

---

MŰHELYTANULMÁNYOK

DISCUSSION PAPERS

**MT-DP – 2015/10**

**Az összekapcsoltság hatása a rendszerkockázatra  
homogén bankrendszerben**

CSÓKA PÉTER – KISS TAMÁS

Műhelytanulmányok  
MT-DP – 2015/10

MTA Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont  
Közgazdaság-tudományi Intézet

Az összekapcsoltság hatása a rendszerkockázatra homogén bankrendszerben

Szerzők:

Csóka Péter  
tudományos munkatárs  
Lendület (LP-004/2010) Játékelméleti Kutatócsoport  
Magyar Tudományos Akadémia  
Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont  
Közgazdaság-tudományi Intézet  
és  
Befektetése és Vállalati Pénzügy Tanszék, Budapesti Corvinus Egyetem  
E-mail: csoka.peter@krtk.mta.hu

Kiss Tamás  
University of Gothenburg  
E-mail: [tamas.kiss@economics.gu.se](mailto:tamas.kiss@economics.gu.se).

2015. február

ISBN 978-615-5447-69-3  
ISSN 1785-377X

Kiadó:  
Magyar Tudományos Akadémia Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont  
Közgazdaság-tudományi Intézet

# **Az összekapcsoltság hatása a rendszerkockázatra homogén bankrendszerben**

Csóka Péter – Kiss Tamás

## Összefoglaló

A pénzügyi rendszerkockázat legfontosabb formája a modern pénzügyi hálózatokban bekövetkező fertőzések veszélye. A cikkben egy olyan bankrendszert vizsgálunk, amelyben homogének a bankok (mérlegfőösszegük és preferenciájuk azonos) és egymás eszközeit tulajdonolják. Ezen egyszerűsítő feltevéseket felhasználva egy analitikusan kiszámítható mérőszámot adunk a rendszerkockázatra, amely a bankok várható veszteségét adja meg egy rendszerbeli intézmény csődje esetén. E mérőszám tulajdonságait vizsgálva azt találjuk, hogy a banki eszközök volatilitásának növekedése, illetve a saját tőke arányának csökkenése emeli a lehetséges rendszerkockázati veszteséget, továbbá, hogy a bankrendszer felépítésének (a banki eszközök kereszttulajdonlásának) hatása kettős. Egyrészt az összekapcsoltság növelése erősíti a diverzifikációs hatást, mivel az adott bank más bankok eszközeivel fedezheti veszteségeit. Másrészt, ha már eleve szorosan együttműködnek a bankok, akkor az összekapcsoltság további erősítése a fertőzés megnövekedett esélye következtében növeli a rendszerkockázatot.

**Tárgyszavak:** rendszerkockázat, bankközi piac, pénzügyi fertőzés, játékelmélet

JEL kód: C70, G18, G20

# **The effect of interconnectedness in a homogeneous banking system**

Péter Csóka – Tamás Kiss

## Abstract

The most fundamental form of systemic risk in modern financial networks is contagion. In this article we describe a homogeneous banking system (banks with identical preferences and the same size of total assets) with interconnectedness: banks own shares in each others' assets. Using these simplifications we derive an analytically tractable indicator for systemic risk based on the expected loss of banks in case of a default in the system. Analyzing this indicator we find that increasing the volatility of the assets and decreasing the level of equity both raises systemic risk. Furthermore, interconnectedness in the system has an ambiguous effect. On the one hand it increases the diversification effect because banks can cover losses by holding assets of other banks. On the other hand if the connection is strong at the beginning, increasing it further induces additional systemic risk by raising the probability of contagion.

**Keywords:** systemic risk, interbank market, financial contagion, game theory

**JEL classification:** C70, G18, G20

# Az összekapcsoltság hatása a rendszerkockázatra homogén bankrendszerben

Csóka Péter\*      Kiss Tamás†

2015. január 26.

A pénzügyi rendszerkockázat legfontosabb formája a modern pénzügyi hálózatokban bekövetkező fertőzések veszélye. A cikkben egy olyan bankrendszert vizsgálunk, ahol homogének a bankok (mérlegfőösszegük és preferenciájuk azonos) és egymás eszközeit tulajdonolják. Ezen egyszerűsítő feltevéseket felhasználva egy analitikusan kiszámítható mérőszámot adunk a rendszerkockázatra, amely a bankok várható veszteségét adja meg egy rendszerbeli intézmény csődje esetén. E mérőszám tulajdonságait vizsgálva azt találjuk, hogy a banki eszközök volatilitásának növekedése, illetve a saját tőke arányának csökkenése emeli a lehetséges rendszerkockázati veszteséget, továbbá, hogy a bankrendszer felépítésének (a banki eszközök kereszttulajdonlásának) hatása kettős. Egyrészt az összekapcsoltság növelése erősíti a diverzifikációs hatást, mivel az adott bank más bankok eszközeivel fedezheti veszteségeit.

---

\*Befektetése és Vállalati Pénzügy Tanszék, Budapesti Corvinus Egyetem és MTA Lendület (LP-004/2010) Játékelméleti Kutatócsoport, MTA KRTK. E-mail: peter.csoka@uni-corvinus.hu. Jelen kutatást a futurICT.hu nevű, TÁMOP-4.2.2.C-11/1/KONV-2012-0013 azonosítószámú projekt támogatta az Európai Unió és az Európai Szociális Alap társfinanszírozása mellett.

†University of Gothenburg. E-mail: tamas.kiss@economics.gu.se.

Másrészt ha már eleve szorosan együttműködnek a bankok, akkor az összekapcsoltság további erősítése a fertőzés megnövekedett esélye következtében növeli a rendszerkockázatot.

*Kulcsszavak:* rendszerkockázat, bankközi piac, pénzügyi fertőzés, játékelmélet.

## 1. Bevezetés

A pénzügyi rendszerkockázat legfontosabb formája a modern pénzügyi hálózatokban bekövetkező fertőzések veszélye. A cikkben ezt a jelenséget próbáljuk megkövetkezni, alapvetően technikai módon: célunk egy olyan gondolkodási keret felépítése, amelyben a rendszerkockázat mérhetővé válik az intézmények szintjén. Azaz létre kívánunk hozni egy modellt, amellyel meg tudjuk mérni, hogy megfelelően kalibrált paraméterek mellett egy adott stilizált pénzügyi közvetítő rendszerben a benne lévő intézményeknek mekkora a rendszerkockázattal szembeni kitettsége.

A cikk felépítése a következő. A definíciós kérdések tisztázása (2. fejezet) után érdemes néhány olyan korábbi eredménnyel megismerkedni (3. fejezet), amelyek fontosak és hasznosak egy ilyen modell felépítése során. Ezek a korábbi munkák mind a rendszerkockázat egy-egy aspektusát ragadják meg: leginkább abban különböznek egymástól, hogy a fertőzés milyen csatornán terjed a rendszerben. Az itt megismert eredményeket szintetizálva, megfelelő feltételezések mellett megalkotunk egy modellt (4. fejezet), amelynek segítségével számszerűsíteni tudjuk a rendszerkockázatból adódó veszteséget, más szóval a rendszerkockázati kitettséget (5. fejezet).

Az így kapott rendszerkockázatból adódó veszteség három fő paramétertől függ: a rendszert leíró hálózat összekapcsoltságától, a benne lévő intézmények eszközeinek kockázatoságától és a tőkeellátottság mértékétől. Míg utóbbi két paraméter esetében egyértelmű a kapcsolat a rendszerkockázatnak való kitettséggel (az eszközök kockázatának növekedése emeli, míg a magasabb tőkeellátottság csökkenti a kitettséget), addig a rendszert leíró hálózat összekapcsoltságának mértéke nem egyértelműen hat a rendszerkockázatból adódó veszteségre: amennyiben eleve egy erőteljesen összekapcsolódott bankrendszerről van szó, úgy a kapcsolatok további erősítése (az eszközök egymás közötti diverzifikációjának növelése) növelheti a

rendszerkockázati kitettséget az egyes intézmények esetén.

## 2. Rendszerkockázat

### 2.1. Fogalom

A rendszerkockázat fogalmának meghatározásához De Bandt - Hartmann (2000) meghatározásához nyúlunk vissza. Először is szükségünk lesz a rendszerkockázati esemény fogalmára: szűkebb értelemben vett rendszerkockázati eseményről beszélhetünk, ha egy adott, a gazdaság szűk szféráját érintő negatív hatás az idő előrehaladtával sorozatos, egyre terjedő negatív következményeket okoz a gazdaság eredetileg nem érintett szereplőinél is. Ezen értelmezés esetén a kulcs a dominóhatás: ahogy telik az idő, az intézmények egyre nagyobb hányadát érinti a probléma annak következtében, hogy kapcsolatban vannak már bajba került intézményekkel. Azaz, ha egy bank egy tetszőleges esemény miatt fizetéképtelenné válik, és ez más bankoknál veszteséget okoz, akkor ez az esemény szűk értelemben vett rendszerkockázati eseményként értelmezhető. Széles értelemben rendszerkockázati esemény a fent leírtakon kívül akkor következik be, ha egy gazdaságot érő sokk a rendszer egészére szimultán módon van negatív hatással.

Egy rendszerkockázati eseményt erősnek nevezünk, ha a tovagyűrűző hatások miatt olyan bankokat is fizetéképtelenné tesz, amelyek egyébként szolvensek (ezt a jelenséget nevezik a szerzők pénzügyi fertőzésnek, mely fogalmat később részletesen megvizsgálunk). Ez a folyamat igen súlyossá válhat, és úgynevezett rendszerválságot okozhat, amely tulajdonképpen olyan fertőzés, amely megbénítja az egyébként jól működő rendszert.<sup>1</sup> A fenti definíciók ismeretében definiálhatjuk a rendszerkockázatot, amely nem más, mint az erős rendszerkockázati események előfordulásának lehetősége.<sup>2</sup>

Látható, hogy egy szűkebb értelemben vett rendszerkockázati eseménynek két

---

<sup>1</sup>A devizahitelek problémája például a magyar gazdaság számára egyértelműen rendszerkockázatot jelent, és ennek több hullámban jelentkező óriási veszteségei a bankrendszeren, az anyabankokon keresztül az egész régióra kihathatnak. A devizahitelek rendszerkockázatáról, jellemzőiről és lehetséges kezeléséről lásd részletesen Berlinger - Walter (2013) és Berlinger - Walter (2014).

<sup>2</sup>Egy másik lehetőség a legrosszabb néhány százaléknyi esetben bekövetkező átlagos veszteség kiszámítása, ezt általános portfóliókra Ágoston (2010) alkalmazza.

fő összetevője van: a sokk és a fertőzési mechanizmus. A sokkon belül alapvetően két típust tudunk megkülönböztetni: az egyszerűbb, egyedi sokkot, amely a pénzügyi rendszer egy elemére hat, illetve a rendszerszintű hatást, amely több (esetleg minden) intézményre egyidejű hatással van, és amelynek vizsgálata kifinomultabb módszertant követel, ugyanis itt több tényezőt egyszerre kell figyelembe venni. Egyrészt nem téveszthetjük szem elől, hogy milyen kapcsolatrendszer jellemzi a rendszert leíró hálózatot, másrészt a sokkok terjedésének időbelisége is igen fontos szerepet játszik (ezt a problémakört járja körül Battiston et al. (2009)). Tehát a szűkebb értelemben vett rendszerkockázatot hálózatokkal, hálózatok dinamikus tulajdonságainak leírásával tudjuk modellezni. Az alábbiakban röviden áttekintünk néhány pénzügyi fertőzési modellt, majd ezeket szintetizálva, és a releváns szakirodalmat figyelembe véve felépítjük azt a keretet, amelyben a rendszerkockázat mérését értelmezni tudjuk.

## 2.2. A pénzügyi fertőzés csatornái

Az eddigiekben igen általánosan beszéltünk a rendszerkockázatról, azon belül is a pénzügyi rendszer fertőzéséről. Ahhoz, hogy ezt a jelenséget jobban megértsük, meg kell ismernünk azokat a csatornákat, amelyeken keresztül a rendszert érő sokkok továbbterjednek a hálózaton belül. Freixas és Rochet (Freixas - Rochet (2008)) négyféle fertőzési csatornát különböztet meg: a befektetői várakozások változását, az átutalási rendszerek működését, a banki OTC derivatívügyleteket, és a bankközi piacot.

Az első esetben a hirtelen megváltozó befektetői várakozások bankrohamokat válthatnak ki, amelyek részleges tartalékolású bankrendszer esetén súlyos veszteséget okoznak a bankoknak (ha nem sikerül megállítani a rohamot időben, akkor a bankok csődbe is mennek). Ezt a jelenséget írja le többek között Jacklin - Bhattacharya (1988), illetve Chari et al. (1988). Ezen modellek központi gondolata, hogy egy sokk megváltoztatja a hosszú távon befektetők megtérülési várakozásait, amely arra készíti őket, hogy a lejárat előtt visszaváltsák a befektetésüket. Ahogy ez a jelenség terjed, a bankok fizetéképtelenné válnak, amely tovább rontja a befektetők várakozásait, további likvidálásokat, illetve végül bankcsődöt eredményezve.

A fent ismertetett jelenség nem feltételezi, hogy a bankok egymással kapcsolat-



ban állnak. A másik három fertőzési csatorna azonban a bankokat mint egy hálózat részeit tekinti, azonban ezt is kétféleképpen értelmezhetjük. Az átutalási rendszereken alapuló modellek esetén a pénzügyi szektor szereplői kizárólag az ügyfeleken keresztül állnak kapcsolatban. Itt a fertőzést az okozza, hogy nem megfelelő tartalékolás esetén a bank nem tudja teljesíteni ügyfele átutalási megbízásait, és ezzel az átutalást fogadó banknál veszteséget okoz, amely tartalékai csökkennek, és így ő is fizetéképtelenné válhat. Ezt a jelenséget írja le Freixas et al. (1998), kiemelve, hogy ez a probléma csak nettó elszámolási rendszer esetén lehetséges, azaz, amennyiben a bankok közvetlenül, egymás között hajtják végre a tranzakciókat. A szerzők egyik fő eredménye, hogy a bruttó elszámolási rendszerek (amelyek feltételeznek egy központi bankot és tartalékszámilákat) lényegében felszámolják az átutalási tranzakciókból adódó rendszerkockázatot, hiszen a fertőzés nem terjed tovább, mert a központ kötelezi a tartalékok feltöltésére a bankokat, és átmeneti zavar esetén helytáll a nemfizető bank kötelezettségeiért. Ilyen rendszer például Magyarországon a Magyar Nemzeti Bank által üzemeltetett Valós Idejű Bruttó Elszámolási Rendszer, azaz a VIBER, itt azonban rendszerszintű likviditási válság elképzelhető (Lublóy - Tanai, 2008).

A bruttó elszámolási rendszer további hátránya, hogy hatékonyságvesztést okoz (hiszen a tartalékot a bankok nem tudják tovább hitelezni, illetve befektetni), így trade-off jelentkezik a rendszerkockázat és a hatékonyság között. Ugyanez az érvelés alkalmazható a harmadik, derivatívügyleteken alapuló fertőzési csatorna esetén, ha nettó rendszernek megelégedtünk az OTC ügyleteket, ahol nincs előírt tőkekövetelmény, a bruttó rendszer pedig a tőzsdei kereskedés letéti követelménnyel.

A negyedik (és modellezési szempontból jelenleg a legérdekesebb) fertőzési csatorna a bankközi pénzpiac létéből eredezteteti a rendszerkockázati eseményeket.<sup>3</sup> Ez az eset alapvetően abban különbözik az előző kettőtől, hogy a bankok közötti kapcsolat itt közvetlen: a tranzakciók nem az ügyfelek megbízásából jönnek létre, hanem - általában kényszer hatására - a bankok más banknál elhelyezett saját betéteiket likvidálják. A leggyakoribb kényszer a likviditási sokk, amely alatt itt azt értjük, hogy hirtelen megnövekszik azon ügyfelek száma, akik szeretnék kivenni a pénzüket a bankból. Ez nem jelent problémát, ha elegendő tartalékkal rendelke-

---

<sup>3</sup>A magyar bankközi piac rendszerkockázati vonatkozásait Lublóy (2005) és Berlinger et al. (2011) vizsgálta.

nek a bankok. Ha azonban egy szereplőnél túl nagy likviditási igény keletkezik, akkor ennek csak a más bankoknál elhelyezett betétjének felmondásával illetve csökkentésével tud eleget tenni. Ez viszont a többi bank azonnal felhasználható eszközeinek állományát csökkenti. Így viszont lehetséges, hogy lesz olyan bank, amely eredetileg likvid volt, de a lecsökkent eszközállománnyal már nem az. Vagyis neki is szüksége lesz a bankközi betéteire. Ezt az érvelést folytatva a pénzügyi fertőzés igen komoly károkat tud okozni a pénzügyi rendszerben.

### 3. Szakirodalmi előzmények

A fenti negyedik fertőzési csatorna, azaz a bankközi pénzpiacok rendszerkockázatot jelentő hatása a szakmai vizsgálatok középpontjába került az utóbbi években. Ennek oka, hogy a pénzügyi válság egyik legfontosabb (elméleti) következménye az, hogy a pénzügyi rendszer szerkezete nem semleges a gazdaság működése szempontjából: a bankközi kapcsolatokat leíró hálózatnak van pénzügyi stabilitási, és ezen keresztül reálgazdasági jelentősége.

A szakirodalomban fellelhető szinte összes írás Allen és Gale 2000-ben megjelent cikkét tekinti mérföldkőnek, amelyben a szerzők érdemben vizsgálják a pénzügyi közvetítőrendszerek struktúrájának pénzügyi stabilitásra gyakorolt hatását. A szerzők egy Diamond-Dybvig (Diamond - Dybvig, 1983) modellkeretben vizsgálják a fertőzéseket, amelyek úgy következnek be, hogy az egyik banknál egy kis mértékű többlet likviditási igény lép fel, amelynek más banknál elhelyezett betéteiből tud eleget tenni a szóban forgó bank. A cikkben ismertetett modelltől több olyan következtetés is levonható, amelyek a későbbi vizsgálatoknak is alapját képezik. Ezek közül a legfontosabb, hogy a fertőzés továbbterjedése erőteljesen függ a bankrendszert leíró hálózattól. A szerzők többféle esetet vizsgálnak, és megmutatják, hogy egy adott likviditási sokk egy kevésbé összekötött rendszert (ahol minden bank csak egyetlen másiknál helyez el betétet) összeomlaszt, míg a szorosabban összefonódott bankok (például, ha minden bank minden bankkal egyszerre hitelezői és adósi kapcsolatban van) túlélnek a krízist.

Az utóbbi másfél-két évtizedben ezt a jelenséget számos szerző vizsgálta, illetve finomította az eredményeket. Elliott et al. (2014) megmutatja, hogy az integrációs és diverzifikációs hatás nem monoton: vannak esetek, amikor az integráció

csökkenti a – cikkben csődvalószínűségként definiált – rendszerkockázatot, de egy bizonyos mérték fölött már inkább káros az integráció. Ugyanerre az eredményre jut Acemoglu et al. (2013), vagyis a nagyon összekapcsolt hálózat egyes esetekben hátrányos lehet (az ő eredményeik szerint a nagy sokkok esetén az a legjobb, ha kisebb, szeparált csoportokban vannak a bankok, mert ekkor az egy bankot bedöntő likviditási sokk nem tud továbbterjedni).

Acharya et al. (2012) alapján a rendszerkockázatot a krízis idején létrejövő alultőkésítettség mértékével tudjuk közelíteni. Ezt a mérőszámot jól előrejelzi a bankok tőkeáttétele, és a krízishelyzetben bekövetkező veszteségek átlagos mértéke. Cohen-Cole et al. (2013) egy olyan, Cournot-jellegű mikroökonómiai modellt mutat be, amelyben a rendszerkockázat tulajdonképpen a kezdeti sokk multiplikatóra.

A rendszerkockázat tulajdonságainak vizsgálata mellett annak egyes intézményekre történő allokációja is fontos szerepet játszik a szakirodalomban. Ebben a témában két új eredmény Bluhm et al. (2013) és Drehmann - Tarashev (2013)-as írásai. A két cikkben közös, hogy mindkettőben a kooperatív játékelmélethez ismert Shapley-értéket használják fel a rendszerkockázat elosztására<sup>4</sup>. A különbség alapvetően a rendszer leírásában van: míg Drehman és Tarashev exogén bankrendszert feltételezve elsősorban a Shapley-érték tulajdonságait vizsgálja, addig Bluhm és szerzőtársai a bankrendszerek létrejöttét endogén módon, optimalizációból kiindulva írja le, és a rendszerek kialakulására fókuszál.<sup>5</sup>

Mint a fentiekből látható, a szakirodalomban számos úton folyik a rendszerkockázat vizsgálata, ami jórészt abból fakad, hogy nincs egyértelmű, kialakult módszertan a rendszerkockázat számszerűsítésére. A cikkünkben egy olyan egyszerű modellt próbálunk vázolni, amely segítségével a bankrendszer kapcsolódásaitól függő rendszerkockázati mértéket kaphatunk az egyes intézmények szintjén.

---

<sup>4</sup>A Shapley-értékről és annak kockázatosztásban játszott szerepéről bővebben a Csóka - Pintér (2014) cikkben lehet olvasni.

<sup>5</sup>További kutatási irány lehet megvizsgálni Bayer (2012) módszerét arra, hogy a bankok hogyan változtassanak a kapcsolataikon, hány lépést gondolkoznak előre.

## 4. A stilizált pénzügyi rendszer

### 4.1. Egy bank működése

Először tekintsük azt az esetet, amikor egyetlen bankunk van. Ez természetesen még nem igazi rendszer, azonban fontos megérteni, hogy az egyes bankok hogyan működnek. A bankot a mérlegével jellemezzük, amely meglehetősen egyszerű: két-féle forrása van, saját tőke és idegen források, amelyet kizárólag egyforma bankbetétek képviselnek. Saját tőke alatt a bank jegyzett tőkéjét értjük, illetve beleértjük azokat a tartalékokat, amelyeket többek között a likviditási kockázatok ellen készített az intézmény. A betétállomány kizárólag nagyszámú, kis értékű betétből áll. Normál működési körülmények között a pénzfelvét és az újabb betétek elhelyezése egyensúlyban van, így az idegen források mennyiségét állandónak tekinthetjük. A modellben homogén bankokat tekintünk, és az egyszerűség kedvéért mérlegfőösszegüket lenormáljuk 1-re. Ekkor a bank saját tőkéje legyen  $\theta$ , a betétállomány nagysága pedig  $1 - \theta$ . A bank a forrásait egyetlen, kockázatos eszközbe fekteti be, jelöljük ennek kezdeti értékét  $z^0$ -al, az 1 periódus utáni realizált értékét pedig  $z^1$ -el. Természetesen  $z^0 = 1$ , hiszen a mérlegazonosságból adódóan a bank eszközeinek ex ante értéke annyi, mint forrásainak értéke. Ezek alapján a bankmérleg sémája az alábbiak szerint ábrázolható:

Eszközök	Források
Befektetés ( $z^0$ )	Saját tőke ( $\theta$ ) Betétek ( $1 - \theta$ )

1. táblázat. Banki mérleg

Az eszköz kockázata az ex post értékén ( $z^1$ -en) keresztül jelenik meg, amely nem előre meghatározott, hanem egy valószínűségi változó (amelyet jelöljünk  $Z$ -vel) adja meg az értékét, melynek eloszlásfüggvényét jelöljük  $F_Z$ -vel.<sup>6</sup> Az időbeliséget nem szeretnénk továbbra is megtartani a modellben, vagyis feltételezzük, hogy minden esemény tulajdonképpen egyszerre történik.

<sup>6</sup>A  $Z$  változóról egyelőre csupán annyit kötünk ki, hogy véges szórású legyen.

Mivel a rendszerkockázatot szeretnénk elemezni, szükséges bevezetni a csőd fogalmát: a bank csődben van, ha nem tudja kifizetni a betéteseit, azaz  $Z \leq (1 - \theta)$ . Ezek alapján a bank csődvalószínűsége  $P(Z \leq 1 - \theta) = F_Z(1 - \theta)$ .

Ahhoz, hogy a csődeseményt értelmezni tudjuk, szükség van arra is, hogy megmondjuk, mi történik, ha bekövetkezik a csőd. Ekkor likvidálják a bank eszközét, és a maradékot szétosztják a betétesek között (természetesen, mivel a bank eszközértéke az idegen forrásainak értéke alá került, a saját forrásai elvesztették értéküket, vagyis a bank tulajdonosai nem kapnak semennyit). Feltesszük továbbá, hogy a szétosztás arányosan történik (ez azonban nem befolyásolja a modell működését).

## 4.2. A bankrendszer felépülése, jellemzői

Tegyük fel, hogy összesen  $n$  darab homogén (azonos mérlegfőösszegű és preferenciájú) bank van a pénzügyi rendszerben. Kezdetben mindegyik különálló, és a fent leírtaknak megfelelően viselkedik. Feltesszük továbbá, hogy a bankok forrásoldala nem különbözik, illetve az eszközoldalukat jellemző  $Z_i$  valószínűségi változók független, azonos eloszlású változók (jelen esetben ez azonos szórást is jelent). Azaz a szereplők ugyanolyan jellegű eszközökbe fektetnek.

A rendszer kialakulását az magyarázza, hogy ha több intézmény van jelen, akkor minden egyes szereplőnek lehetősége nyílik a kockázatának mérséklésére a befektetési hozamok szóródásának, illetve a csődvalószínűségnek a csökkentésén keresztül. Még hozzá úgy, ha diverzifikálja az eszközoldalát: egyetlen kockázatos eszköz helyett megállapodik néhány másik bankkal, hogy elcserélik a befektetéseik ex post eredményének egy adott hányadát. Fontos hangsúlyozni, hogy a tranzakciótól függetlenül a befektetett eszközök az eredeti banknál maradnak. Ennek abból a szempontból van csupán jelentősége, hogy likvidáláskor az eredeti befektetés értéke (azaz  $i$  bank csődje esetén  $Z_i$  értéke) csökken nullára.

Legyen tehát az  $i$  bank olyan, amely diverzifikálja eszközeit. Ekkor  $i$  eszközoldala (jelöljük  $A_i$ -vel) az alábbiak szerint írható le:

$$A_i = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} Z_j,$$

ahol  $\phi_{ij}$  azt mutatja meg, hogy az  $i$  bank a  $j$  intézmény kockázatos eszközéből

mekkora részt kap, azaz a szerződés  $i$  és  $j$  bank között  $\phi_{ij}Z_j$  eszközről szól. Értelemszerűen  $\phi_{ii}$  azt mutatja meg, hogy a bank az általa eredetileg létrehozott befektetésből mekkora hányadot tart meg, továbbá, mivel  $\phi_{ij}$ -k arányszámok, így  $0 \leq \phi_{ij} \leq 1$ . Illetve azt is meg kell jegyezni, hogy azonos típusú eszközök cseréje történik, így ex ante összességében nem nyer és nem veszít egy-egy bank a cserével. Ennek feltétele, hogy  $\sum_{j=1}^n \phi_{ij} = 1$  teljesüljön. Mivel feltettük, hogy azonos típusú eszközökről van szó, így ezek ára homogén bankok esetén nem különbözhet egymástól, vagyis az intézmények csak egy az egyhez cserére hajlandók, így  $\phi_{ij} = \phi_{ji}$ , tehát a kapcsolatok szimmetrikusak.

Az így kialakult portfóliókról tudjuk, hogy a várható értékük megegyezik a  $Z_i$ -k várható értékével, varianciájuk viszont kisebb, ugyanis:

$$E(A_i) = E\left(\sum_{j=1}^n \phi_{ij}Z_j\right) = \sum_{j=1}^n E(\phi_{ij}Z_j) = \sum_{j=1}^n \phi_{ij}E(Z_j) = E(Z_i) \sum_{j=1}^n \phi_{ij} = E(Z_i)$$

$$D^2(A_i) = D^2\left(\sum_{j=1}^n \phi_{ij}Z_j\right) = \sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 D^2(Z_j) = D^2(Z_i) \sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 \leq D^2(Z_i)$$

Látható, hogy azonos várható hozamot tudnak elérni a bankok, kisebb bizonytalanság mellett, vagyis ebben az értelemben diverzifikálták a kockázatukat. Ennél bonyolultabb kérdés, hogy valóban csökkent-e a csőd kockázat. Ha az  $i$  bank végrehajtotta a diverzifikációt, akkor a csőd valószínűsége az alábbi formában írható fel:

$$P(A_i < 1 - \theta) = P\left(\sum_{j=1}^n \phi_{ij}Z_j < 1 - \theta\right)$$

Tehát az a kérdés, hogy igaz-e, illetve milyen feltételek mellett igaz a

$$P\left(\sum_{j=1}^n \phi_{ij}Z_j < 1 - \theta\right) \leq P(Z_i < 1 - \theta)$$

egyenlőtlenség. A probléma, hogy  $A_i = \sum_{j=1}^n \phi_{ij}Z_j$  eloszlásáról általános esetben túl kevés az információnk, és a fenti, várható értékre és varianciára vonatkozó összefüggésekből nem következik, hogy az egyenlőtlenség teljesül a valószínűségekre.

Ezért a továbbiakban normalitást és egységnyi várható értéket ( $E(Z_i) = 1$ ) feltételezünk  $Z_i$  valószínűségi változóról.<sup>7</sup> Ekkor ugyanis a fenti valószínűségek explicit formában megadhatók, és könnyen összehasonlíthatók.

$$P(Z_i < 1 - \theta) = P\left(\frac{Z_i - E(Z_i)}{D(Z_i)} \leq \frac{1 - \theta - E(Z_i)}{D(Z_i)}\right) = \Phi\left(\frac{-\theta}{D(Z_i)}\right),$$

ahol  $\Phi$  a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye. Ugyanígy

$$P(A_i < 1 - \theta) = \Phi\left(\frac{1 - \theta - E(A_i)}{D(A_i)}\right) = \Phi\left(\frac{-\theta}{D(A_i)}\right).$$

$D(A_i) \leq D(Z_i)$ -ből következik, hogy  $\frac{-\theta}{D(A_i)} \geq \frac{-\theta}{D(Z_i)}$ , azaz

$$P(A_i < 1 - \theta) \leq P(Z_i < 1 - \theta)$$

tehát azt láthatjuk, hogy normális eloszlás esetén teljesül a fenti egyenlőtlenség, azaz a csődvalószínűség csökken.

Az eddigiek alapján azt láthatjuk, hogy az egyes bankok számára a diverzifikáció szinte kizárólag előnyökkel jár: csökken a befektetésük hozamának szórása, ráadásul csökken az egyéni csődvalószínűség is. Egyetlen hátránya van egyéni szinten a diverzifikációnak: ha az egyik intézmény csődbe megy, akkor a többi, vele kapcsolatban álló intézmény szintén elveszíti a befektetéseinek egy részét. Ez a hatás a teljes pénzügyi rendszerben jelentősen felerősödhet. Egy intézmény csődjé továbbgyűrűzhet oly módon, hogy a vele kapcsolatban álló bankok eszközértékét is lecsökkenti, és további bankokat dönthet be, vagyis egy tipikus pénzügyi fertőzés alakulhat ki a modellben. Nézzük meg ezt a jelenséget részletesebben.

### 4.3. A fertőzés hatása a modellben

Tegyük fel, hogy egy adott pillanatban a bankrendszerben pontosan egy bank megy csődbe, azaz  $i$  bank eszközeinek értéke,  $A_i = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} Z_j < 1 - \theta$ , míg  $\forall l \neq i$  bankra  $A_l = \sum_{j=1}^n \phi_{lj} Z_j \geq 1 - \theta$ . Ekkor az  $i$  bank befektetését likvidálni kell. A korábbi

<sup>7</sup>Válasszuk normális eloszlás esetén olyan kicsire a szórást, hogy annak a valószínűsége, hogy egy eszköz értéke nullánál kisebb legyen, gyakorlatilag elhanyagolható.

feltételezésekből következik, hogy a bankrendszer többi bankja elveszíti  $\phi_{ji}Z_i$  részét az eszközei értékének. Ha ekkor létezik olyan  $l$  bank, amelyre  $A_l = \sum_{j=1}^n \phi_{lj}Z_j \geq 1 - \theta$ , viszont  $\sum_{j \neq i} \phi_{lj}Z_j < 1 - \theta$ , akkor a fertőzés továbbterjed, és egy további bank is csődbe jut annak következtében, hogy az első bank csődbe jutott. Ekkor az  $l$  bank eszközeit is likvidálják, és így a bankrendszer további veszteséget szenved el, amely további csődökhöz vezethet.

A rendszer működéséből látszik, hogy azon bankok, amelyek nem kapcsolódnak közvetlenül egy csődbe került intézményhez, azaz amelyekre  $\phi_{ji} = 0$ , természetesen az első körös hatásokból kimaradnak, azonban a fertőzés továbbterjedése miatt közvetetten az ő csődvalószínűségükre is hatással lehet a bedőlés. Vagyis a modellben megjelenik a bankrendszer összekapcsoltságának kettős, trade-off jellegű hatása: egyrészt csökkenti az egyedi csőd kockázatot, másrészt, egy intézmény csődje esetén a fertőzés miatt sokkal nagyobb veszteségek jelentkezhetnek a rendszerben.

Nézzük meg, mi történik az eszközök várható értékével, amennyiben az egyik intézmény csődbe megy. Ennek az eseménynek a hatása kétféleképpen jelentkezik: egyrészt, az egyes intézmény csődje esetén a vele kapcsolatban lévő bankok eszközállományának egy része elveszik, másrészt, megnő a valószínűsége, hogy csődbe megy az egyébként fizetőképese intézmény. Legyen  $D_j$  az az esemény, amikor  $j$  bank csődbe megy, és a többi bank nem megy csődbe kezdetben. Ekkor  $i$  bank eszközállományának várható hozamát az alábbi formában tudjuk megadni:

$$E(A_i | D_j) = (1 - P(D_i | D_j))E\left(\sum_{l=1}^n \phi_{il}Z_l | D_j\right) + P(D_i | D_j) \cdot 0$$

ahol  $P(D_i | D_j)$  annak a valószínűsége, hogy  $i$  bank is csődbe megy, amennyiben  $j$  csődbe ment. Természetesen ez a valószínűség függ a  $Z_j$  valószínűségi változók értékeitől, illetve a rendszer összekapcsoltságát mutató  $\phi_{ij}$  értékektől, méghozzá az alábbiak szerint:

$$P(D_i | D_j) = P\left(\left\{\sum_{l=1}^n \phi_{il}Z_l | Z_j = 0\right\} \leq 1 - \theta\right) = P\left(\sum_{l \neq j} \phi_{il}Z_l \leq 1 - \theta\right)$$

Továbbra is fennáll a normális eloszlás feltételezése, azaz az utóbbi valószínűséget



explicit módon ki tudjuk számolni:

$$P\left(\sum_{l \neq j} \phi_{il} Z_l \leq 1 - \theta\right) = \Phi\left(\frac{-\theta}{D\left(\sum_{l \neq j} \phi_{il} Z_l\right)}\right)$$

Az eszközállomány várható értéke hasonlóképpen számolható:

$$E\left(\sum_{l=1}^n \phi_{il} Z_l \mid D_j\right) = E\left(\sum_{l=1}^n \phi_{il} Z_l \mid Z_j = 0\right) = E\left(\sum_{l \neq j} \phi_{il} Z_l\right) = \sum_{l \neq j} \phi_{il} E(Z_l) = \sum_{l \neq j} \phi_{il},$$

ahol az utolsó lépésben felhasználtuk, hogy minden eszköz várható értéke egységni. A számítás eredménye megfelel az intuíciónak: ha az egyik intézmény csődbe megy, akkor az ő befektetése elveszik a teljes rendszer számára, míg a többi befektetés hozamának alakulását a csőd nem befolyásolja.

## 5. A rendszerkockázat mérőszáma

Az eddigiek alapján meg tudjuk határozni, hogy a rendszerkockázat mennyivel terheli meg az egyes intézményeket. Tehát a rendszerkockázatból adódó veszteséget úgy definiáljuk, mint az egyes intézmények várható hozamának csökkenését annak következtében, hogy egy bank csődbe megy. Jelöljük  $SL_i$ -vel a  $i$  bank rendszerkockázatból adódó veszteségét, amelyet az alábbi

$$SL_i = \sum_{j=1}^n (E(A_i) - E(A_i \mid D_j)) \cdot P(D_j)$$

formulával tudunk megadni. Tudjuk, hogy  $E(A_i) = 1$ , így a fenti kifejezés csupán a  $E(A_i \mid D_j) \cdot P(D_j)$  kifejezéstől függ.

$SL$  értéke analitikusan még normális eloszlás esetén is nehezen számolható, értékét leginkább szimulációkkal tudjuk meghatározni egyes helyzetekben. Viszont előnye, hogy függ a  $\phi_{ij}$  értékektől, vagyis számos különböző rendszer, amelyben az összekapcsolódás a modellben leírtak szerint történik, leírható vele.

Vizsgáljunk meg egy speciális esetet, amelyben tudunk zárt formulát kapni  $SL_i$ -

re.

**1. tétel.** *Kössük ki, hogy legfeljebb egy bank mehet csődbe. Ekkor a rendszerkockázatból adódó veszteség tulajdonképpen a bankok eszközértékének csökkenése ennek az egy csődnek a következtében. Ilyen feltételek mellett a rendszerkockázati veszteség mérőszámára,  $SL_i$ -re egyszerű, zárt formula kapható:*

$$SL_i = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} P(D_j).$$

**Bizonyítás.** Jelöljük  $D$ -vel azt az eseményt, hogy pontosan egy bank csődbe megy, illetve  $\bar{D}$ -vel azt, hogy egy bank sem megy csődbe. A fenti feltételezésből  $P(D) + P(\bar{D}) = 1$ , illetve  $P(D) = \sum_{l=1}^n P(D_l)$ . Ekkor a  $i$  bank eszközértékét, feltéve, hogy valamelyik bank csődben van, jelöljük  $A_i | D$ -vel. Ennek várható értéke a teljes várható érték tételéből adódik:

$$E(A_i | D) = \sum_{j=1}^n E(A_i | D_j) P(D_j)$$

Tehát a rendszerkockázati veszteséget megadhatjuk

$$SL_i = 1 \cdot P(D) - E(A_i | D)$$

alakban. Ennek a kifejezésnek az értéke megadható a feladat paramétereinek függvényében. Ehhez alakítsuk át az  $SL_i$ -re vonatkozó összefüggést.

$$SL_i = P(D) - E(A_i | D) = \sum_{j=1}^n P(D_j) - \sum_{j=1}^n E(A_i | D_j) P(D_j) = \sum_{j=1}^n (1 - E(A_i | D_j)) P(D_j)$$

Ebbe a korábban megismert értékeket behelyettesítve:

$$(1 - E(A_i | D_j)) P(D_j) = \sum_{j=1}^n \left( 1 - \left[ (1 - P(D_i | D_j)) E \left( \sum_{l=1}^n \phi_{il} Z_l | D_j \right) \right] \right) P(D_j)$$

Felhasználva, hogy feltevésünk szerint csupán egy bank megy csődbe, azaz  $P(D_i | D_j) = 0$ , illetve behelyettesítve a  $E \left( \sum_{l=1}^n \phi_{il} Z_l | D_j \right) = \sum_{l \neq j} \phi_{il}$  összefüggést, azt kapjuk,

hogy:

$$SL_i = \sum_{j=1}^n \left( 1 - \sum_{l \neq j} \phi_{il} \right) P(D_j) = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} P(D_j) \quad (5.1)$$

Az utolsó lépésben felhasználtuk, hogy  $\sum_{l=1}^n \phi_{il} = 1$ . □

Az eredmény azt tükrözi, amit vártunk: az intézmény rendszerkockázatból adódó veszteségét úgy írhatjuk le, hogy tekintjük az összes olyan esetet, amelyben egy bank csődbe megy. Ezekben az esetekben a  $i$  bank elveszíti eszközoldalának azon részét, amelyeket a csődbe ment bankkal cserélt el. A  $P(D_j) = P(A_j < 1 - \theta)$  valószínűséget már korábban kiszámoltuk, így ezt behelyettesítve a fent kapott kifejezésbe az alábbi forma kapható meg:

$$SL_i = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \Phi \left( \frac{-\theta}{D \left( \sum_{l=1}^n \phi_{jl} Z_l \right)} \right) \quad (5.2)$$

Az így kapott mérőszámot alapvetően háromféle paraméter értéke határozza meg: az összekapcsoltságot mérő  $\phi$  mutatók, az eszközök szórása, és a saját tőke aránya, azaz  $\theta$ . Az alábbiakban megvizsgáljuk, hogy ez a három paraméter hogyan befolyásolja a rendszerkockázatból adódó veszteséget.

A rendszer összekapcsolódásának hatása kettős. Egyrészt, ha létrejönnek kapcsolódások a bankrendszerben, akkor a diverzifikációs hatás miatt csökken az egyes bankok csődvalószínűsége, másrészt, megjelenik a fertőzésből fakadó hatás: az egyes bankok eszközeinek várható értékét csökkenteni az a tény, hogy a többi, vele kapcsolatban álló bank csődbe mehet (tulajdonképpen az Elliott et al. (2014) szerzői is hasonló gondolatmenet szerint jutnak el arra a következtetésre, hogy a rendszer összekapcsolódása és a rendszerkockázat közötti kapcsolat nem monoton).

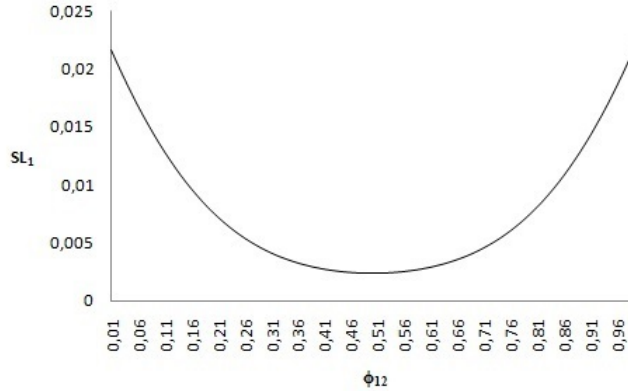
A bankrendszer összekapcsoltságának mértékét a korábban definiált  $\phi_{ji}$ ,  $i \neq j$  értékekkel tudjuk jellemezni, vagyis  $\phi_{ij}$  változását értelmezhetjük úgy, mint a rendszerbeli kapcsolat erősségének változását. Tehát azt keressük, hogyan hat  $\phi_{ij}$  változása  $SL_i$ -re. Természetesen, észben kell tartanunk, hogy  $\phi_{ij}$  egyedül nem változhat, ugyanis a  $\sum_{j=1}^n \phi_{ij} = 1$  egyenlőségnek mindig teljesülnie kell. Ezt a problémát például úgy kezelhetjük, hogy feltesszük, hogy a bankközi szerződések egymástól függetle-

nül köttetnek, azaz  $\phi_{ij}$  változása nincs hatással  $\phi_{il}$ ,  $l \neq i, j$  értékekre, csupán  $\phi_{ii}$ -re. Ekkor a keresett derivált a

$$\frac{dSL_i}{d\phi_{ij}} = \frac{\partial SL_i}{\partial \phi_{ij}} - \frac{\partial SL_i}{\partial \phi_{ii}}$$

formában írható fel.

Az eredményből látszik, hogy amennyiben  $\phi_{ij}$  megváltozik, akkor két, jellegében azonos, de ellentétes előjelű hatás érinti a rendszerkockázatot: az egyik egyfajta közvetlen hatás, a másik pedig egy közvetett hatás, ami azon keresztül éri a bankot, hogy csökken a saját befektetésének részesedése az összes eszközállományán belül. Mivel a fenti kifejezés kiszámítása analitikusan igen bonyolult, így most erre nem törekszünk, csupán egy példán keresztül szemléltetjük, hogy  $\phi_{ij}$  változása hogyan tud hatni a rendszerkockázat mértékére. Ehhez tegyük fel, hogy csak két bankból áll a bankrendszerünk. Mindkét intézménynek olyan befektetése van, amelynek a szórása 0, 1, azaz  $D(Z_1) = D(Z_2) = 0, 1$ . Továbbá tudjuk, hogy a közös  $\theta$  értéke 0, 2. Ezekkel a paraméterválasztásokkal biztosíthatjuk, hogy a csődvalószínűség nem lesz elhanyagolható, bármilyen összekapcsolódást is nézünk. Továbbá, a viszonylag kis szórás miatt annak a valószínűsége, hogy az egyes befektetések értéke negatívba forduljon, gyakorlatilag elhanyagolható. Ezt a rendszert a  $\phi_{12}$  számos értéke mellett megvizsgáljuk: felosztjuk 100 egyenlő részre a  $[0, 1]$  intervallumot, majd minden osztópontot  $\phi_{12}$  egy-egy lehetséges értékének tekintve kiszámoljuk az  $SL_1$  értékeit (értelemszerűen, ebben a teljesen szimmetrikus helyzetben ezek meg fognak egyezni az  $SL_2$  értékekkel). A számításokat nem részletezzük, azonban az eredményként kapott ábra tanulságos lehet:



1. ábra. Az 1. bank rendszerkockázatból adódó vesztesége  $\phi_{12}$  különböző értékei mellett

Az ábráról látható, hogy a rendszerkockázatból adódó veszteség és az összekapcsolódás között nem monoton a kapcsolat: amennyiben ugyanis az összekapcsolódás foka kisebb (azaz jelen esetben  $\phi_{ij} < \phi_{ii}$ ), akkor a bankközi hálózat diverzifikáló hatása dominál, és így a kapcsolatok erősödésével csökken a rendszerkockázat. Ha viszont a bankok közötti kapcsolat szoros, akkor a fertőzés jelensége miatt a további kapcsolódás instabilabbá teszi a rendszert.

A példa egyszerű szerkezete ráadásul segít minket abban, hogy pontosan megnevezzük a kockázati forrásokat: a csökkenő szakaszon az első bank rendszerkockázati vesztesége döntően abból származik, hogy ő saját maga csődbe mehet, és ekkor elveszíti a befektetését, míg a növekvő szakaszon a fő kockázati forrás az első bank számára a második bank csődje. A nagy részesedés miatt ugyanis az első bank eszközeinek nagy részét elveszíti, amennyiben a második bank csődbe jut.

A következő lépés, hogy megvizsgáljuk, hogyan hat az eszközök kockázatosságának változása: hogy mi történik  $SL_i$ -vel egy tetszőleges  $j$  bank eszközeinek marginális kockázatnövekedése esetén. Vagyis keressük (5.2) deriváltját az  $i$  eszköz szórása szerint:

$$\frac{dSL_i}{dD(Z_j)} = \sum_{l=1}^n \phi_{il} \varphi \left( \frac{-\theta}{D \left( \sum_{k=1}^n \phi_{lk} Z_k \right)} \right) \frac{\theta}{\left( \sum_{k=1}^n \phi_{lk}^2 D^2(Z_k) \right)^{3/2}} \frac{1}{2} \phi_{lj}^2 2D(Z_j)$$

Erről azonnal látszik, hogy tetszőleges paraméterértékek mellett minden  $D(Z_j)$ -re pozitív, vagyis a szórás növekedésével a rendszerkockázat növekszik. Ez szintén igen kívánatos eredmény: azt mutatja, hogy amennyiben egy intézmény befektetésének kockázata nő, akkor nő a csődvalószínűsége is, és ezen keresztül emelkedik a rendszerkockázata is.

Az utolsó vizsgálandó paraméter a saját eszközök aránya, azaz a  $\frac{dSL_i}{d\theta}$  kiszámítása:

$$\frac{dSL_i}{d\theta} = -\sum_{l=1}^n \phi_{il} \varphi \left( \frac{-\theta}{D\left(\sum_{k=1}^n \phi_{lk} Z_k\right)} \right) \frac{1}{D\left(\sum_{k=1}^n \phi_{lk} Z_k\right)}$$

A kapott formulából könnyen látható az intuíció által is alátámasztott eredmény: minél több a bank saját tőkéje, annál kisebb a csődvalószínűsége, így a rendszerkockázatnak való kitettsége is mérséklődik a saját tőke növelésével párhuzamosan.

## 6. Összegzés

A 2007-08-ban kezdődött pénzügyi válság felhívta a figyelmet arra, hogy a pénzügyi világban jelentős kockázati források lehetnek az egyes intézmények közötti kapcsolatok, ugyanis ezek az egyes intézményeket ért sokkokat mintegy idegrendszerként közvetítik a bankrendszer többi szereplője felé. A cikkben az ilyen jellegű kockázatokra koncentráltunk: megvizsgáltuk, hogy a pénzügyi fertőzések hogyan hatnak az egyes intézményekre.

A cikk során a célunk az volt, hogy egy mérőszámot adjunk arra nézve, hogy az egyes intézmények mennyire vannak kitéve a rendszerkockázati eseményeknek, figyelembe véve, hogy amennyiben rendszerkockázattal foglalkozunk, úgy a modellezés során olyan modellt kell építeni, amelyben a rendszerkockázat függ a rendszert leíró hálózattól, illetve az egyes intézmények összekapcsolódásának mértékétől.

Ezeket szem előtt alkottunk meg egy rendszerkockázati modellt, amely egyrészt megragadja a pénzügyi fertőzési jelenségek egyes tulajdonságait, másrészt alkalmas arra, hogy megfelelő megszorításokkal egy olyan mérőszámot kapjunk, amely egyes

intézményekre lebontva képes megadni az adott intézmény rendszerkockázatnak való kitettségét.

A modellben a pénzügyi fertőzések hatásait szeretnénk megragadni. Ez egy igen ambíciózus vállalkozás, hiszen a fertőzés jellegéből adódóan dinamikus jelenség: az egyes megfertőzött, illetve csődbe jutott intézmények a velük kapcsolatban álló intézményekre továbbterjeszthetik a problémát, és azokat is csődbe vihetik. Ennek az igen bonyolult kapcsolatrendszernek a leírása helyett a problémát egy alternatív szemszögből közelítjük meg: mit kell tenni ahhoz, hogy elkerülhető legyen a fertőzés. Vagyis feltesszük, hogy csupán egy bank megy csődbe, és azt vizsgáljuk, hogy a többi bank ennek hatására mekkora veszteséget szenved el. Ha a csődbe ment bankot véletlenszerűen választjuk, és minden esetben megvizsgáljuk a veszteséget, akkor megkaphatjuk, hogy várhatóan mekkora vesztesége lesz az intézménynek a rendszerkockázatból adódóan (azaz mekkora a rendszerkockázati kitettsége).

Megvizsgálva a rendszerkockázati kitettség tulajdonságait, a legfontosabb következtetés, amit levonhatunk, hogy a rendszer összekapcsoltsága és a rendszerkockázat között nem monoton a kapcsolat. Ha rögzítünk egy rendszert, és csupán egyetlen kapcsolódást változtatunk rajta (azaz azt vizsgáljuk, hogy hogyan hat az egyes intézmények csődvalószínűségére az, hogy két bank között az összekapcsolódás mértéke változik), akkor azt láthatjuk, hogy megfelelő feltételek mellett gyenge kapcsolódás esetén a diverzifikációs hatás a domináns (azaz, ahogy erősödik a kapcsolat, úgy csökken az egyes intézmények, és így a rendszer kockázata), míg amikor már eleve szorosan együttműködnek a bankok, akkor a kapcsolatok további növelése a fertőzés megnövekedett esélyének következtében növeli a rendszerkockázatot. Tehát nem csupán az Allen - Gale (2000) cikkben kapott eredményt kaptuk vissza, mely szerint a bankrendszert leíró hálózatnak szerepe van a rendszerkockázat kialakulásában, hanem ennél továbbmentünk a következtetésekkel. Konkrétan azonosítottunk kétféle hatást a modellben, amelyek ellentétes irányba hatnak: a diverzifikációt és a fertőzést.

Habár a témával foglalkozó szakcikkekben gyakori feltételezés a bankrendszer homogenitása (többek között ezzel a feltételezéssel él Acemoglu et al. (2013), Cohen-Cole et al. (2013) a korábban ismertett cikkek közül), a gyakorlati alkalmazást nehézkessé teszi: általánosságban nem igaz, hogy egy adott ország bankrendszere hasonló méretű (mérlegfőösszegű) intézményekből áll, melyek ráadásul hasonló

típusú eszközökbe fektetnek be. Így a modell leginkább csak általános összefüggések bemutatására alkalmas, míg gyakorlati alkalmazása korlátozott - azonban nem teljesen kizárt. Ugyanis a modell főbb következtetései (azaz a kockázati mérőszám tulajdonságai) nem függenek össze szorosan a feltevésekkel. Így, még ha nem is lehet jól számszerűsíteni a kockázatot a fent leírt modell alapján, az egyes paraméterek (kockázatosság, összekapcsoltság) számszerűsíthetők, és ezen értékek időbeli alakulása - figyelembe véve a modell eredményeit - képet adhat a döntéshozóknak a rendszerkockázat alakulásáról.

## Hivatkozások

- (1) Acemoglu, D., Ozdaglar, A. and Tahbaz-Salehi, A. (2013) *Systemic Risk and Stability in Financial Networks*. MIT Department of Economics Working Paper Series 13-03.
- (2) Acharya, V. V., Pedersen, L. H., Philippon, T., Richardson, M. P. (2012) *Measuring systemic risk*.
- (3) Ágoston Kolos Csaba (2010) CVaR Számítás SRA Algoritmussal. *Sigma*, XLI. (1-2.) 61–73. o.
- (4) Allen, F. - Gale, D. (2000) Financial Contagion. *Journal of Political Economy*, 108, pp. 1–33.
- (5) Battiston, S. - Delli Gatti, D. - Gallegati, M. - Greenwald, B. C. - Stiglitz, J. E. (2009) *Liaisons Dangereuses: Increasing Connectivity, Risk Sharing and Systemic Risk*, NBER Working Paper No. 15611.
- (6) Bayer Péter (2012) Véleményrangsorok alkalmazása pénzügyi szituációkban. *Sigma*, XLIII. (3-4.) 109–123. o.
- (7) Berlinger Edina, Michaletzky Márton, Szenes Márk (2011) A fedezetlen bankközi forintpiac hálózati dinamikájának vizsgálata a likviditási válság előtt és után. *Közgazdasági Szemle* 58:(3) 229–252. o.



- (8) Berlinger Edina, Walter György (2013) Unortodox javaslat a devizahitelek rendezésére. *Hitelintézeti Szemle* 12:(6) 469–494. o.
- (9) Berlinger Edina, Walter György (2014) Problémás jelzáloghitelek jövedelemarányos törlesztése - unortodox javaslat számokban. *Hitelintézeti Szemle* 13:(1) 2–27. o.
- (10) Bluhm, M. and Faia, E. and Krahenen, J. P. (2013) *Endogenous Banks' Networks, Cascades and Systemic Risk*. SAFE Working Paper No. 12.
- (11) Chari, V. V. - Jagannathan, R. (1988) Banking Panics, Information and Rational Expectations Equilibrium. *Journal of Finance*, 43, pp. 749–513.
- (12) Cohen-Cole, E., Patacchini, E. and Zenou, Y. (2013) *Systemic Risk and Network Formation in the Interbank Market*. CAREFIN Research Paper No. 25/2010.
- (13) Csóka Péter - Pintér Miklós (2014) *On the Impossibility of Fair Risk Allocation*. Corvinus Economics Working Papers (CEWP) 2014/12, 1–12. o.
- (14) De Bandt, O. - Hartmann, P. (2000) *Systemic Risk: A Survey*. ECB Working Paper No. 35.
- (15) Diamond, D. W. - Dybvig, P. H. (1983) Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity. *Journal of Political Economics*, 91, pp. 401–419.
- (16) Drehmann, M. – Tarashev, N. (2013) Measuring the systemic importance of interconnected banks. *Journal of Financial Intermediation*, 22, pp. 586–607.
- (17) Elliott, M., Golub, B., Jackson, M. O. (2014) *Financial Networks and Contagion*. Working Paper (SSRN 2175056).
- (18) Freixas, X. - Parigi, B. (1998) Contagion and Efficiency in Gross and Net Interbank Payment Systems. *Journal of Financial Intermediation*, 7, pp. 3–31.
- (19) Freixas, X. - Rochet, J-C. (2008) *Microeconomics of Banking*. MIT Press, Massachusetts.

- (20) Jacklin, C. J. - Bhattacharya, S. (1988) Distinguishing Panics and Information-based Bank Runs: Welfare and Policy Implications. *Journal of Political Economy*, 96, pp. 568–592.
- (21) Lubl6y  Agnes (2005) Domin6hat6s a magyar bankk6zi piacon. *K6zgazdas6gi Szemle*, LII. vf. 4. sz. 377–401. o
- (22) Lubl6y  Agnes - Tanai Eszter (2008) *Operational Disruption and the Hungarian Real Time Gross Settlement System (VIBER)*. MNB Occasional Papers No. 75.