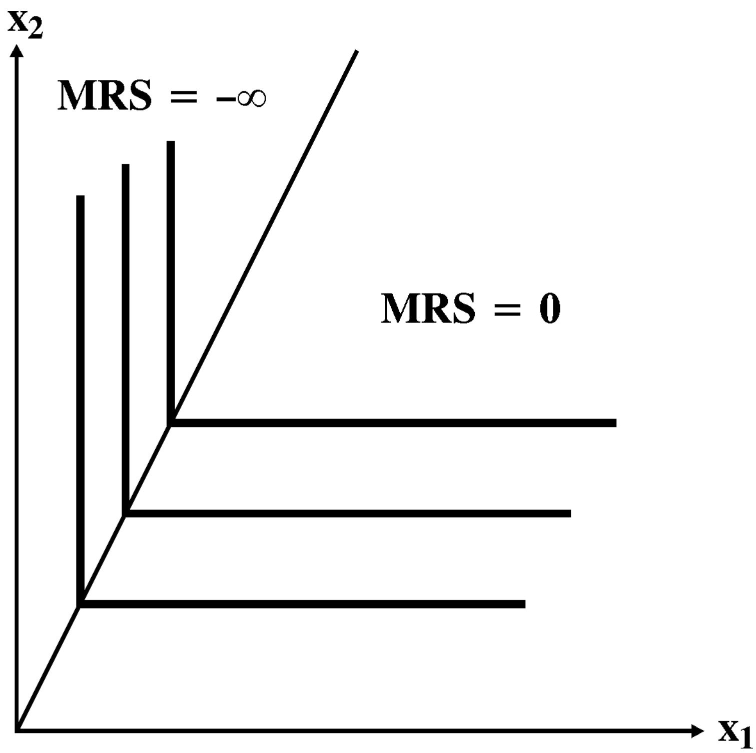


x_1 semleges jószág
MRS = 0

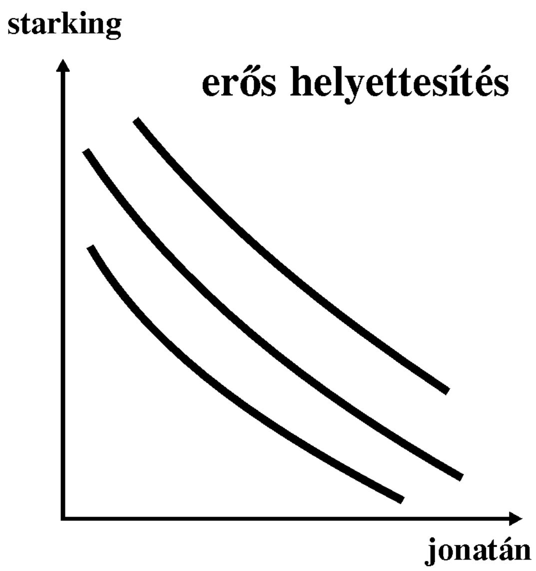


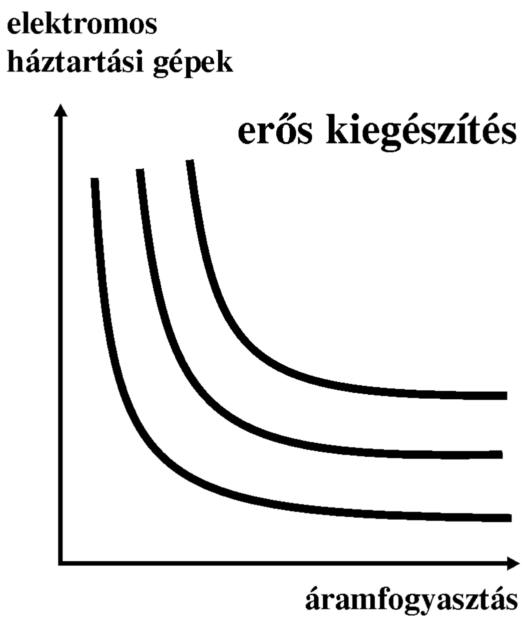
x_2 semleges jószág
MRS = –∞

6.8
Tökéletes kiegészítés (komplementaritás)

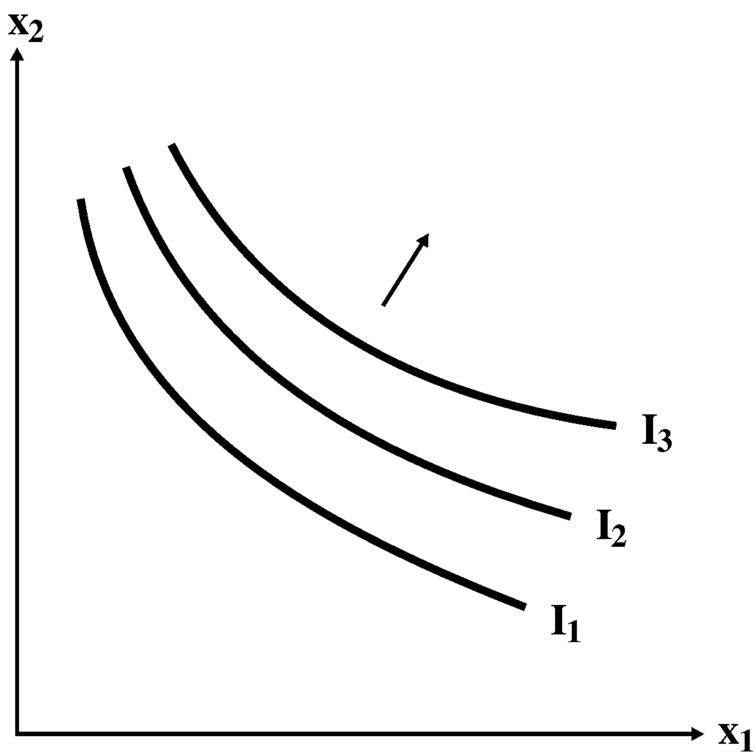


6.9
Erős helyettesítés és erős komplementaritás

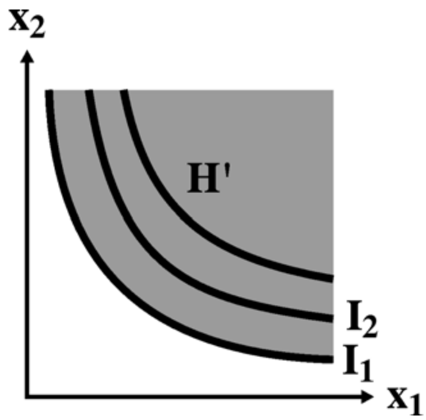


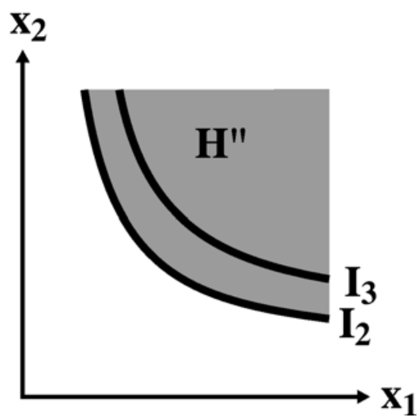


6.10
A közömbösségi görbéket indexekkel látjuk el



6.11
A közömbösségi görbék a jószágtér egészét folytonosan kitöltik

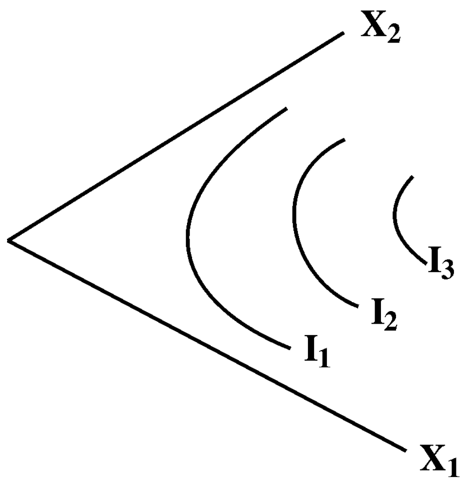


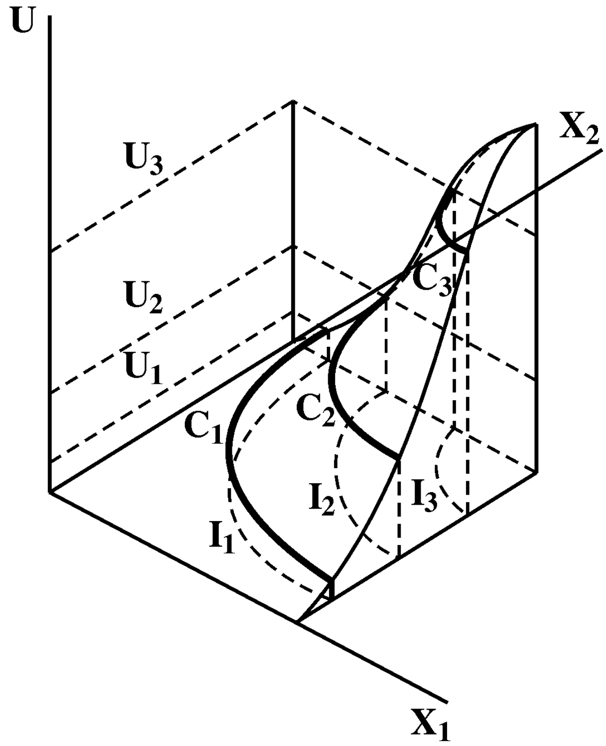


$\left(H' \succ I_1 \text{ és } I_2 \in H'\right)$
$\Rightarrow I_2 \succ I_1$

$\left(H'' \succ I_2 \text{ és } I_3 \in H''\right)$
$\Rightarrow I_3 \succ I_2$

6.12
Közömbösségi görbék és hasznossági függvény





$$(x_1, x_2) \in R^2; \quad u(x_1, x_2) \in R \qquad u: R^2 \to R$$

6.13
Feltételes optimalizálási probléma

Keressük azt az a* és b* értéket,

amelynél a

$$T(a,b) = ab$$

függvény felveszi a maximumát, a

$$2a + 2b = 20$$

korlátozó feltétel mellett

$T(a,b) = ab$	**célfüggvény**
$2a + 2b = 20$	**korlátozó feltétel**

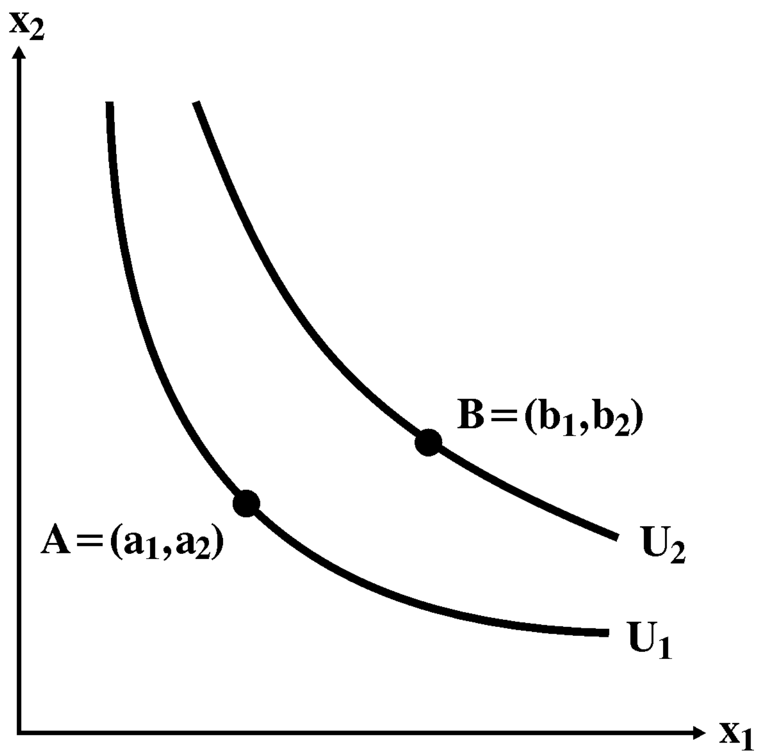
Rövidített jelölésmóddal:

$$\max_{a,b} T(a,b) = ab$$
$$\text{k.f.}: 2a + 2b = 20$$

Optimális megoldás (optimum):

$$\boxed{a^* = b^* = 5}$$

6.14
Pozitív monoton transzformáció



$$\text{Ha } (b_1,b_2) \succ (a_1,a_2) \Rightarrow u(b_1,b_2) > u(a_1,a_2)$$

$$v = f(u)$$

$$f[u(b_1,b_2)] > f[u(a_1,a_2)]$$

Példák:

$$f = \alpha u + \beta \qquad \alpha,\beta > 0$$

$$f = u^2$$

…stb

6.15
Határhaszon

$$(x_1 + \Delta x_1, x_2) \succ (x_1, x_2) \Rightarrow u(x_1 + \Delta x_1, x_2) > u(x_1, x_2) \tag{1}$$

$$\frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} \tag{2}$$

$$\lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} \tag{3}$$

$$MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1}; \tag{4}$$

$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1$ x_2 **mennyisége rögzítve**

$$MU_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2}; \tag{5}$$

$du = \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2$ x_1 **mennyisége rögzítve**

6.16
A határhaszon nagysága a hasznossági függvénytől függ

$$u(x_1, x_2) = x_1^c \cdot x_2^d \qquad c,d > 0 \tag{1}$$

$$v = \ln u \tag{2}$$

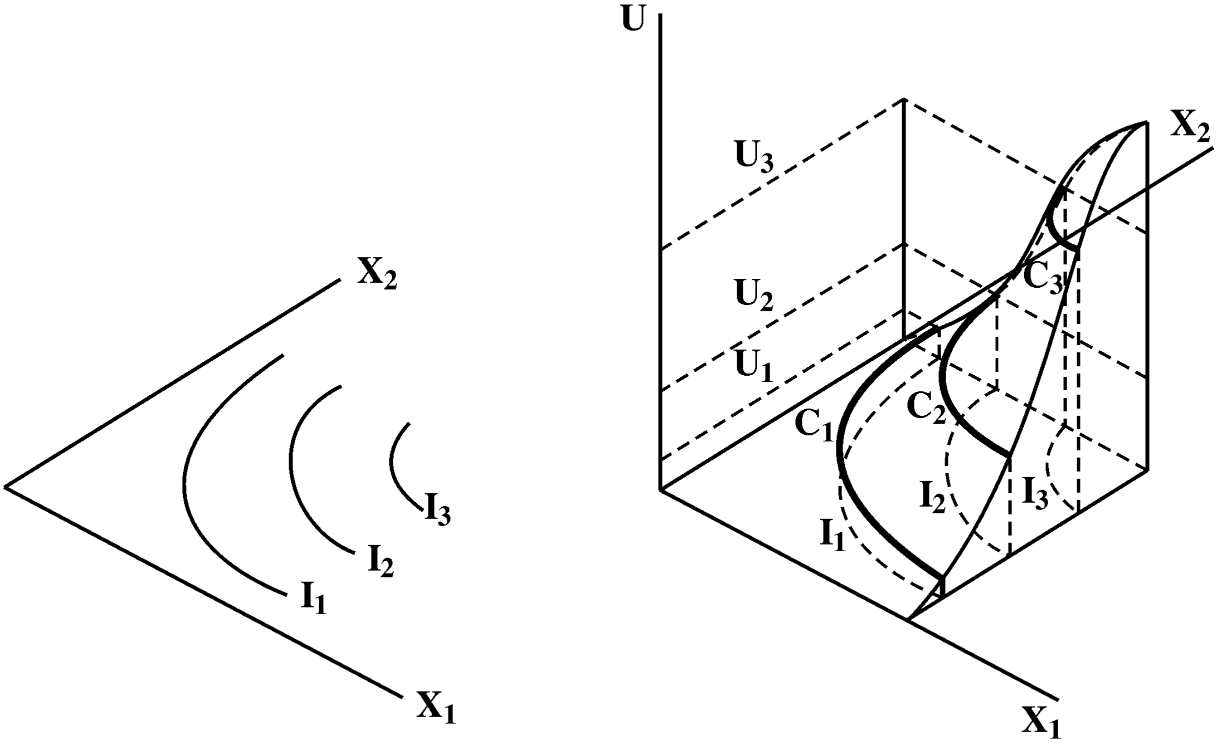
$$v = c \cdot \ln x_1 + d \cdot \ln x_2 \tag{3}$$

$$\partial u / \partial x_1 = c \cdot x_1^{(c-1)} \cdot x_2^d \tag{4}$$

$$\partial v / \partial x_1 = c / x_1 \tag{5}$$

$$\partial u / \partial x_1 \neq \partial v / \partial x_1 \tag{6}$$

6.17
A hasznossági domb kontúrvonalai és szintvonalai



$$(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}) \in \mathbf{R}^2;\ \ \mathbf{u}(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}) \in \mathbf{R} \qquad \mathbf{u} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$$

6.18
Helyettesítési határarány kiszámítása a hasznossági függvényből

$$u = u(x_1, x_2) \qquad (1)$$

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\boxed{MRS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}} \qquad (3)$$

6.19
A MRS invariáns a hasznossági függvény pozitív monoton transzformációira

$$\mathbf{u = u(x_1, x_2)} \tag{1}$$

$$\mathbf{f : R \to R} \tag{2}$$

u pozitív monoton transzformációja

$$\mathbf{v = f[u(x_1, x_2)] = v(x_1, x_2)} \tag{3}$$

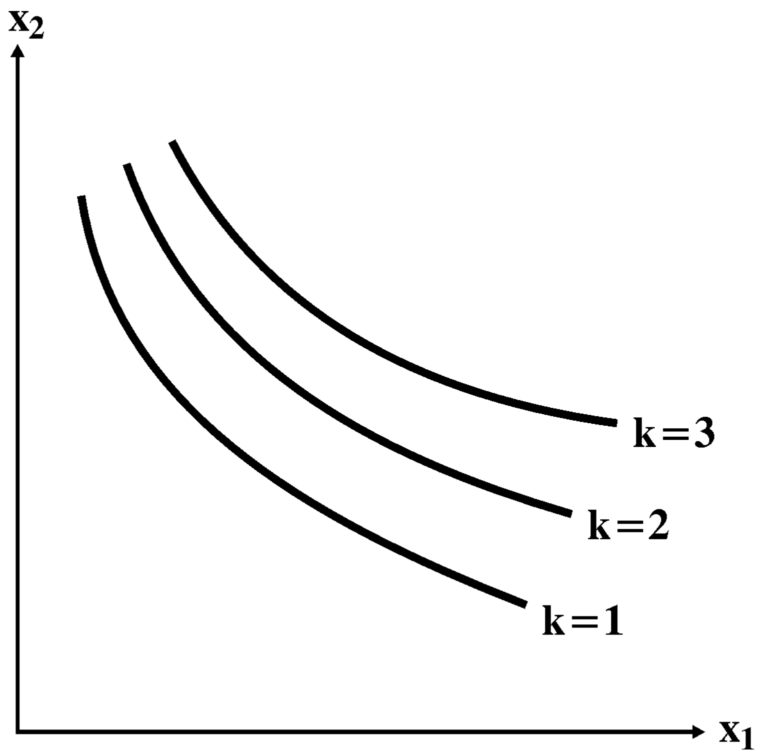
Helyettesítési határráta:

$$\mathbf{\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial v / \partial x_1}{\partial v / \partial x_2}} \tag{4}$$

A láncszabályt alkalmazva:

$$\mathbf{-\frac{\partial v / \partial x_1}{\partial v / \partial x_2} = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)}{\left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x_2}\right)} = -\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}} \tag{5}$$

6.20
Hasznossági függvény $\Rightarrow$ közömbösségi görbék



$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

$$x_2 = \frac{k}{x_1} \qquad (k = 1,2,3 \ldots.)$$

$$v(x_1, x_2) = u^2 = [u(x_1, x_2)]^2$$

$$x_2 = \frac{k}{x_1} \qquad (k = 1,4,9 \ldots.)$$

6.21
Cobb-Douglas hasznossági függvény

$$u(x_1, x_2) = x_1^c \cdot x_2^d \qquad c, d > 0 \tag{1}$$

egy monoton transzformációja:

$$v(x_1, x_2) = \ln u = c \cdot \ln x_1 + d \cdot \ln x_2 \tag{2}$$

egy másik transzformációja:

$$\begin{aligned} v(x_1, x_2) &= u(x_1, x_2)^{[1/(c+d)]} \\ &= x_1^{[c/(c+d)]} \cdot x_2^{[d/(c+d)]} \\ &= x_1^{a} \cdot x_2^{(1-a)} \end{aligned} \tag{3}$$

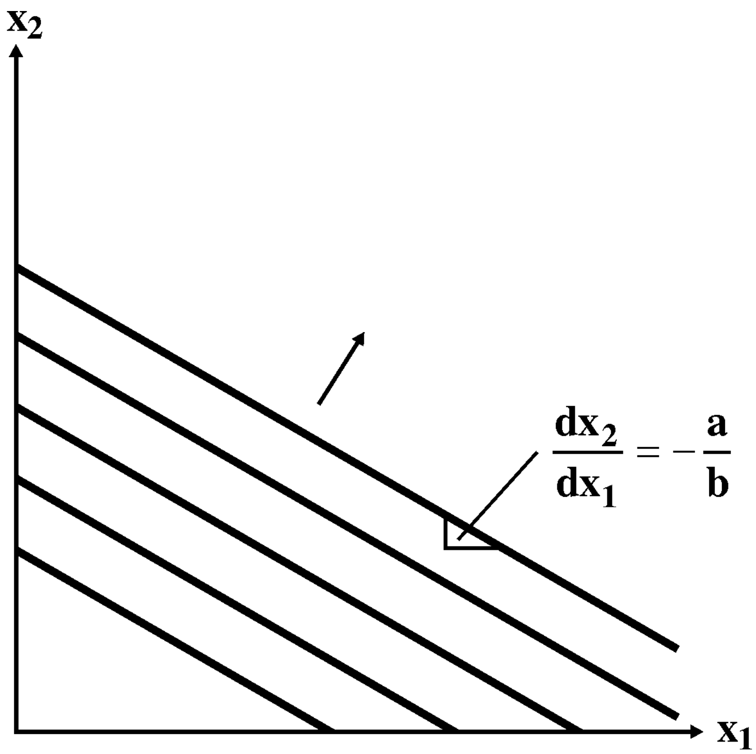
ahol: $a = \dfrac{c}{c+d}, \quad 1 - a = \dfrac{d}{c+d}$

Cobb – Douglas hasznossági függvény nevezetes változata:

$$u(x_1, x_2) = x_1^{a} \cdot x_2^{(1-a)} \tag{4}$$

$$0 < a < 1$$

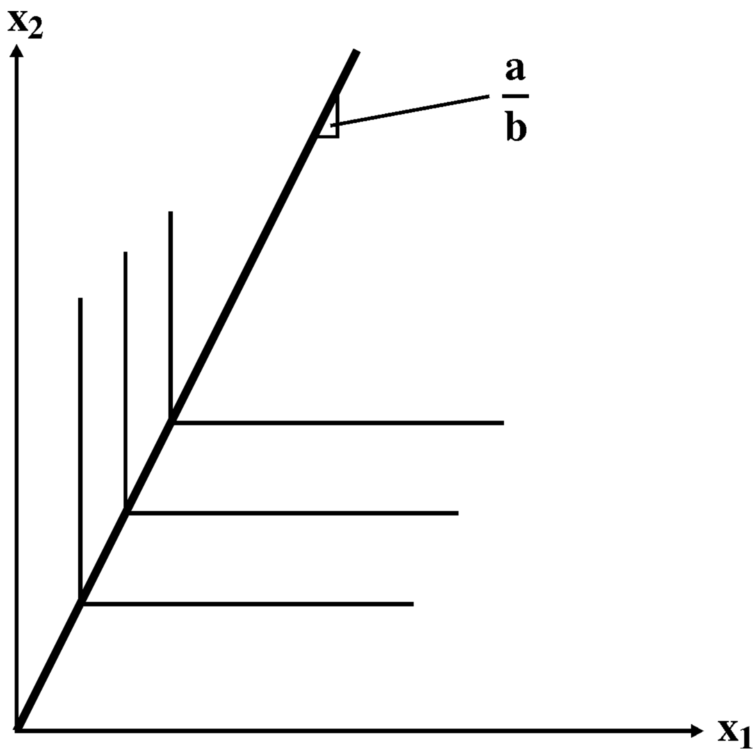
6.22
Tökéletes helyettesítés



$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

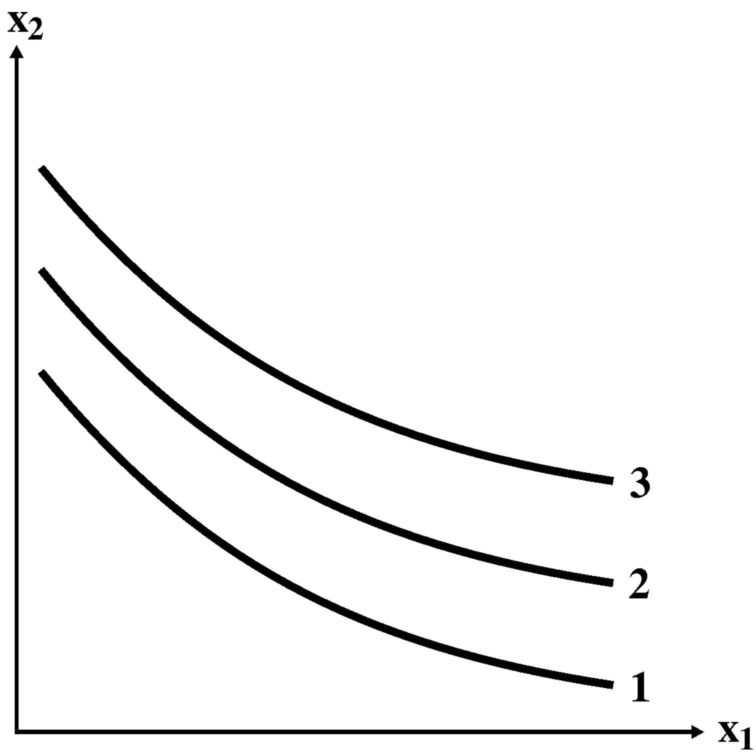
$$x_2 = \frac{k}{b} - \frac{a}{b}x_1$$

6.23
Tökéletes kiegészítés



$$u(x_1, x_2) = \min \{ax_1, bx_2\}$$

6.24
Kvázilineáris hasznossági függvény



$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

$$x_2 = k - v(x_1) \quad , \qquad k = 1,2,3 \ldots.$$