
MŰHELYTANULMÁNYOK

DISCUSSION PAPERS

MT-DP – 2015/43

**Megtakarítási típusok:
egy adaptív-evolúciós megközelítés**

VARGA GERGELY – VINCZE JÁNOS

Műhelytanulmányok
MT-DP – 2015/43

MTA Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont
Közgazdaság-tudományi Intézet

Megtakarítási típusok: egy adaptív-evolúciós megközelítés

Szerző:

Vincze János
tudományos tanácsadó
Magyar Tudományos Akadémia
Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont
Közgazdaság-tudományi Intézet
Budapesti Corvinus Egyetem
E-mail: janos.vincze@uni-corvinus.hu

Varga Gergely
egyetemi tanársegéd
Budapesti Corvinus Egyetem
E-mail: gergely.varga@uni-corvinus.hu

2015. augusztus

ISBN 978-615-5594-08-3
ISSN 1785-377X

Kiadó:
Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont
Közgazdaság-tudományi Intézet

Megtakarítási típusok: egy adaptív-evolúciós megközelítés

Varga Gergely - Vincze János

Összefoglaló

A közgazdaságtanban az ágens alapú modellezés egyik viszonylag új alkalmazási területe a makroökonómia. Minden makromodellnek, így az ágens alapú modelleknek is, fontos része a megtakarítási döntések kezelése. A megtakarítások nem tartoznak az ágens alapú mikroökonómiai modellek népszerű alkalmazási területei közé, ezért a makromodellezők a hagyományos megtakarítási elméletekhez nyúltak vissza és a megtakarítási viselkedések bizonyos leegyszerűsített válfajait építették be modelljeikbe. Ebben a tanulmányban azt kérdezzük, hogy – néhány népszerű megtakarítási szabály létét feltételezve – egy adaptív-evolúciós megközelítésből endogén módon tudunk-e következtetni ezen szabályok relatív életképességére, illetve arra, hogy milyen társadalmi kimeneteket kapunk, amikor az egyes megtakarítási szabályok versenyeznek egymással. Három típust vezetünk be: egy prudens, egy rövidlátó, és egy permanens jövedelemelméletnek megfelelően működőt. Rendkívül erős szelekciós nyomás mellett a prudens típus egyértelműen kiszorítja a másik kettőt. Talán furcsa módon a második legéletképesebbnek a rövidlátó típus tűnik, de már közepes szelekciós nyomásnál sem hal ki egyik típus sem. Szokásos tőkehatékonyság mellett a prudens típus túlberuházási tendenciát visz a gazdaságba, és a gazdaság az aranykori megtakarítási rátánál magasabbat produkál. A hitelkorlátok oldása még nagyobb túlberuházáshoz vezethet, a hitelek mennyiségének növekedése mellett a tőketulajdonosok, akik itt endogén módon alakulnak ki, mintegy kizsákmányoltatják magukat azokkal, akiknek nincs pozitív tőkejövedelmük. A hosszú távú átlagos fogyasztás szempontjából a típusok kiegyensúlyozott aránya adja a legjobb eredményt, ugyanakkor ez jóval nagyobb ingadozással jár, mint amikor csak prudens típusú háztartások léteznek.

Tárgyszavak: megtakarítási típusok, korlátozott racionalitás, evolúciós tanulás, ágens alapú makromodell

JEL kód: : E03, E14, E27

Köszönetnyilvánítás: Köszönetünket fejezzük ki Simonovits Andrásnak a cikkhez fűzött megjegyzéseiért, javaslataiért. A kutatást az OTKA K 108 658. projektje finanszírozta.

Savings types: An evolutionary-adaptive approach

Gergely Varga - János Vincze

Abstract

Macroeconomic modelling is a recent development within the rapidly advancing field of agent-based modelling. Like older macromodels macro ABMs must also feature a well-designed consumption-savings block. As the microeconomic ABM literature on savings is non-existent researchers had to resort to the traditional literature to borrow ideas about how to model agents' savings behaviour. They adopted certain simple consumption rules as simplifications of the (implicit) decision rules derived from maximizing models. In this paper we set up an agent-based macromodel where households belong to one of three types of savers (prudent, myopic, permanent income based), but allow for adaptation, learning and selection. We are interested in establishing the relative fitness of the three savings types, and determine their impact on the overall performance of the economy. Through running simulations we find that the prudent type alone prevails when the selection pressure is very high, but at intermediate levels of evolutionary competition the two other types can survive as well. At customary levels of relative capital efficiency prudent agents tend to overaccumulate capital, and the presence of the other types is like a socially useful antidote, driving the long-run savings rate towards the golden rule. On the other hand low selection pressure raises substantially the volatility of capital. In this model relaxing borrowing constraints is conducive to even more excessive investments, as if owners of capital were exploited by wage-earners.

Keywords: savings types, bounded rationality, evolutionary learning, agent-based macromodel

JEL classification: E03, E14, E27

Megtakarítási típusok: egy adaptív-evolúciós megközelítés*

Varga Gergely[†], Vincze János[‡]

Összefoglaló

A közgazdaságtanban az ágens-alapú modellezés egyik viszonylag új alkalmazási területe a makroökonómia. Minden makromodellnek, így az ágens-alapú modelleknek is, fontos része a megtakarítási döntések kezelése. A megtakarítások nem tartoznak az ágens-alapú mikroökonómiai modellek népszerű alkalmazási területei közé, ezért a makromodellezők a hagyományos megtakarítási elméletekhez nyúltak vissza, és a megtakarítási viselkedések bizonyos leegyszerűsített válfajait, amelyet viselkedési szabályként lehet felfogni, építették be modelljeikbe. Ebben a tanulmányban azt kérdezzük, hogy néhány népszerű megtakarítási szabály létét feltételezve egy adaptív-evolúciós megközelítésből endogén módon tudunk-e következtetni ezen szabályok relatív életképességére, illetve arra, hogy milyen társadalmi kimeneteket kapunk, amikor az egyes megtakarítási szabályok versenyeznek egymással. Három típust vezetünk be: egy prudens, egy rövidlátó, és egy a permanens jövedelem elméletnek megfelelően működő típust. Rendkívül erős szelekciós nyomás mellett a prudens típus egyértelműen kiszorítja a másik kettőt. Talán furcsa módon a második legéletképesebbnek a rövidlátó típus tűnik, de már közepes szelekciós nyomásnál sem hal ki egyik típus sem. Szokásos tőkehatékonyság mellett a prudens típus túlberuházási tendenciát visz a gazdaságba, és a gazdaság az aranykori megtakarítási rátánál magasabbat produkál. A hitelkorlátok oldása még nagyobb túlberuházáshoz vezethet, a hitelek mennyiségének növekedése mellett a tőketulajdonosok, akik itt endogén módon alakulnak ki, mintegy kizsákmányoltatják magukat azokkal,

*Köszönetünket fejezzük ki Simonovits Andrásnak a cikkhez fűzött megjegyzéseiért, javaslataiért. A kutatást az OTKA K 108 658. projektje finanszírozta.

[†]Budapesti Corvinus Egyetem, e-mail: gergely.varga@uni-corvinus.hu

[‡]Budapesti Corvinus Egyetem és Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont, Közgazdaság-tudományi Intézet, e-mail: janos.vincze@uni-corvinus.hu

akiknek nincs pozitív tőkejövedelmük. A hosszú távú átlagos fogyasztás szempontjából a típusok kiegyensúlyozott aránya adja a legjobb eredményt, ugyanakkor ez jóval nagyobb ingadozással jár, mint amikor csak prudens típusú háztartások léteznek.

Tárgyszavak: megtakarítási típusok, korlátozott racionalitás, evolúciós tanulás, ágens-alapú makromodell

JEL kód: E03, E14, E27

1. Bevezetés

Az ágens-alapú modellek (ABM) a közgazdasági modellezés egy olyan sajátos válfaja, amely az utóbbi 20 évben egyfajta alternatívát jelent a hagyományos megközelítésekhez képest számos területen. Ez az új megközelítés részben elméleti (filozófiai) részben pedig matematikai (metodológiai) aspektusokat is magában foglal, ahol ezek az aspektusok összefüggnek egymással. Elméleti szempontból az ABM-ek általában nem tartalmaznak optimalizáló ágenseket, de legalábbis nem tartalmaznak olyanokat, akik esetében az optimalizálás nem fejezhető ki explicit függvény formájában. Tehát az ABM-ek ágensei eleve csak "kiszámítható" (computable) viselkedéssel rendelkezhetnek (Az ágens alapú modellezésről általában lásd Gilbert [2008], Heath et al. [2009], annak elsősorban közgazdasági aspektusairól Tesfatsion [2001], [2006]).

Egy másik filozófiai aspektusa az ABM-eknek a heterogenitás hangsúlyozása. Léteznek hagyományos modellek is, amelyek "sokszereplősek", ahol a szereplők különböznek egymástól (lásd például az új keynesiánus DSGE modelleket), de a heterogenitás egy tipikus ABM-ben "lényegesebb", mint egy végtelen szereplős DSGE-ben, abban az értelemben, hogy nem vezethető le olyan aggregációs szabály (még közelítőleg sem), amely az egyedi viselkedéseket egy aggregált egyenletbe tudná sűríteni. Ennek oka elsősorban az információ kezelése. Publikus (mindenki számára hozzáférhető, globális) információn alapulnak döntések ABM-ekben is, de szinte minden ABM-ben az ágensek heterogenitása abban is megnyilvánul, hogy jelentős részben egyedi (lokális) információval rendelkeznek a környezetükről.

Egy fontos további jellemző, hogy az ABM-ekben nem létezik "racionális várakozás". Logikailag a racionális várakozások (azaz adott információ mellett a jövő "objektív" valószínűség eloszlásának az ismerete) nem következnek az információk lokális jellegéből, sem pedig a "kiszámíthatóság" követelményéből, ám gyakorlatilag lehetetlen olyan nem-triviális modellt alkotni,

ahol a racionális várakozások hipotézise "megvalósítható" lenne a fenti követelmények mellett, még ha valaki erre törekedne is.

Matematikailag egy ABM egy általában "nagy" dimenziós nemlineáris differencia-egyenlet-rendszer, amelynek létezik explicit megoldása, és ez az explicit megoldás az, amit a modell egy szimulációja során bizonyos (természetesen véges) időszakra ki is számolunk. Analitikus állítások csak egyszerű ABM-ek esetében fordulnak elő, és ott is inkább közelítések. Ez a metodológia ugyan relatíve új, illetve ritka a közgazdaságtanban, ám korántsem ismeretlen a természettudományokban vagy az ökológiában.

Jóllehet racionális várakozások nincsenek ABM-ekben ezek a modellek sem zárják ki azt, hogy bizonyos döntések a jövővel kapcsolatos várakozásokon alapuljanak, és azt sem, hogy ezek a várakozások intelligensek legyenek, vagyis hogy a döntéshozók tanuljanak. A tanulási folyamatot igyekeznek azonban a tanulóval kapcsolatos pszichológiai tudásunk alapján megfogalmazni, ami kizárja a tökéletességet. (Tanulásról az ágens-alapú modellekben lásd Duffy [2006], Brenner [2006].)

A tanuláshoz két válfaját is megkülönböztethetjük egy ágens-alapú modellben. Az egyik fajta (kvantitatív) tanulás azt jelenti, hogy megpróbáljuk előrejelezni a jövedelmünket vagy a jövőbeli hozamokat. Létezik azonban egyfajta kvalitatív tanulás is, ami azt jelenti, hogy minőségileg is változhat valaki viselkedése. Nyilván a különbség relatív matematikailag, a kvalitatív tanulás is parametrizálható kvantitatívként. A lényeges megkülönböztetés talán az időtényező. A kvantitatív tanulás gyorsabb, míg a kvalitatív tanulás lassabb, ritkábban van rá mód. Az előbbi fajta tanulás sok közgazdasági ABM-et jellemez, az utóbbi viszonylag ritkább. (Arifovic [2000] példa a genetikus algoritmusok használatára a közgazdaságtanban, ami elsősorban az utóbbi kategóriába tartozik.)

A közgazdaságtanban az ABM-ek egyik viszonylag újabb alkalmazási területe a makroökonómia. (Lásd Deissenberg et al. [2008], Delli Gatti et al. [2011].) Mára kialakult egy bizonyos fajta sztenderdje is ezeknek a modelleknek, némi differenciálódással attól függően, hogy milyen problémára alkalmazzák őket. Egy makroökonómiai modell szükségképpen többfajta szereplőt (háztartás, vállalat, bank stb.) tartalmaz, és számos fajta döntést. Az ABM-ek készítői sokfajta nem-sztenderd viselkedési forma között választhatnak az egyes ágensek viselkedésének leírásaokor. Igyekeznek empirikusan alátámasztott döntési szabályokat alkalmazni, de ennek lehetőségei korlátozottak, hiszen a valóban "bizonyított" empirikus viselkedési szabály ritkább, mint a fehér holló, s ezért gyakran plauzibilis, ám ad hoc megoldásokat alkalmaznak.

Ebben az írásban a makroökonómiai modellek egy nagyon fontos aspektusára, a meg-

takarítási szabályra koncentrálnak, és azt kérdezzük, hogy az adaptív viselkedést feltételező ABM megközelítés tud-e valamit mondani a makromodellek számára arról, hogy milyen megtakarítási szabályt célszerű feltételezni, illetve azoknak milyen következményei vannak. Tudomásunk szerint az adaptív megközelítést a megtakarítási magatartás szempontjából eddig nem alkalmazták ABM-ekben. A kérdés pedig érdekes és nem-triviális, hiszen mind a hagyományos, mind az újabb modellek feltételezik látszólag "alacsonyabbrendű" viselkedési formák létét, anélkül, hogy ezek hosszú távú fennmaradását magyaráznák.

A következő szakaszban először áttekintjük célkitűzésünk szempontjából a hagyományos megtakarítási irodalmat, majd a kapcsolódó ABM irodalmat. Ezután kvalitatíve azonosítjuk három típusát a megtakarítóknak, amely típusok mind elméletileg, mind empirikusan alátámaszthatónak tűnnek. Az 5. szakaszban egy ABM elemzésével azt a kérdést tesszük fel, hogy vajon milyen körülmények között élhetnek együtt ezek a típusok, és milyen következményekkel jár az aggregált megtakarítói viselkedésre az együttélésük. Mint látni fogjuk az eredmények komplexek, arra utalnak, hogy a szelekciós erő és a társadalmi eredményesség közti kapcsolatok sokkal bonyolultabb kölcsönhatásban vannak, mint ahogy azt talán naívan sokáig értelmezték a közgazdászok. A záró szakaszban a tanulmány konklúziójaként javaslatokat teszünk a megtakarítások modellezésére ABM-ekben.

2. Megtakarítói típusok

2.1. A fogyasztás-megtakarítás hagyományos elméletei

A fogyasztási-megtakarítási döntések empirikus modellezőinek régóta szembe kellett néznie az egyének közti heterogenitás problémájával. Létezik egy régi tradíció, amely az egyéneket (háztartásokat) két csoportra osztja: egyrészt vannak, akik a hosszú távon hasznosságot maximalizáló fogyasztó eredetileg Irving Fisher által megfogalmazott elméletének megfelelően cselekszenek (racionális ágensek), és azok, akik – látszólag – rövidlátó módon mindig annyit fogyasztanak, amennyit csak tudnak. A különböző elméletek az utóbbiakat illetően lényegében abban különböznek, hogy minek tudják be ezt a viselkedést: rövidlátásnak, egyszerű irracionitásnak, vagy likviditási (hitel) korlátoknak. Campbell - Mankiw [1989] az "irracionális" felfogást követik, ahol a háztartások egy nem elhanyagolható része rövidlátóan a jövedelmének nagy hányadát elfogyasztja minden időszakban, anélkül, hogy törődne a jövővel. Ezen fogyasztók esetében a pillanatnyi jövedelem és fogyasztás között szoros a korreláció, függetlenül attól, hogy a jövedelem változásai permanens vagy időleges tényezőktől függ.

Az utóbbi évtizedek viselkedési közgazdaságtani modelljei a rövidlátás és irracionalitás modellezésére törekedtek, és különböző elméletek alakultak ki ennek magyarázatára. Talán a leginkább elterjedt ezek közül a hiperbolikus diszkontálás modellje, amivel a megtakarítási döntéseket gyakran elemzik az utóbbi időben, de megjelentek, ha nem is terjedtek el ugyanolyan mértékben, olyan elméletek is, amelyek a korlátozott kognitív képességeket hangsúlyozzák, és olyanok is, amelyek az emberi psziché belső inkonzisztenciájának (kettős-én elméletek) feltevésén nyugszanak.

Egy modern változat a hiperbolikus diszkontrátákkal és némi naivitással magyarázza a rövidlátó viselkedést (lásd Laibson [1997]). Hiperbolikus és naiv fogyasztók preferenciái olyanok, hogy ma relatíve sokat akarnak fogyasztani, és elfelejtik, hogy egyszer a holnap is ma lesz, amikor ugyanúgy fognak érezni. Ha előrelátóak lennének, akkor tennének valamit annak érdekében, hogy féken tartsák állandó türelmetlenségüket, például illikvid befektetéseket tartanának, vagy egyszerűen csak egy olyan fogyasztási tervük lenne, ami figyelembe veszi, hogy ma a holnapi énükkel részlegesen konfliktusban vannak. Még újabb változatok is léteznek erre a témára (például Fudenberg-Levine [2006]), amelyek az egyént kétlelkűnek tekintik, aki forró és hűvös állapotban létezhet, amikor a forró állapotban nem tudunk hosszú távú érdekeinknek megfelelően cselekedni. Mindezek az elméletek a racionális és irracionális megtakarítási viselkedés perzisztens együttéléséhez vezetnek, de nem magyarázzák meg, hogy a (kulturális) evolúció miért nem képes kiradírozni egy látszólag alacsony hatékonyságú viselkedési mintát.

A racionális (fogyasztás-simító és előrelátó) viselkedésnek több változata létezik az irodalomban. A korai elméletek nem törődtek a jövedelem nem-diverzifikálható kockázataival, és ezért a fogyasztók kockázatviselő képessége nem játszik különösebb szerepet ezekben a modellekben. Egy általános eredmény, hogy ilyen feltételek mellett a vagyon nem-stacionárius, illetve a fogyasztás véletlen bolyongást követ végtelen időszakra tervező háztartás esetében. Az ilyen fogyasztók fogyasztási határhajlandósága jóval nagyobb a permanens jövedelem sokkokra, mint az átmeneti sokkokra. Empirikus tanulmányok egy része azt látszik igazolni, hogy a háztartások egy részét valóban valami ilyen magatartás jellemzi (Hall-Mishkin [1982]).

A nem-diverzifikálható munkajövedelem kockázat és a véges élettartam szerepét hangsúlyozó elméletek is születtek, amelyekben fontos szerepe van a kockázat-elutasításnak, sőt a prudens preferenciáknak. Az empirikus fogyasztási függvény irodalom egyik legismertebb eredménye a puffer modell, amely egy hagyományos elméletből levezetett nem-parametrikus empirikus fogyasztási függvény. (Lásd Summers-Carroll [1991].) Az eredmény úgy foglalható össze, hogy prudens preferenciákkal rendelkező, viszonylag jelentős nem diverzifikálható munkajövedelem kockázattal bíró háztartások viselkedését az jellemzi, hogy egy vagyon puffer

fenntartására törekszenek, amelyet a vagyon/jövedelem aránnyal lehet jellemezni. (Például a vagyon puffer féléves jövedelemnek feleljen meg.) Ha a puffer túl nagy, akkor többet fogyasztanak a szokásosnál, ha túl kicsi, akkor kevesebbet. Empirikus eredmények igazolni látszanak egy ilyen jellegű reláció létét a gyakorlatban is (lásd Carroll [1996].)

3. Megtakarítási szabályok makro ABM-ekben

Makroökonómiai ABM-eknek természetesen tartalmazniuk kell valamilyen megtakarítási szabályt is. Mivel ezekben a modellekben általában nincsenek hasznossági függvények a modellezők az empirikus irodalomra hivatkozva igazolják választásukat.

Dosi et al. [2013] például annak a stilizált ténynek az alapján, mi szerint a fogyasztás jól "nyomon követi" a folyó jövedelmet azzal a feltevéssel él, hogy a háztartások minden időszakban igyekeznek a teljes folyó jövedelmüket elfogyasztani, azaz mintha a fogyasztók alapvetően rövidlátók lennének. Egy másik jól ismert stilizált tény a fogyasztási függvény konkávitása, vagyis az a megfigyelés, hogy a megtakarítási határhajlandóság a rendelkezésre álló források növekvő függvénye. Ilyen fogyasztási függvényt specifikál például az irodalom egyik zászlóshajója, a BAM modell (lásd Delli-Gatti et al. [2011]).

Egyre több olyan ágens-alapú modell van, amely a puffer elméletből indul ki. Ennek az elméletnek egy leegyszerűsített (parametrizált és linearizált) változatát több makro ABM is használta. (Például a BAM egy változata, valamint az EURACE (lásd Deissenberg et al [2008].)

4. A három típus és versenyük

A fentiek alapján a háztartások három típusa rajzolódik ki, amelyeket az irodalom azonosított, és amelyek "létére" vannak bizonyos bizonyítékok is. Ez a három típus eléggé különbözik egymástól ahhoz, hogy kvalitatíve különbözőnek tekintsük őket, mintegy különböző mémeknek.

1. Permanens jövedelem típus. Ez a fajta háztartás hosszú távon tervez, igyekszik előre jelezni a jövedelmét, és a fogyasztását simítani. Hajlandó mind megtakarítani, mind pedig hitelt felvenni szükség esetén.
2. Prudens típus. Ez a háztartás prudens módon tartalékol, de amennyiben túlzottan nagyok a tartalékai, nem rest leépíteni azokat. Bár mindig pozitív vagyon elérésre

törekszik, véletlenszerűen előfordulhat, hogy adósságba veri magát, ám ezt igyekszik minél hamarabb törleszteni.

3. Rövidlátó típus. Nem törődik a jövővel, a fogyasztás rövid távú maximalizálásra törekszik. Ha ehhez hitelt kell felvennie megteszi, de mintegy véletlenszerűen előfordulhat az is, hogy fölöslege van, és vagyont is felhalmozhat.

Ez a három típus nem adódik szigorúan a hasznosságmaximalizáló modellek típusaiból, csak hasonlít hozzájuk. Mivel nem tételezünk fel hasznossági függvényt nem kérdezhetjük azt, hogy szubjektíve megéri-e valamilyen típusúnak lenni, viszont fel fogjuk tenni azt a kérdést, hogy hosszú távon megéri-e. A "fittségi" kritériumunk az időbeli átlagos fogyasztás, feltesszük, hogy létezik egy olyan adaptációs evolúciós mechanizmus, amely a hosszú távú fogyasztás szempontjából eredményesebb viselkedési mintákat propagálja a társadalomban.

Milyen hátrányai és előnyei lehetnek az egyes típusoknak? A rövidlátó típus várhatóan alacsony nettó tőkével rendelkezik hosszú távon, s emiatt fogyasztása sem lehet nagyon magas. Első nekifutásra ennek a típusnak a hosszú távú fennmaradása erősen kétségesnek tűnik, ha az adaptáció kényszere nagy. A permanens jövedelem fogyasztó józanul a vagyona szinten tartására növekszik, azaz egy stabil fogyasztást igyekszik biztosítani magának. Véthet azonban hibákat a jövő előrejelzésénél, ami költséges lehet, továbbá mivel hitelt ő is szívesen vesz fel, összességében nem biztos, hogy tőkejövödelme nagyon nagy lesz. A prudens háztartás biztonságra törekszik, akkor is módja lesz fogyasztani eladósodás nélkül is, ha a munkajövedelme alacsony, de lehet, hogy túlzottan takarékos, keveset fogyaszt ahhoz képest, hogy mekkora vagyont tart "fölségesen".

Kérdés az is, hogy milyen "társadalmi" hatást fejtenek ki az egyes típusok. Első látásra egy prudens fogyasztó társadalmi (másokra való) hatása pozitív, míg egy rövidlátó hatása negatív, amennyiben az első növeli, a második pedig csökkenti a társadalmi tőkét, és ezáltal a munka termelékenységét is. Nem triviális, hogy lehetséges-e és mi a hatása az együttélésüknek. Mint láttuk az ABM-ek csak egyik vagy másik típus létét tételezik fel, de ez nagyon valószínűtlen. Szinte minden vizsgálat azt bizonyítja, hogy léteznek prudens háztartások, de hogy csak ilyenek léteznének, azt cáfolni látszik a háztartások néha jelentős eladósodása. Nehezen hihető az is, hogy csak rövidlátó fogyasztók vannak, hiszen láthatólag vannak pozitív megtakarítók minden társadalomban hosszú távon is.

A három típus konkrét modellezésénél számos kérdést kell feltennünk. Például a rövidlátó fogyasztónál valahonnan származtatni kell a fogyasztási célt, a prudens ágensnél a kívánt vagyonpuffer nagyságát, a permanens jövedelem típusnál pedig azt, hogy hogyan határozza meg permanens jövedelmét. A modell részletes leírásánál adunk választ ezekre a kérdésekre.

Mint látható lesz "bizonyos" altípusok létét, és azok közti versenyt, az egyes típusokon "belüli" kiválasztódási mechanizmust fogunk feltételezni a típusok közötti verseny mellett.

5. Egy ABM és szimulációs eredményei

5.1. A modell

A modell technológiai vázát az úgynevezett Bewley-típusú modellektől (Bewley [1980]) vettük át. A Bewley-típusú modelleket főként abból a célból tanulmányozták, hogy inkomplett piaci feltételek mellett mit tudunk mondani makromodellek egyensúlyáról. A modellben egyéni technológiai bizonytalanság van, aggregált technológiai bizonytalanság nem létezik. Kétfajta megtakarítási lehetőség van ebben a konkrét modellben: fizikai tőke és magánhitelek. A jelen modellt megkülönbözteti a hagyományos Bewley-modellektől az aktívapiacok kezelése, és elsősorban, a fogyasztói viselkedés modellezése.

5.1.1. A termelési-elosztási oldal

A termelési és elsődleges jövedelem elosztási része a modellnek Aiyagari [1994] cikkét követi. Létezik N *ex ante* azonos háztartás, mely mindegyike végtelen élettartamú. Minden háztartás (homogén) munkakínálatát azonos kétállapotú Markov-lánccal jellemezzük, amelynek az átmenet mátrixa:

	L_1	L_2
L_1	p	$1 - p$
L_2	$1 - q$	q

ahol $L_1 < L_2$, $p < q$. Tehát, ha a háztartások száma nagy, akkor a munkakínálati aggregált bizonytalanság kicsi, jóllehet az egyéni kínálati bizonytalanság lehet jelentős. A munkapiacok mindig egyensúlyban vannak, és a munka díjazása határtermékén történik. A gazdaság aggregált termelési függvénye Cobb-Douglas, argumentumai az aggregált munka és az aggregált tőke, a munka részesedése α .

$$L_t = \sum_k L_{t,k}, \quad K_t = \sum_k K_{t,k} \quad \text{és} \quad Y_t = K_t^{1-\alpha} L_t^\alpha,$$

ahol L_t az aggregált munka, $L_{t,k}$ a k háztartás munkakínálata, K_t az aggregált fizikai tőke, $K_{t,k}$ a k háztartás fizikai tőkeállománya, Y_t az aggregált output és $0 < \alpha < 1$. Az egységbér (w_t), és az egységnyi tőkeszolgáltatások járadéka (r_t^K) impliciten kifejezhető, mint

$$w_t L_t = \alpha Y_t \quad \text{and} \quad r_t^K K_t = (1 - \alpha) Y_t.$$

A szimulációk első időszakában minden ágens egy véletlen nagyságú tőkével rendelkezik. A tőke időszakonként δ százalékban amortizálódik.

Ez a modell ugyan egyéni munkakínálat bizonytalanságot tartalmaz, de az aggregált munkakínálat nagyszámú ágens esetén közelítőleg konstans, és ez a konstans munkakínálat (L) egyértelműen meghatározható a Markov-lánc paramétereiből, valamint az ágensek számából. Ekkor értelmezhető ebben a Cobb-Douglas termelési függvénnyel rendelkező gazdaságban a (közelítő) aranykori megtakarítási ráta, és az ennek megfelelő aranykori tőkeállomány és fogyasztás. Tudjuk, hogy Cobb-Douglas esetben az aranykori megtakarítási ráta $1 - \alpha$, és

$$\begin{aligned} K^* &= \left(\frac{1 - \alpha}{\delta} \right)^{\frac{1}{\alpha}} L \\ C^* &= \alpha K^{1-\alpha} L^\alpha. \end{aligned}$$

az aranykori tőkeállomány és fogyasztás.

5.1.2. A fogyasztási oldal

Minden időszak kezdetén az idioszinkratikus munkakínálati sokkok realizálódnak, majd a termelés és az elsődleges jövedelem elosztása történik meg. Az egyes háztartások teljes rendelkezésre álló erőforrásai:

$$A_{t,k} = (1 - \delta + r_t^K) K_{t,k} + (1 + r_t) B_{t,k} + w_t L_{t,k} - (1 + r_t) D_{t,k},$$

ahol $A_{t,k}$ a k háztartás erőforrásai, r_t a kamatláb, amit a hiteleken érvényesítenek, $B_{t,k} \geq 0$ a háztartás más háztartásoknak nyújtott ma lejáró hitelei, és $D_{t,k} \geq 0$ a háztartás általi tartozások. (A hitelezésről lásd lejjebb.) Az $A_{t,k}$ tehát tartalmazza a nettó vagyont ($K_{t,k} + B_{t,k} - D_{t,k}$), a jelenlegi jövedelmet ($r_t^K K_{t,k} + r_t B_{t,k} + w_t L_{t,k}$), de levonjuk az amortizációt és a kamatkiadásokat ($\delta K_{t,k} + r_t D_{t,k}$).

A háztartások egy Erdős-Rényi-féle véletlen gráf csomópontjain helyezkednek el (Erdős-Rényi [1959]), melyben minden lehetséges ágenspárt ρ_1 valószínűséggel kötöttünk össze, dg pedig a reguláris kezdeti gráf fokszáma. Az ágensek között a gráfot minden időszakban adott ρ_2 valószínűséggel újrageneráljuk. Egy adott időszakban minden fogyasztó három típus valamelyikéhez tartozik: $T_t(k) = a$, $T_t(k) = b$ vagy $T_t(k) = c$, ahol a a permanens jövedelem típust, b a prudens típust, c pedig a rövidlátó típust jelöli. Az első időszakban az ágensek

egyenlő valószínűséggel kerülnek a három típus valamelyikébe. Mindhárom típusnak megvan a saját fogyasztástervezési szabálya, amely paraméterei azonban függnnek a háztartás aktuális állapotától.

A permanens jövedelem típus tervei A permanens jövedelem típushoz tartozók megpróbálják előrejelezni teljes életpálya vagyონukat, és azt tervezik, hogy konstans (nem-negatív) fogyasztást realizálnak ennek alapján.

$$C_{t,k}^P = \chi_{t,k} \max \left(0, \frac{\tilde{E}_{t,k}(r)}{1 + \tilde{E}_{t,k}(r)} A_{t,k} + \frac{1}{1 + \tilde{E}_{t,k}(r)} \tilde{E}_{t,k}(LW_{t,k}) \right),$$

ahol $C_{t,k}^P$ a k háztartás tervezett fogyasztása a t időszakban, ha $T_t(k) = a$, $\chi_{t,k}$ a háztartás optimizmusát jellemző paraméter, és $\tilde{E}_{t,k}(LW_k)$ és $\tilde{E}_{t,k}(r)$ az átlagos munkajövedelem és kamatláb várt értékei. $\chi_{1,k}$ egy $[\bar{\chi}, \underline{\chi}]$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó realizációja, későbbi alakulásának mikéntjét az Adaptáció-szelekció-mutáció részben ismertetjük. A várakozások súlyozott átlagai a változók realizált értékeinek exponenciálisan csökkenő súlyokkal. Rekurzívan a következőképpen definiálhatók:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{t,k}(LW_k) &= \theta \tilde{E}_{t-1,k}(LW_k) + (1 - \theta) w_t L_{t,k} \\ \tilde{E}_{t,k}(r_k) &= \theta \tilde{E}_{t-1,k}(r_k) + (1 - \theta) r_t. \end{aligned}$$

Az első szimulációs periódusban:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{1,k}(LW_k) &= w_1 L_{1,k} \\ \tilde{E}_{1,k}(r_k) &= r_1. \end{aligned}$$

A háztartások tehát múltbeli tapasztalataik alapján a történelmi átlagokat vetítik előre, de úgy hogy minél távolabb megyünk vissza a múltba, a megfigyelések súlya egyre kisebb lesz. Nemstacionárius körülmények között ez a súlyozás intuitíve ésszerű, mivel ilyenkor a távoli múlt információi egyre lényegtelenebbek. Viszont, ha mégis stacionárius lenne a világ, akkor hosszú távon a súlyozás nem csökkentené lényegesen az előrejelzés hatékonyságát.

A prudens típus fogyasztási tervei Minden fogyasztó rendelkezik egy számára kívánatos vagyón/jövedelem aránnyal:

$$h_{t,k} = A_{t+1,k} / Inc_{t,k},$$

ahol a k háztartás jövedelme a t -edik időszakban

$$Inc_{t,k} = r_t^K K_{t,k} + w_t L_{t,k} + r_t B_{t,k} - r_t D_{t,k},$$

$h_{1,k}$ egy \bar{h} várhatóértékű, exponenciális eloszlású valószínűségi változó realizációja. Értéke később módosulhat: ennek mikéntjét az Adaptáció-szelekció-mutáció részben ismertetjük. Ha az aktuális vagyon/jövedelem arány ($A_{t,k}/Inc_{t-1,k}$) magasabb a kívánt aránynál, akkor többet fogyasztanak a szokásosnál, ha kisebb, akkor kevesebbet. Delli Gatti et al. [2011] leírását követve ekkor a prudens fogyasztó fogyasztási szabálya a következőképpen alakul:

$$C_{t,k}^P = \max \left\{ 0, \frac{Inc_{t,k} [1 + (A_{t,k}/Inc_{t-1,k} - h_{t,k} - g_{t,k})]}{1 + g_{t,k}} \right\},$$

ahol $g_{t,k}$ az ágens jövedelmének növekedési üteme a t -edik és a $t - 1$ -edik időszak között.

A rövidlátó típus fogyasztási tervei A rövidlátó háztartások kizárólag a fogyasztásra koncentrálnak. A szomszédos ágensek közül a legmagasabb fogyasztással rendelkezőt tekintik referenciának, és optimizmusuk fokának megfelelően az ő fogyasztását szeretnék elérni, azaz ha $T_t(k) = c$, akkor

$$C_{t,k}^P = \chi_{t,k} \max (0, C_{t,k}^{\max}),$$

ahol $C_{t,k}^{\max}$ a szomszédos (azonos élen elhelyezkedő) ágensek fogyasztása közül a legmagasabb a t -edik időszakban, $\chi_{t,k}$ ismét a háztartás optimizmusát jellemző paraméter. $\chi_{1,k}$ egy $[\bar{\chi}, \underline{\chi}]$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó realizációja, melynek későbbi alakulásáról az "Adaptáció-szelekció-mutáció" alfejezetben írunk.

5.1.3. Fogyasztás

Ha

$$C_{t,k}^P \leq A_{t,k},$$

akkor a háztartás pillanatnyi fogyasztási tervét képes realizálni, tehát

$$C_{t,k} = C_{t,k}^P,$$

és a háztartás megtakarított erőforrásállománya:

$$W_{t+1,k} = A_{t,k} - C_{t,k} \geq 0.$$

Egyébként:

$$C_{t,k} = \min \left[C_{t,k}^P, \max \left(0, A_{t,k} + \frac{1}{1 + r_{t+1}} \bar{D}_t \right) \right],$$

ahol \bar{D}_t egy általános hitelkorlát, és r_{t+1} a kamatláb a $t+1$ -edik periódusban lejáró hiteleken. A hitelkorlát értékét a "legrosszabb esetben" realizálható bérjövedelem örökjáradékosított értéke határozza meg, ahol a kamatláb értékét perturbáltuk, hogy minden esetben pozitív maradjon.

A k háztartás hitelkereslete:

$$D_{t+1,k} = \max \left[0, \min \left(\frac{1}{1+r_{t+1}} \bar{D}, C_{t,k}^P - A_{t,k} \right) \right].$$

5.1.4. A hitelpiac

A kamatlábat meghatározó összefüggés:

$$r_{t+1} = \omega \left(\sum_k D_{t-1,k} / Y_{t-1} \right)^2 + \max(0, r_t^K - \delta),$$

vagyis a hitelpiacon a kamatláb mindig legalább akkora, mint a tőke realizált nettó hozama. Ez egy naív centralizált hitelpiacot tételez fel, ahol az előző időszak hozamot mintegy referenciának tekintik, de a hitelezők felhasználva azt, hogy a hitelfelvevőknek "szükségük" van rájuk, erre "rátesznek" egy kis marzsot. Továbbá a kamatláb értékét úgy perturbáljuk, hogy semmiképpen ne legyen negatív.

Ha a megvalósíthatósági kritérium

$$\sum_k W_{t+1,k} \geq \sum_k D_{t+1,k}$$

teljesül, akkor a megtakarítások kínálata konzisztens a hitelkereslettel. Ebben az esetben

$$B_{t+1,k} = W_{t+1,k} \frac{\sum_k D_{t+1,k}}{\sum_k W_{t+1,k}},$$

$$K_{t+1,k} = W_{t+1,k} - B_{t+1,k},$$

vagyis a hitelek és a fizikai tőke portfóliósúlyai azonosak minden háztartásnál, ha a háztartás nettó megtakarításainak egyenlege pozitív. Amikor a megvalósíthatósági feltétel nem teljesül, a hitelezők leírják az adósok adósságát ($B_{t+1,k} = D_{t+1,k} = 0 \forall k$ -ra), de a hitelezés a következő időszaktól újra beindul.

5.1.5. Adaptáció-szelekció-mutáció

A modellben nincs szubjektív hasznosság, de az akkumulált hasznosság mintegy életrevalósági (fitness) kritériumként funkcionál (Brock-Holmes [1997]). Az ágensek sikerességét akkumulált fogyasztásukban mérjük az alábbi módon:

$$U_{t,k} = \lambda U_{t-1,k} + (1 - \lambda)C_{t,k}, 0 < \lambda < 1.$$

Minden időszakban egy kis (ρ_3) valószínűséggel egy ágens képes típust váltani. Ilyenkor az ágens beazonosítja mindhárom csoportban (permanens jövedelem típus, prudens típus, rövidlátó típus) a legnagyobb U_{t-1} értékkel rendelkezőket. Legyenek ezek az értékek $U_{t-1,k(a)}^*$, $U_{t-1,k(b)}^*$ és $U_{t-1,k(c)}^*$. Ekkor a k ágens típusa τ ($\tau = a, b$ vagy c) lesz

$$\Pr(T_t(k) = \tau) = \frac{\exp\left(\frac{U_{t-1,k(\tau)}^*}{\Upsilon}\right)}{\exp\left(\frac{U_{t-1,k(a)}^*}{\Upsilon}\right) + \exp\left(\frac{U_{t-1,k(b)}^*}{\Upsilon}\right) + \exp\left(\frac{U_{t-1,k(c)}^*}{\Upsilon}\right)}$$

valószínűséggel, ahol egy nagy $\Upsilon > 0$ azt jelenti, hogy a típusváltásnál a siker majdnem irreleváns, míg ha Υ 0-hoz közeli, akkor nagy a valószínűsége, hogy a sikeresebb típus győz. Bármelyik eset is realizálódik a k háztartás örökli a "győztes" sikermutatóját, habár ez azonnal erodálódik, amennyiben $\lambda < 1$. A sikermutatón felül az ágensek öröklik a "győztes" optimizmusának fokát ($\chi_{t,k}$), ha $T_t(k) = a$ vagy $T_t(k) = c$, $T_t(k) = b$ esetén pedig annak kívánt vagyon/jövedelem arányát ($h_{t,k}$).

Egy kis valószínűséggel (ρ_4 , illetve ρ_5) az ágensek mutálódnak: optimizmusuk foka és a kívánt vagyon/jövedelem arányuk véletlenszerűen megváltozhat. Az optimizmus fokának új értéke a régi érték és egy egyenletes eloszlású valószínűségi változó konvex kombinációja:

$$\chi_{t,k}^n = \phi \chi_{t,k}^o + (1 - \phi) \varsigma_{t,k},$$

ahol $\chi_{t,k}^n$ az optimizmus új, $\chi_{t,k}^o$ a régi értéke, $\varsigma_{t,k}$ egy $[\bar{\chi}, \underline{\chi}]$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változó realizációja, $0 < \phi < 1$ pedig a régi érték súlya a kombinációban. A kívánt vagyon/jövedelem arány esetén pedig

$$\log h_{t,k}^n = \log h_{t,k}^o + \nu_{t,k},$$

ahol $h_{t,k}^n$ az új arány, $h_{t,k}^o$ a régi, $\nu_{t,k}$ pedig egy normális eloszlású valószínűségi változó ($\nu_{t,k} \sim N(\mu, \sigma)$) realizációja.

5.2. A szimulációk eredményei

Paraméterek A "hőmérséklet" (Υ) kivételével a közölt szimulációkban a modell leírásban szereplő paraméterek értéke ugyanaz. Ezeket az 1. táblázatban mutatjuk be.

1. táblázat. A rögzített paraméterek értéke

Paraméter	Jelentése	Érték
N	ágensek száma	200
p	alacsony munkakínálati állapot megmaradásának valószínűsége	0,4
q	magas munkakínálati állapot megmaradásának valószínűsége	0,95
L_1	alacsony munkakínálat	0,1
L_2	magas munkakínálat	1
α	munka részesedése a jövedelemből	0,67
δ	amortizációs ráta	0,005
ρ_1	ágensek közti kapcsolat valószínűsége	0,05
ρ_2	kapcsolatváltás valószínűsége	0,01
ρ_3	típusváltás lehetőségének valószínűsége	0,001
ρ_4	az optimizmus foka mutációjának valószínűsége	0,01
ρ_5	a kívánt vagyonpuffer mutációjának valószínűsége	0,01
dg	reguláris kezdeti gráf fokszáma	6
$\bar{\chi}$	az optimizmus fokának felső korlátja	1,1
$\underline{\chi}$	az optimizmus fokának alsó korlátja	0,9
θ	memória paraméter	0,8
\bar{h}	kívánt vagyonpuffer	120
ω	"marzs" paraméter a hitelpiacon	0,002
λ	fitnessz memória paraméter	0,9
ϕ	optimizmus foka memória paraméter	0,95
μ	kívánt vagyonpuffer mutációs paraméter (várható érték)	0
σ	kívánt vagyonpuffer mutációs paraméter (variancia)	0,02

Az adott paraméterek mellett az aranykori aggregált tőkemennyiség 96745, 5, az aggregált aranykori fogyasztás pedig 982, 1135. A fogyasztási és tőkeadatokat a táblázatokban és az ábrákon is a megfelelő aranykori egységekben (szorozva 100-zal) fejezzük ki. Tehát például $K = 120$ jelentése: az aranykori tőke 120%-a. Mint látni fogjuk a szimulációk eredményeként

adódó idősorok úgy tűnik, függnek a tőke kezdőértékétől. Az alábbiakban az aranykori aggregált tőkével számolunk, mint kezdő tőkével.

5.2.1. A szimulációk értelmezése

A makroökonometriában használt módszerek (például a vektor-autoregresszív modellek, a VAR-ok) többnyire felteszik az empirikus makroökonómiai idősorok ergodicitását. Hagyományos makroökonómiai elméleti modellekből generált idősorok általában stacionáriusak, sőt ergodikusak. Ágens-alapú makromodellek esetében az analitikus eredmények hiánya miatt ezek a tulajdonságok csak "tapasztalatilag" állapíthatóak meg, vagyis a szimulált idősorok formális vagy informális tesztelésével. Intuitívan egy modell stacionárius, ha egy szimulált idősor minden részidősora hosszú távon "sztochasztikusan azonos". Elméletileg léteznek olyan stacionárius idősorok is, amelyek nem-ergodikusak, vagyis amelyek esetében ugyan egy adott szimuláció különböző "részei" hasonlóak, de különböző szimulációk eredményei lényeges eltéréseket mutatnak. (Például minden szimulációban az átlag konvergál, de ezek az átlagok nem ugyanahhoz a számhoz konvergálnak.) A stacionaritás és ergodicitás hangsúlyozottan aszimptotikus tulajdonságok, véges mintából nem állapítható meg 1 valószínűséggel meglétük vagy hiányuk, de léteznek tesztek ezek "eldöntésére". Az ágens-alapú modellek nagy dimenziójúak a heterogenitás miatt, és egy ilyen nagy dimenziós modell tesztjei nem is kivitelezhetőek teljs részletességgel. Ezért általában bizonyos aggregált változók hosszú távú viselkedését szokás vizsgálni.

A mi esetünkben a kézenfekvő aggregált állapotváltozó az összes tőke mennyisége. Ennek viselkedése alapján próbálunk a modell hosszú távú viselkedéséről állításokat tenni. Itt most csak az első momentumra, azaz a várható értékre fogunk koncentrálni. Ha az ergodicitás biztosított, akkor elegendő lenne egyetlen "nagyon hosszú" szimulációt lefuttatnunk egy paraméter együttesre, és az abból számított átlagok konzisztens becslést adnának az aggregált stacionárius eloszlásról. Ha az ergodicitás nem teljesül, de a stacionaritás igen, akkor az egyes hosszú futásokból elvben csak "lokális" információt kaphatunk, minden szimuláció (amelynek egyébként ugyanazok a paraméterei) átlagai, bár értelmezhetőek várható értéként, eltérőek lehetnek, és így nem azonosíthatók az "egész" folyamat várható értékével. Ha az ergodicitás tekintetében nem vagyunk biztosak, megtehetjük, hogy egy adott paraméter együtteshez sok hosszú (de nem "nagyon hosszú") szimulációt futtatunk, és ezek átlagából képzett eloszlást vizsgáljuk. A hosszút esetünkben 5000 periódusként definiáljuk, amit több száz évnek feleltethetünk meg valós időben, míg a nagyon hosszút 50 000 periódusként, amit tehát több ezer évnek. Láthatóan ezek az időtávok meghaladják azt, ami közgazdasági

szempontból releváns, ám nem biztos, hogy az elméleti aszimptoticitás szempontjából is elegendően hosszúnak tekinthetők-e. Mindenesetre több módszert alkalmazunk vizsgálatukra: formális nem-paraméteres stacionaritás és ergodicitás tesztek, paraméteres stacionaritási tesztek, egyes szimulált idősorok vizuális inspekciónak és összehasonlítását, egyszerű átlagok számítását és az eloszlásaik összehasonlítását.

Nem-parametrikus stacionaritási tesztek Az irodalom alapján több nem-parametrikus teszt is használható a stacionaritás vizsgálatára (lásd Gibbons [1985]). Mi egy olyan módszert választottunk, melyet többször alkalmaztak ágens-alapú modellekre, és amely a Wald-Wolfowitz teszt (Wald, Wolfowitz [1940]) kiterjesztése (Grazzini [2012]).

A Wald-Wolfowitz teszt ("Futam teszt") azt vizsgálja, hogy két minta azonos eloszlásból származik-e. A kiterjesztése azt teszteli, hogy egy függvény jól illeszkedik-e a megfigyelések egy halmazához: jó illeszkedés esetén a megfigyeléseknek véletlenszerűen kell szóródnia a függvény fölött és alatt, függetlenül a hibák eloszlásától. Adott becült függvény mellett 1 szimbólumot rendelünk a függvény fölötti, 0 szimbólumot a függvény alatti megfigyelésekhez. Futamnak az azonos szimbólumok sorozatát tekintjük, melyet az ellentétes szimbólum előz meg és követ. A szimbólumok sorozata nem véletlenszerű, ha a futamok száma túl nagy vagy túl alacsony. Ebben az esetben a null hipotézist, mely szerint a megfigyelések véletlenszerűen szóródnak az adott függvény körül, elutasítjuk (Gibbons [1985]).

A stacionaritás teszteléséhez a modellt 50500 időszakra szimuláltuk, és az aggregált tőke idősorát 100 egyenlő szakaszra bontottuk az első 500 időszak elhagyása után. Kiszámoltuk mindegyik szakasz átlagát, és megvizsgáltuk, hogy a részminták átlagai a teljes idősor átlagánál (a függvény, melynek illeszkedését teszteljük) nagyobb (1 szimbólum) vagy alacsonyabb (0 szimbólum). A szimbólumokra a "Futam tesztet" kétoldali alternatív hipotézissel alkalmaztuk (lásd Grazzini [2012]). Amennyiben a részminták átlagai véletlenszerűen szóródnak a teljes átlag körül, a stacionaritás null hipotézisét az első momentum esetén nem tudjuk elutasítani.

A tesztet $\Upsilon = 0,001$, $\Upsilon = 10$ és $\Upsilon = 1000$ értékek mellett végeztük el, és az minden szignifikancia-szinten a stacionaritás null hipotézisét visszautasította. Nem-parametrikus tesztek alapján tehát az idősorok nem-stacionáriusnak tűnnek.

Parametrikus stacionaritási tesztek A stacionaritás vizsgálatára hagyományosan alkalmaznak parametrikus tesztek is, melyek közül az egyik leggyakrabban használtat, a kibővített Dickey-Fuller tesztet (Dickey, Fuller [1979]) mi is elvégeztük a középső 10000 időszak adatain, $\Upsilon = 0,001$, $\Upsilon = 10$ és $\Upsilon = 1000$ esetben (2. táblázat). A teszt az idősor álta-

lános autoregresszív reprezentációján vizsgálja az egységgyök jelenlétét. A Wald-Wolfowitz teszttel szemben a null hipotézise az idősor nem-stacionaritását jelenti. A nem-parametrikus tesztekkel ellentétben azonban az eredmények alapján az egységgyök folyamatot (a nem-stacionaritást) $\Upsilon = 0,001$ mellett minden szignifikancia-szinten elutasíthatjuk, $\Upsilon = 10$ és $\Upsilon = 1000$ mellett azonban csak 7,27 illetve 15,59 százalékos szignifikancia-szinten tehetjük meg ugyanezt.

2. táblázat. A kibővített Dickey-Fuller tesztek eredményei $\Upsilon = 0,001$, $\Upsilon = 10$ és $\Upsilon = 1000$ esetben

	Υ		
	0,001	10	1000
MacKinnon p-érték	0.0000	0.0727	0.1559

Ergodicitási tesztek Az ergodicitás teszteléséhez ismét a "Futam tesztet" alkalmaztuk, de ezúttal az eredeti, Wald és Wolfowitz [1940] által javasolt formában. A teszt első lépései a stacionaritás tesztjéhez hasonlóak: újra 50500 időszakra szimuláljuk a modellt, az aggregált tőke hosszú idősorát 100 egyenlő szakaszra osztjuk az első 500 időszak elhagyásával, és minden szakasznak kiszámoljuk az átlagát. A teszt első mintáját (x_t) a 100 részminta átlagából alakítjuk ki. Második lépésként 100 darab 1000 időszakos idősort generáltunk a modell segítségével (az exogén sztochasztikus változók különböző realizációira), és mindegyikre kiszámoltuk az aggregált tőke átlagát az utolsó 500 időszakra. Az ergodicitás tesztjének második mintáját a 100 mintaátlag képezi (y_t). Ezt követően egyesítettük a két mintát (x_t és y_t), és egy olyan Z halmazt állítottunk elő belőlük, amely x_t és y_t elemeit növekvő sorrendbe rendezi. Végül egy V sorozatot képeztünk a következőképpen: $v_i = 0$, ha $z_i \in x_t$ és $v_i = 1$, ha $z_i \in y_t$. A sorozatra alkalmaztuk a "Futam tesztet" egyoldali alternatív hipotézissel, ahol a null hipotézis szerint x_t és y_t átlagok azonosak (lásd Grazini [2012]) és az adatgeneráló folyamat ergodikus.

Az ergodicitást null hipotézisét mindegyik Υ értékre, minden szignifikancia-szinten elutasítjuk, az eredmények tehát itt egyértelműen nem-ergodicitás irányába mutatnak.

Informális tesztek A nem-stacionaritás (nem-ergodicitás) jelentése lényegében az, hogy a modell pályája hosszú távon sem független a kezdeti feltételektől. Ezt informálisan tesztelhetjük úgy is, hogy különböző aggregált kezdő tőkékhez több szimulációt számolunk, és az egyes szimulációk átlagainak eloszlását vizsgáljuk meg. Mivel 20 szimulációról van szó

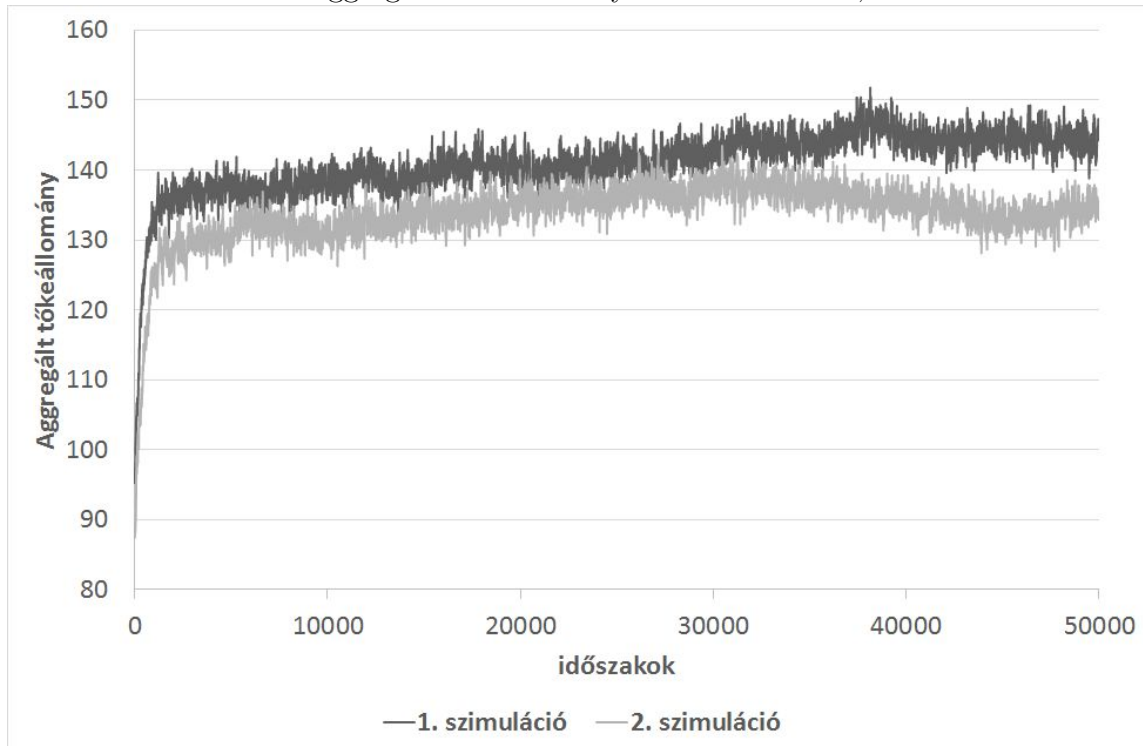
paraméter kombinációnként az eloszlásnak két tulajdonságát tekintjük csak, az átlagot és a terjedelmet. A 3. táblázatból látszik, hogy különböző hőmérsékletek mellett az egyes szimulációk átlagai jól megkülönböztethetők, majdnem diszjunkt intervallumokban foglalnak helyet. (Alacsony és közepes hőmérsékleteknél az intervallumok elég "kicsik").

3. táblázat. Az aggregált tőkeállomány szimulációnkénti átlagának átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett, az aranykori tőkeállomány százalékában

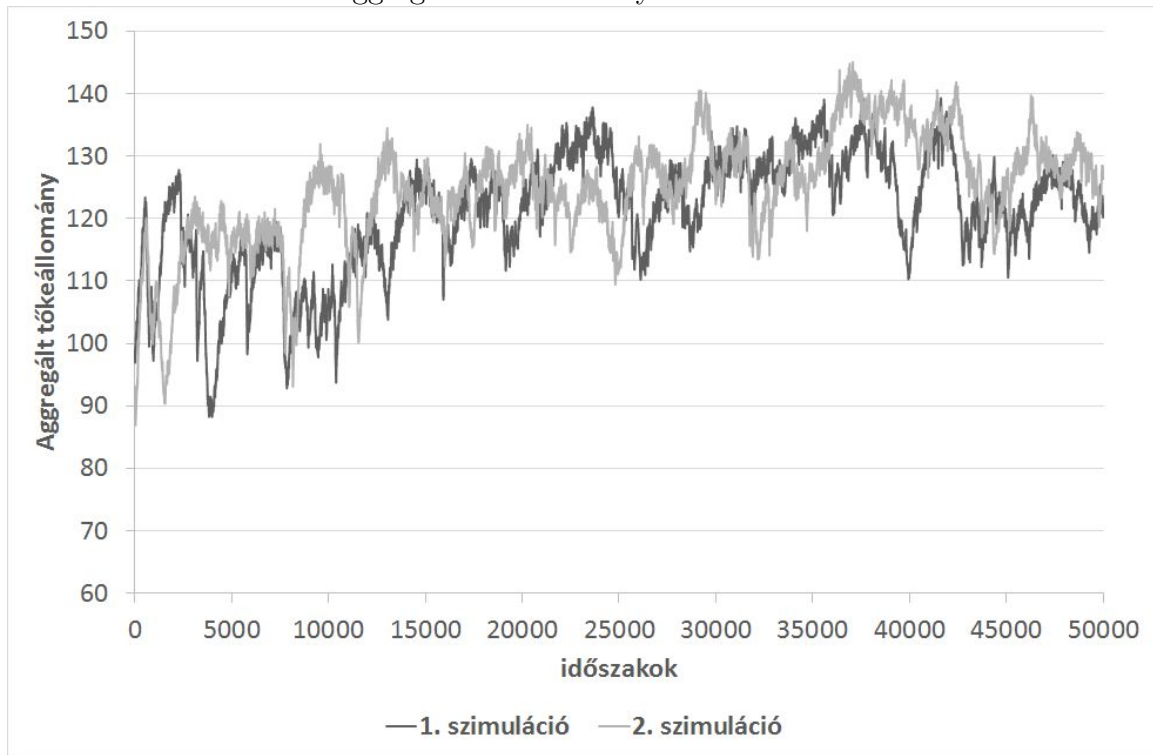
Υ	átl.	min.	max.
0,001	130,51	127,10	133,76
10	115,45	105,80	124,89
1000	100,15	79,93	113,21

Végül tekintsük a vizuális inspekción, mint informális tesztet.

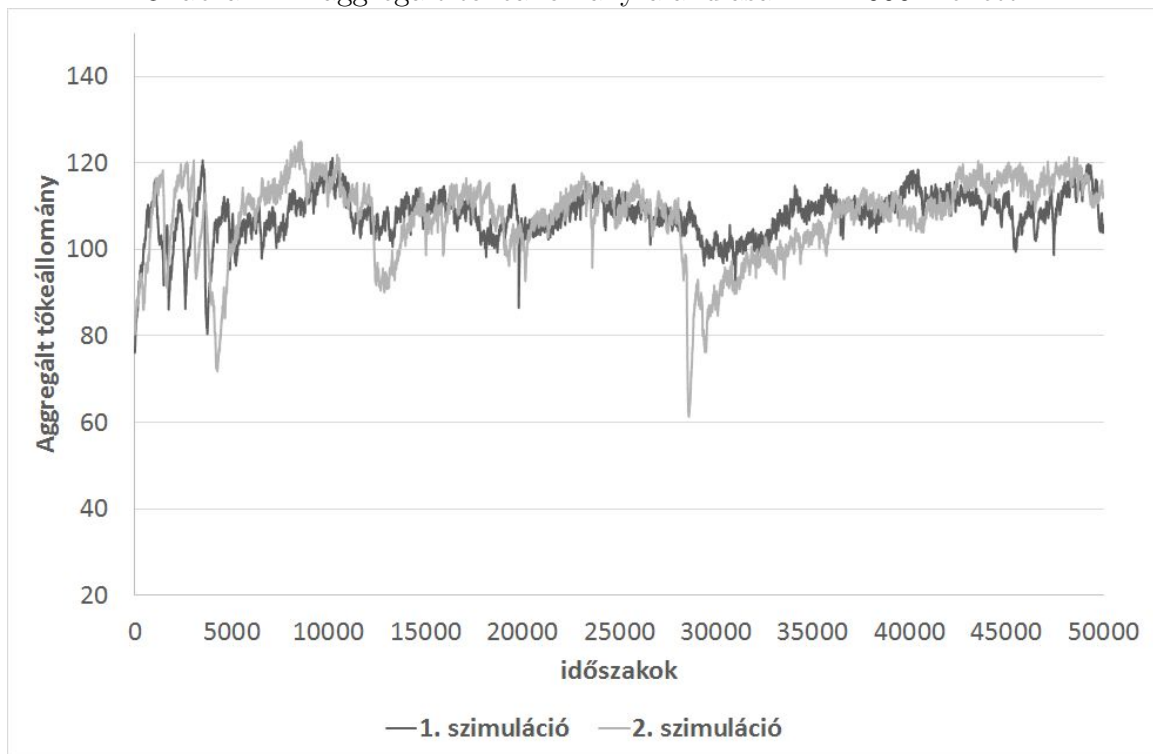
1. ábra. Az aggregált tőkeállomány alakulása $\Upsilon = 0,001$ mellett



2. ábra. Az aggregált tőkeállomány alakulása $\Upsilon = 10$ mellett



3. ábra. Az aggregált tőkeállomány alakulása $\Upsilon = 1000$ mellett



Az 1. ábráról leolvasható, hogy $\Upsilon = 0,001$ az általunk vizsgált elég hosszú horizonton nem teljesül az ergodicitás (a két görbe nem téveszthető össze), és szigorúan véve a stacionaritás sem, mivel az átlagoknak gyenge trendjük van. Ugyanakkor a trend melletti szóródás elég kicsi. Másfelől a 2. és 3. ábrán azt látjuk, hogy $\gamma=10$ -nél és $\gamma=1000$ -nál az ergodicitás nem teljesül, de a stacionaritás talán igen. Itt nincs lassú trend, viszont jóval nagyobb a szóródás, tehát gyanítható, hogy a stacionaritás látszata inkább a "zajból" adódik.

Milyen következtetések vonhatók le ezekből a vizsgálatoktól? A közgazdaságilag releváns időhorizonton a modell effektíve nem stacionárius (tehát nem ergodikus), vagyis egy 5000-es szimulációból kapott átlag nem ad pontos becslést az "igazi" várható értékről, még akkor sem, ha az létezik. Ugyanakkor ez a pontatlanság (ha létezik várható érték) nem feltétlenül túl nagy, és akár létezik várható érték, akár nem, a szimulációs átlagok eloszlása informatív. Nem esetlegesek az eredmények, vagy ha úgy tetszik, jó eséllyel jósolhatjuk meg a modell hosszú távú viselkedését nagyságrendi és kvalitatív szinten a paraméterek függvényében.

5.2.2. Eredmények: A típusok életképessége és a gazdaság teljesítménye

Életképességi rangsor Legfontosabb kérdésünk az, hogy a szelekciós nyomásnak van-e és milyen hatása van arra, hogy mely megtakarítási típusok maradnak fenn hosszú távon a gazdaságban. Ezt vizsgálhatjuk úgy, hogy Υ (a "hőmérséklet") függvényében tekintjük az egyes típusok átlagos számát. Három "fázist" találtunk. Alacsony Υ (nagy szelekciós nyomás) esetén szinte kizárólag prudens típusú háztartások maradnak fenn. A másik véglet a nagy Υ , ahol a szelekció gyakorlatilag véletlenszerű, és mindhárom típus közelítőleg egyforma arányban fordul elő a népességben. Végül közepes szelekciós nyomásnál a sorrend az egyes típusok arányában: a legtöbben a prudens ágensek vannak, őket követik a rövidlátók, majd őket, legkisebb arányban, a permanens jövedelem fogyasztók. (A 4. táblázat három kiválasztott γ esetére mutatja a megoszlásokat.) Tehát az "életképességi" rangsor: 1. prudens, 2. rövidlátó, 3. permanens jövedelem.

4. táblázat. Az egyes háztartástípusok (prudens, rövidlátó és permanens jövedelem) arányának szimulációkénti átlagai: az átlagok átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett

	prudens			rövidlátó			perm. jövedelem		
	átl.	min.	max.	átl.	min.	max.	átl.	min.	max.
0,001	0,9396	0,9303	0,9565	0,0256	0,0134	0,0348	0,0349	0,0208	0,0491
10	0,4485	0,3644	0,5967	0,3554	0,2190	0,5134	0,1961	0,1126	0,3787
1000	0,3355	0,3001	0,3821	0,3428	0,2897	0,3899	0,3216	0,2849	0,3714

Életképesség és társadalmi teljesítmény Ez az életképességi rangsor azonban az egyénekre vonatkozik. Igaz-e az, hogy a nagy szelekciós nyomás javítja az egész társadalom teljesítményét is? Erre a válasz nem egyértelmű. Ha az átlagos tőkeállományokat nézzük, akkor azt látjuk, hogy valóban, erős szelekciós nyomásnál a legnagyobb a tőkeállomány, és a szelekciós nyomás csökkenésével csökken. (3. táblázat). Azonban a fogyasztásnál (5. táblázat) a sorrend megfordul, ha nem is nagy mértékben. Láthatóan a legrosszabb és a legjobb futásokban is az alacsony szelekciós nyomással rendelkező változat jobb átlagos eredményeket produkált, mint a közepes, és a közepes pedig jobbat, mint a magas szelekciós nyomással rendelkező változat. Az átlagos fogyasztás mindenképpen jobb mércéjének tűnik a gazdasági teljesítménynek, mint a tőkefelhalmozás nagysága, és ebben a metrikában mérve egy adott (zárt) gazdaság számára nem az a legjobb, ha nagy a szelekciós nyomás, és a "relatív" életképesebb prudens fogyasztók vannak túlsúlyban. Mivel magyarázható ez az első látásra furcsának tűnő jelenség?

5. táblázat. Az aggregált fogyasztás szimulációkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett, az aranykori fogyasztás százalékában

Υ	átl.	min.	max.
0,001	99,10	98,36	99,62
10	99,90	99,15	100,79
1000	100,09	99,15	100,97

Túlfelhalmozási tendencia Megérthetjük, ha figyelembe vesszük, hogy semmi nem zárja ki a túlzott tőkefelhalmozást a modellben, vagyis azt az állapotot, ahol a tőke határterméke kisebb, mint az amortizációs ráta, ami az alapparaméterezésnél 0,005. Az 3. táblázat azt mu-

tatja, hogy szimulált gazdaságainkban van túlfelhalmozási tendencia. Láthatóan a túlzott tőkefelhalmozás jelensége nagyobb gyakorisággal fordul elő a nagyobb szelekciós nyomású esetekben. Úgyis fogalmazhatnánk, hogy a nagy szelekciós nyomás túlságosan sok prudens háztartást választ ki, ami a gazdaság egésze szempontjából negatív nettó tőkehozamhoz, azaz túl sok tőkéhez vezet. (A csak munkajövedelemből élők szempontjából a tőke mennyiségének növekedése egyértelműen pozitív hatású.) Vegyük figyelembe, hogy a puffer nagysága a modellben endogén, vagyis a prudens háztartások hosszú távon endogén módon, szelekció útján határozzák meg azt, hogy mekkora puffer vagyont tartanak. A 6. táblázat azt mutatja, hogy nagyobb szelekciós nyomás esetén hosszú távon a pufferek mérete nagyobb, vagyis a minél nagyobb biztonságra törekvő ágensek választódnak ki. Ez a megfigyelés azt mutatja, hogy társadalmi szempontból hatékonyság növelő lehet, ha vannak olyan háztartások is, akik némiképpen ellensúlyozzák a prudens háztartások túlfelhalmozási tendenciáit. Ugyanakkor a kapcsolat nem monoton, közepes szelekciós nyomásnál a legnagyobbak a vagyonpufferek. A tőke azért nem a közepes hőmérsékletnél a legnagyobb, mivel a prudens háztartások vagyona tartalmazza az általuk nyújtott hitelek állományát is. A 7. táblázat mutatja, hogy alacsony gammánál a hitelállomány alacsony, míg közepes gammánál, ahol már vannak nem elhanyagolható mértékben rövidlátó háztartások is, magasabb.

6. táblázat. A puffer méret szimulációnkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett

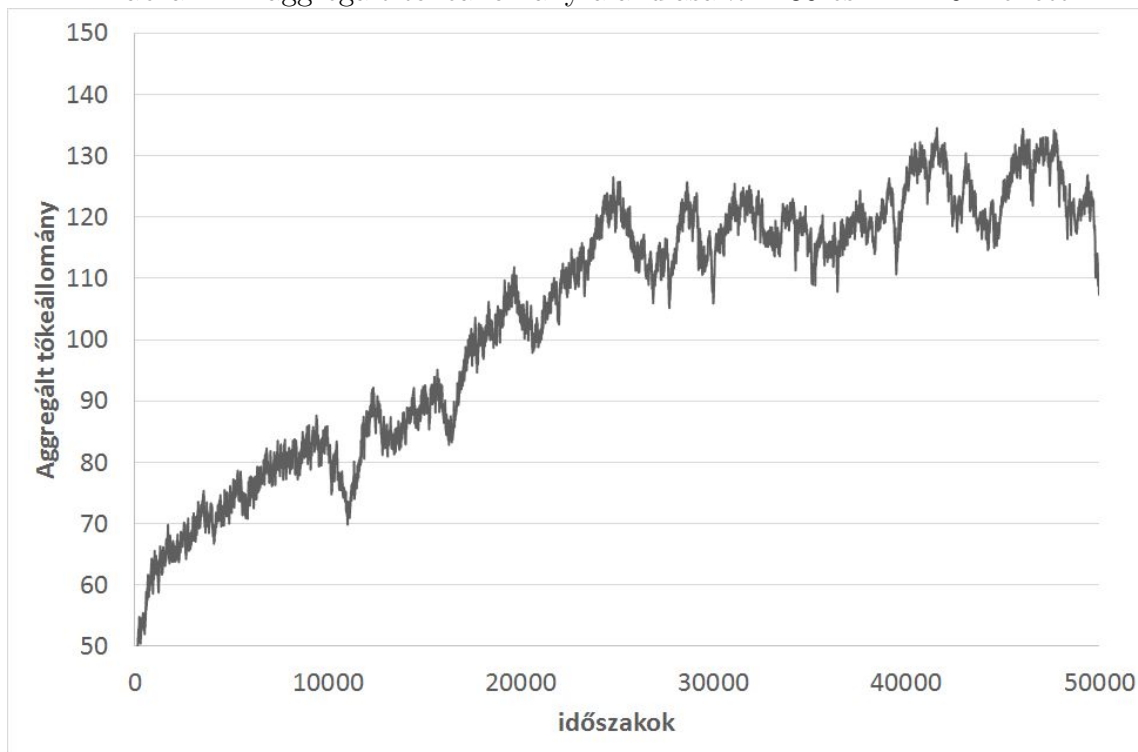
Υ	átl.	min.	max.
0,001	114,18	105,85	127,63
10	153,31	116,35	181,66
1000	126,68	94,07	145,36

7. táblázat. Az adósságráta (D/Y) szimulációnkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett

Υ	átl.	min.	max.
0,001	0,8894	0,6675	1,0563
10	2,3551	2,0390	2,6690
1000	2,5111	2,3484	2,7113

Felvetődhet, hogy a túlberuházási tendenciát az okozza, hogy a kezdeti puffer eloszlás várható értékét túl nagyra állítjuk (120 periódus). Ezért megnéztük, hogy mi történik, amikor ezt a negyedére csökkentjük, azaz 30 periódusra. A 4. ábrából láthatóan hosszú távon a tőkeállomány itt is mintegy 20 %-kal meghaladja az aranykorit, a vagyon pufferek endogén növekedésének köszönhetően.

4. ábra. Az aggregált tőkeállomány alakulása $\bar{h} = 30$ és $\Upsilon = 10$ mellett



Katasztrófák és túlfelhalmozás Első látásra furcsa lehet az, hogy túlfelhalmozási tendenciát találunk. Megszoktuk, hogy inkább attól félünk túl alacsonyak a megtakarítások. Nem szabad azonban elfelejtenünk, hogy itt zárt gazdaságot vizsgálunk, és a világgazdaság például a XXI. század elején is megtakarítási túlkínálatot (savings glut) mutatott, vagyis az alacsony megtakarítási ráták lokális problémák voltak. Hosszabb történelmi távlatban is gyanús lehet azonban az a következtetés, hogy az emberiségnek hajlama van a túlzott tőkefelhalmozásra. Modellünk célja nem egy általános gazdaságtörténelmi magyarázat, de egy ehhez kapcsolt részkérdést megvizsgáltunk. A történelem során gyakran voltak olyan katasztrófák (természeti vagy háborús), amelyek a tőke mennyiségének hirtelen csökkenéséhez vezettek. Egy olyan modellt is szimuláltunk (mindhárom fázisban), ahol 1 százalékos valószínűséggel valamely periódusban a társadalmi tőke 10 százalékkal csökken. Azt kapjuk, hogy ez a jelenség a kívánt puffer szintet csökkenteni fogja (nem éri meg egyénileg nagy tőkét felhal-

mozni). (Lásd 9. táblázat). Tehát a túfelhalmozási tendenciát korlátozhatja a tőke effektív termelékenységének csökkenése, vagyis sok, nagy katasztrófával terhelt időszakokban nem jut feltétlenül érvényre a túfelhalmozási tendencia.

8. táblázat. Az aggregált tőkeállomány szimulációnkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett, katasztrófák esetén, az aranykori tőkeállomány százalékában, katasztrófák esetén

Υ	átl.	min.	max.
0,001	111,39	104,85	120,37
10	90,41	79,29	99,16
1000	78,99	69,14	88,56

9. táblázat. A puffer méret szimulációnkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett, katasztrófák esetén

Υ	átl.	min.	max.
0,001	105,51	96,26	117,88
10	115,57	99,41	132,46
1000	100,97	77,87	115,36

Kockázat Eddigi eredményeink mintha azt mondanák, hogy a társadalmi és az egyéni racionalitás ellentmond egymásnak. Van-e valamilyen kimutatható társadalmi előnye annak, ha a szelekciós kényszer erősebb? Igen, mégpedig az, hogy magasabb szelekciós kényszer esetén az egyes pályák sokkal stabilabbak, mint alacsony szelekciós kényszernél. Az 1-3. ábrákon jól látszik, hogy az egyes szimulációkban jóval nagyobb ingadozások vannak olyankor, amikor nem elhanyagolható mértékű rövidlátó és permanens jövedelem fogyasztó is van a gazdaságban, az alacsonyabb szelekciós kényszernek betudhatóan. Amennyiben tehát nemcsak a hosszú távú átlag számít egy zárt populáció gazdasági sikeressége szempontjából, akkor az egyéni és társadalmi racionalitás egymással már inkább összhangban vannak. Ha az alacsony gammás szimulációt túl stabilnak tartanánk, akkor emlékezzünk rá, hogy a modell csak egyéni exogén bizonytalanságot tartalmaz. Egy klasszikus modelltől generált idősorok majdnem determinisztikusak lennének.

Intranszitiv életképesség Megvizsgáltuk azt is, hogy mi történne, ha a három típus helyett eleve csak kettő létezne. A 10. táblázat mutatja a kialakuló népesség megoszlásokat közepes szelekciós nyomásnál, amikor is egy-egy "nagyon hosszú" (50000-es) szimulációt futtattunk. Láthatóan a három típus "körbeveri" egymást. A permanens jövedelem-rövidlítő kombinációknak van egy speciális vonása: nagyon hosszú szimulációknál ebben az esetben szinte biztosan van egy olyan periódus, ahol a társadalmi tőke állománya 0-ra csökken. Mondhatjuk azt is, hogy prudens fogyasztók nélkül mintegy hosszabb távon életképtelen a gazdaság. Mi történik, ha csak prudens és rövidlítő fogyasztók vannak? Ilyenkor többségben lesznek a rövidlítő fogyasztók, ami, talán meglepő módon, de nem növeli a fogyasztás ingadozását. Úgy tűnik tehát, hogy a prudens és a rövidlítő típusnak is van "hasznos" funkciója. Prudensek nélkül hosszú távon nincs tőkefelhalmozás, a rövidlítők mérséklék a túlfelhalmozási tendenciát. A permanens jövedelem fogyasztók életképesek, részben kiszorítják a rövidlítő típusokat, de nekik csak akkor lenne "pozitív" szerepük, ha a tőkefelhalmozás túl alacsony lenne.

10. táblázat. Az egyes háztartástípusok (prudens (*pr*), rövidlítő (*rl*) és permanens jövedelem (*pj*)) arányának szimulációkénti átlagai ($\Upsilon = 10$), amikor egy típus nem vesz részt a "versenyben"

Típuspár	prudens	rövidlítő	perm. jövedelem
pj-rl	0	0,2519	0,7481
pj-pr	0,7556	0	0,2444
pr-rl	0,3880	0,6120	0

A hitelkorlát szerepe Az alapmodellben alapvetően nem foglalkoztunk a tőkepiac szerepével a megtakarításokban. A hitelkorlátot elég szigorúra vettük ahhoz, hogy az eredményként adódó adósságráták csak nagyon alacsonyak legyenek (lásd 7. táblázat.) Mint várható is, az adósság túlnyomó részét a rövidlítő fogyasztók "vállalják". Kipróbáltunk azonban olyan változatokat is, ahol megengedünk jóval nagyobb ("irracionalisan" nagy) eladósodást is, az adósságkorlátot az alapváltozatbeli 10-szeresére növelve. Az ebben a változatban kialakuló adósság szintek jóval nagyobbak, habár nem érik el az eredeti 10-szeresét, és természetesen újra a rövidlítő fogyasztók vesznek fel főként hitelt. (11. táblázat.) A hitelkorlát oldása nem vezet az átlagfogyasztás növekedéséhez, hanem inkább csökkenti azt. Érdekes azonban a mechanizmus: az átlagfogyasztás csökkenésének oka nem az alulfelhalmozás, hanem a még nagyobb túlfelhalmozás. (12. táblázat.) Tehát, ha a tőkepiacok "megőrnének" (a modellben "centralizált" tőkepiac van, ami szinte egyetlen rendszerként funkcionál, nem vezethető

vissza a működése az egyes ágensek viselkedésére), akkor az ágensek társadalmilag még kevésbé hatékony túlfelhalmozással válaszolnak, ami mintegy lehetővé teszi a rövidlátók által történő még erőteljesebb "kizsákmányolásukat" . (Itt a munkás zsákmányolja ki a tőkést.) Természetesen előfordulhatna az is, hogy az aranykor felé mutatna a változás, de ahhoz alulfelhalmozásos alappályából kellene indulnunk. Ha ez előállna például nagy katasztrófák (alacsony effektív hosszútávú tőkehozam) hatására, akkor a tőkepiaci "őrültség" hatása akár még pozitív is lehetne összességében.

11. táblázat. Az adósságráta (D/Y) szimulációnkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett alacsony és magas hitelkorlát (\bar{D}) mellett

Υ	alacsony \bar{D}			magas \bar{D}		
	átl.	min.	max.	átl.	min.	max.
0,001	0,8894	0,6675	1,0563	3,5668	3,4402	3,7366
10	2,3551	2,0390	2,6690	4,9472	4,4766	5,7069
1000	2,5111	2,3484	2,7113	5,4875	5,3843	5,5855

12. táblázat. Az aggregált tőkeállomány szimulációnkénti átlagainak átlaga, minimuma és maximuma a "hőmérséklet" (Υ) különböző értékei mellett alacsony és magas hitelkorlát (\bar{D}) mellett

Υ	alacsony \bar{D}			magas \bar{D}		
	átl.	min.	max.	átl.	min.	max.
0,001	130,51	127,10	133,76	154,26	149,96	162,05
10	115,45	105,80	124,89	226,57	198,49	263,26
1000	100,15	79,93	113,21	234,77	159,22	270,25

6. Összegzés

Úgy tűnik csak rendkívül erős szelektációs nyomás mellett mondhatjuk azt, hogy a prudens típus egyértelműen kiszorítja a másik kettőt. Az eddigi megtakarításokkal kapcsolatos kutatások eredményeit azonban nehéz lenne úgy interpretálni, hogy a gazdaságok kizárólag prudens háztartásokból állnak. A (furcsa módon) második legéletképesebbnek tűnő rövidlátó

típusnak feltétlenül helye van egy ágens-alapú makromodellben. A rövidlátó típus konkrét modellezésére a jelen tanulmányban megfogalmazott változat nem feltétlenül az egyetlen célravezető, itt még sok kutatásra van szükség. Amennyiben kihagyjuk a permanens jövedelem típust, akkor annak az a következménye, hogy arra számíthatunk, hogy a rövidlátó típusnak kell "dominálnia".

Szokásos tőkehatékonyság ($\alpha = 0,33$) mellett a prudens típus túlberuházási tendenciát ad a gazdaságnak. Ha az az empirikus alapfeltevésünk, hogy a reálkamatláb nagyobb, mint a növekedési ütem, akkor ezt valahogyan más tényezőkből kell levezetni, nem lehet a háztartások viselkedésére (preferenciáira) hivatkozni, mint a hagyományos modellekben, ahol az időpreferencia paraméternek kulcsszerepe van abban, hogy a gazdaság az aranykori megtakarítási ráta melyik oldalán helyezkedik el.

Az ágens-alapú makromodellek általában mellőzni szokták a háztartási adósság (fogyasztási hitelek) problémáját. Ezek azonban korántsem elhanyagolhatóak a valós gazdaságok életében. Szimulációink ezzel kapcsolatban egy talán meglepő eredménnyel jártak. A hitelkorlátok oldása nem az aggregált megtakarítási ráta hosszú távú csökkenéséhez, hanem növekedéséhez vezet.

Hivatkozások

- [1] Aiyagari, S., R. [1994]: Uninsured Idiosyncratic Risk and Aggregate Saving. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 109(3), pp. 659–684.
- [2] Arifovic, J. [2000]: Evolutionary algorithms in macroeconomic models. *Macroeconomic Dynamics* 4.03 (2000): 373-414.
- [3] Bewley, T. F. [1980]: The permanent income hypothesis and long-run economic stability. *Journal of Economic Theory*, 22(3), 377-394.
- [4] Brenner, T. [2006]: Agent learning representation: advice on modelling economic learning. *Handbook of computational economics* 2: 895-947.
- [5] Brock, W., A., Hommes, C. [1997]: A Rational Route to Randomness. *Econometrica*, vol. 65, issue 5, 1059-1096.
- [6] Campbell, J. Y., Mankiw, N. G. [1989]: Consumption, income and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. In *NBER Macroeconomics Annual 1989, Volume 4* (pp. 185-246). MIT Press.

- [7] Carroll, C. D., Summers, L. H. [1991]: Consumption growth parallels income growth: some new evidence. In *National saving and economic performance* (pp. 305-348). University of Chicago Press.
- [8] Carroll, C., D. [1996]: Buffer-stock saving and the life cycle/permanent income hypothesis. No. w5788. National Bureau of Economic Research.
- [9] Deissenberg, C., Van Der Hoog, S. Dawid, H. [2008]: EURACE: A massively parallel agent-based model of the European economy. *Applied Mathematics and Computation*, 204(2), 541-552.
- [10] Delli Gatti, D., Desiderio, S., Gaffeo, E., Cirillo, P., Gallegati, M. [2011]: *Macroeconomics from the Bottom-up. New economic windows*. Springer.
- [11] Dickey, D. A., Fuller, W. A. [1979]: Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association* 74 (366a): 427-431.
- [12] Dosi, G., Fagiolo, G., Napoletano, M., Roventini, A. [2013]: Income distribution, credit and fiscal policies in an agent-based Keynesian model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(8), 1598-1625.
- [13] Duffy, J. [2006]: Agent-based models and human subject experiments. *Handbook of computational economics* 2: 949-1011.
- [14] Erdős, P., Rényi, A. [1959]: On Random Graphs. *Publicationes Mathematicae* 6: 290–297.
- [15] Evans, G. W., S. Honkapohja [1999]: Learning Dynamics, in: *Handbook of Macroeconomics I. Vol. A, Ch. 7.*, eds.: J.B. Taylor-M. Woodford, Elsevier.
- [16] Fudenberg, D., Levine, D. K. [2006]: A dual-self model of impulse control. *The American Economic Review*, 1449-1476.
- [17] Gibbons, J. D. [1985]: *Nonparametric Statistical Inference*. New York: Marcel Dekker Inc., second ed.
- [18] Gilbert, G., N. [2008]: *Agent-based models*. No. 153. Sage.
- [19] Grazzini, J. [2012]: Analysis of the Emergent Properties: Stationarity and Ergodicity *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 15 (2) 7

- [20] Hall, R. E., Mishkin, F. S. [1982]: The Sensitivity of Consumption to Transitory Income: Estimates from Panel Data on Households, *Econometrica*, 50(2), 461-481.
- [21] Heath, B., Hill, R., Ciarallo, F. [2009] A Survey of Agent-Based Modeling Practices (January 1998 to July 2008) *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 12 (4) 9.
- [22] Laibson, D. [1997]: Golden Eggs and Hyperbolic Discounting. *Quarterly Journal of Economics*, 112(2), 443–477.
- [23] Tesfatsion, L. [2001]: Introduction to the Special Issue on Agent-Based Computational Economics. *Journal of Economic Dynamics and Control* 25(3-4), 281–293.
- [24] Tesfatsion, L. [2006]: Agent-Based Computational Economics: A Constructive Approach to Economic Theory, in: Tesfatsion.L. – K. L. Judd (eds.) *Handbook of Computational Economics*, Vol. 2, Ch. 16., Elsevier. 831-880.