



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖZGAZDASÁGTUDOMÁNYI INTÉZET

**AZ MTA-KTI
„A KÖZOKTATÁS TELJESÍTMÉNYÉNEK MÉRÉSE-ÉRTÉKELÉSE, AZ ISKOLÁK
ELSZÁMOLTATHATÓSÁGA” PROGRAMJÁNAK**

**FERO
1405. SZÁMÚ PRODUKTUMA**

**A feltárt hiányosságok és ellentmondások elemzése,
javaslat kidolgozása egy konkrét felvételi algoritmusra,
rendszerre, mely jobban megfelel a társadalmi, hatékonysági,
illetve a törvényhozó által kívánatosnak talált szempontoknak.**

Kóczy Á. László¹

2010. április 30.

¹Óbudai Egyetem, Keleti Károly Gazdasági Kar, 1084 Budapest, Tavaszmező 15-17. Email: koczy.laszlo@kgk.uni-obuda.hu

Tartalomjegyzék

| | |
|---|-----------|
| 1. Bevezetés | 1 |
| 1.1. Prológus | 1 |
| 1.2. A párosításokról röviden | 1 |
| 1.3. A felvételi Magyarországon | 3 |
| 2. A párosítások elmélete | 5 |
| 2.1. Fogalmak és jelölések | 5 |
| 2.2. Preferenciák | 7 |
| 2.3. Stabilitás | 8 |
| 2.4. Ószinteség és taktikázás | 10 |
| 2.5. Mechanizmusok és tulajdonságaik | 12 |
| 2.5.1. A késleltetett elfogadási algoritmus | 12 |
| 2.5.2. A bostoni algoritmus | 13 |
| 3. A középiskolai felvételi | 15 |
| 3.1. A törvény | 15 |
| 3.2. A gyakorlat | 17 |
| 3.3. Elemzés és javaslatok | 17 |
| 3.3.1. Algoritmus | 17 |
| 3.3.2. Jogszabály | 18 |
| 4. A felsőoktatási felvételi | 20 |
| 4.1. Felvételi a gyakorlatban | 20 |
| 4.1.1. Jelentkezési korlátok | 22 |
| 4.1.2. Felvételi korlátok | 23 |
| 4.1.3. Alsó kvóták | 24 |
| 4.2. Javaslatok | 25 |
| 4.2.1. Jogi szöveg | 26 |
| 4.2.2. Jelentkezési korlátok | 26 |
| 4.2.3. Felvételi korlátok | 28 |
| 4.2.4. Alsó kvóták | 29 |

| | |
|---|-----------|
| 5. További felvételi problémák | 32 |
| 5.1. Felvételi rezidensképzésre | 32 |
| 5.1.1. Helyzetkép | 33 |
| 5.1.2. Pontatlan jogszabály | 33 |
| 5.1.3. A szegény régiók ellátása | 34 |
| 5.2. Általános iskolai felvételi | 36 |
| 5.2.1. Késleltetett elfogadási algoritmus | 37 |
| 5.2.2. A legjobb csere-körök módszere | 37 |
| 5.2.3. Összehasonlítás | 38 |
| 6. Konklúzió | 40 |
| A. Algoritmusok | 46 |
| A.1. A NIMP algoritmus | 46 |
| A.2. A késleltetett elfogadási algoritmus | 47 |
| A.3. A bostoni algoritmus | 48 |
| A.4. A columbusi algoritmus | 48 |
| A.5. A legjobb cserekörök módszere | 49 |

Kivonat

Kutatásunk zárótanulmányában összefoglaljuk a közép- és felsőoktatásba való felvételi főbb jellemzőit, áttekintjük az anomáliákat és javaslatokat dolgozunk ki ezek orvoslására.

A középiskolai felvételi a késleltetett elfogadási algoritmus tiszta alkalmazása. Sajnos a törvényi megfogalmazás rossz, javasoljuk módosítását.

A felsőoktatási felvételi lényegét képező besorolási algoritmus nem igényel változtatást, ugyanakkor az egész felvételi folyamat jó tulajdonságait elrontja néhány apró részlet. Javasoljuk a puha jelentkezési korlát eltörlését: legyen egy fix jelentkezési összeg függetlenül a jelentkezők számától. Javaslatot dolgoztunk ki az alsó- és felső kvóták kedvezőbb kezelésére is. Elsősorban az előbbi jelenthet problémát, azonban úgy tűnik, hogy bár a megoldás NP-komplett, az érintett szakok kis szám miatt ez az út mégis járható.

Végezetül kitérünk két további felvételi problémára: Sok szó esett az elmúlt hónapokban a rezidensi felvételiiről. Sajnos itt maga a felvételi mechanizmus is bírálható, de a kritika nem a mechanizmust, hanem a kapott párosításokat érte. Sajnos ezen csak a vidéki rezidensi helyek feltételeinek javítása segíthet, a párosítási mechanizmus megváltoztatása nem. Az általános iskolai felvételi egy gyakorlati tény, de központi felvételiiről egyelőre szó sincs. Két javaslatot is felvázolunk a felvételi bonyolítására.

Kulcsszavak: párosítások, késleltetett elfogadási algoritmus, Gale-Shapley, bostoni algoritmus, stabilitás, őszinteség, hatékonyság, jólét

1. fejezet

Bevezetés

1.1. Prológus

Korábbi tanulmányainkban (Kóczy, 2008, 2009b,c,a) áttekintettük a párosítások irodalmát, megvizsgáltuk, hogy mennyiben felelnek meg a magyar felvételi rendszerek a tudományos közvélemény által megfogalmazott normáknak, értelmeztük a felvételit szabályozó jogszabályokat majd összevetettük ezeket a gyakorlattal. Végezetül tehát nem marad más hátra, mint összegezni eredményeinket, levonni a tanulságokat és javaslatokat tenni egy jobb felvételi rendszer érdekében. Jelen dolgozat tekinthető tehát egy összefoglalásnak, amelyben az eredmények részletes igazolását többnyire mellőzzük, illetve valamely korábbi tanulmányra való hivatkozással helyettesítjük.

1.2. A párosításokról röviden

A *párosítás* egy matematikai fogalom, informálisan azt mondhatjuk, hogy különböző objektumok, szereplők összekötését jelenti. Egyoldali párosítás esetén egy homogén csoport tagjait párosítjuk egymással. Erre a legismertebb példa az úgynevezett szobatárs probléma. Minket nem is ezek, hanem a kétoldali párosítások érdekelnek, ahol a szereplők két csoportba oszthatók és az egyik csoport tagjait szigorúan csak a másik csoport tagjaival lehet összekötni, összepárosítani.

A legkézenfekvőbb kétoldali párosítási probléma a házassági modell, ahol a szereplők nem szerint oszlanak két csoportra, a férfiakat nőkkel, a nőket férfiakkal párosítjuk. Az iskolaválasztás, illetve az iskolai felvételi is egy kicsit általánosabb kétoldali párosítási probléma, hiszen a szereplők halmaza – teljesen nyilvánvaló módon – jelentkezőkre és iskolákra (szakokra, stb.) bontható fel. A probléma érdekessége, hogy egy iskola jellemzően több jelentkezőt is felvehet és ennek megfelelően egy-az-egyhez helyett több-az-egyhez párosításról beszélünk. Maga a párosítás tehát a jelentkezők iskolákhoz való rendelése.

A felvételi fontos eleme a jelentkezők pontszáma egyrészt, illetve a hallgatók által megadott jelentkezési sorrend. Látszólag a jelentkező két jellemzőjéről van szó, valójában a pontszám nem más mint az iskola által meghatározott felvételi sorrend, azaz ez az iskola-, utóbbi a jelentkező preferenciáit fejezi ki. A preferenciák ismeretében már minősíthetjük a párosításokat: külön figyelmet érdemelnek a stabil párosítások. Ha egy párosítás stabil, akkor nincs értelme a további alkudozásnak, a párosítás minden résztvevő számára a lehető legjobb. Némileg árnyalja a képet, hogy több stabil párosítás is létezhet – mindez a magyarországi felvételi esetében nem sok szerepet kap, hiszen nálunk a felvételit a törvény szabályozza, különalkukra akkor sem lenne lehetőség ha ezeknek egyébként lenne értelme.

A párosításokkal foglalkozó kutatók egyszerre több kérdésre is keresik a választ. A vizsgáldás középpontjában általában nem egy konkrét párosítás, hanem egy párosítási mechanizmus áll, ami tetszőleges preferenciák mellett egyértelműen meghatároz egy párosítást. Nem elég, ha egy párosítás stabil, a kérdés az, hogy egy adott mechanizmus minden esetben stabil párosítást eredményez-e, beleértve a legszélsőségesebb, vagy legfurcsább preferenciákat is. Egy ehhez némileg kapcsolódó probléma az őszinteség kérdése. Pár mondattal ezelőtt vezettük be a párosítási mechanizmus fogalmát és a definícióban szerepel, hogy a mechanizmus minden preferenciához (tulajdonképpen preferencia-profilhoz, hiszen minden egyes résztvevő rendelkezik preferenciával) egy párosítást rendel. Ez a megfogalmazás kimondva-kimondatlanul feltételezi, hogy a résztvevők preferenciái ismertek. Nos, a felvételi esetében ez részben mindenképp igaz, hiszen a jelentkezők pontszámát meg kell adni és eszerint alakulnak ki az iskolák preferenciái. Másrészt igaznak tűnik, hiszen a jelentkezők is megadják a jelentkezési sorrendjüket, ez a sorrend azonban nem feltétlenül egyezik saját preferenciáival. Előfordulhat, hogy érdemes taktikázni és a

valós preferenciák helyett valami mást megadni. Ám még ha érdemes is taktikázni, nem könnyű. A sikeres taktikázáshoz a jelentkezőnek rengeteg információt kellene összegyűjtenie, egyebek mellett a többi jelentkező preferenciáiról, várható érettségi eredményéről. Mivel az ilyen típusú információk legjobb esetben is pontatlanok és részlegesek, a taktikázó jelentkezőnek nem kis frusztrációt okoz a jelentkezési lap kitöltése. Ha pedig a taktikázás sikeres volt, akkor előfordulhat, hogy valamely szakra az igazán odaillő és minden szempontból alkalmas jelentkező helyett egy kevésbé alkalmas taktikus kerül felvételre. A rossz taktika megválasztása sok utólagos bosszúságot is okozhat.

Még ha elméletben létezik is olyan mechanizmus, amely stabil és őszinte párosításokat eredményez, kérdés, hogy meg lehet-e találni, illetve, hogy egy gyakorlati alkalmazás esetén valóban ez-e a fő szempont, vagy felmerülnek-e további szempontok. Ennek megfelelően vizsgálni kell az alkalmazott algoritmusok komplexitását, illetve röviden utalunk a kapott párosítások néhány érdekes, és nem minden érintett számára vonzó tulajdonságára.

1.3. A felvételi Magyarországon

Ha Magyarországon felvételiről beszélünk, elsősorban a felsőoktatási felvételre gondolunk. Természetesen tanulmányunk is elsősorban ezzel foglalkozik. Talán kisebb a tétje a középiskolai felvételinek, de ott is egy központosított párosító mechanizmus dönti el, hogy az egyes jelentkezők mely iskolákba kerülnek. Az általános iskola választása sokkal kevésbé tudatos, talán ezzel magyarázható, hogy az általános iskolai felvételi nem központosított, az egyes iskolák hatáskörében ad hoc módon történik.

A középiskolai felvételt a Középfokú Közoktatási Intézmények Felvételi Információs Rendszere (KIFIR) bonyolítja. Az általános iskolai tanulók minden iskolába, ahova jelentkezni szeretnének benyújtanak egy jelentkezési lapot, majd egy külön, az iskolák számára nem hozzáférhető módon rangsorolják a különböző iskolákat, illetve tagozatokat. Az iskolák a jelentkező tanulókat felvételi beszélgetések alapján rangsorolják, az algoritmus a hallgatók és az iskolák preferenciái alapján készíti el a párosítást.

A felsőoktatási felvételi során a jelentkezők jelentkezéseiket jellemzően elektronikusan ad-

ják le az Educatio Kht által üzemeltetett Felvi.hu oldalon; külön felvételi – speciális esetektől eltekintve – nincs, az iskola preferenciáit egy előre meghatározott képlet szerint az érettségi eredményéből, tanulmányi osztályzatokból számított pontszám határozza meg, ahol pluszpont járhat nyelvvizsgáért, versenyeredményért, szociális alapon és még számtalan más módon. A párosítás alapja a vonalhúzás: az nyer felvételt, akinek a pontszáma meghaladja a felvételi ponthatárt.

Mielőtt rátérnénk a kutatás eredményeire, a fentieknél kicsit bővebben, formálisabban is bemutatjuk a párosítások alapvetéseit, illetve a magyarországi felvételi rendszert. Ennek megfelelően a következő fejezetben a párosítások elméletének matematikai modelljét ismertetjük, röviden felvázolva az általános eredményeket. Ezután rátérünk a felvételi rendszerek törvényi, jogszabályi hátterére, illetve összefoglaljuk a kapott eredményeket. Külön fejezetben foglaljuk össze konkrét javító javaslatainkat, végül a tanulmányt egy rövid konklúzióval zárjuk, melyben kitérünk a nyitott kérdésekre, illetve további kutatási feladatokra.

2. fejezet

A párosítások elmélete

2.1. Fogalmak és jelölések

Hogy a későbbiekben tömören és egyértelműen fogalmazhassunk, be kell vezetnünk néhány jelölést és fogalmat.

Kétoldali párosítás esetén a párosítás résztvevőinek halmazát két diszjunkt, azaz átfedés nélküli halmazra oszthatjuk: iskolákra (C , mint *colleges*):

$$\mathcal{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$$

illetve hallgatókra (s mint *students*):

$$\mathcal{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}.$$

A párosítás alapvetően a másik részhalmaz elemeivel történik, de megengedjük, hogy egyes résztvevők ne kerüljenek párosításra, ezt pedig technikailag úgy kezeljük, mintha önmagával került volna párosításra.

A felvételi esetében a jelentkezők jellemzően nem egy iskolába, hanem középiskola esetén valamely iskola valamely tagozatára jelentkeznek a felsőoktatási felvételi esetén pedig figyelembe kell venni a munkarendet (nappali, levelező, vagy távoktatás) és a finanszírozási formát (állami finanszírozású, költségtérítéses) is. Az egyszerűség kedvéért és a szakirodalomhoz igazodva

diákokról, hallgatókról illetve iskolákról, intézményekről beszélünk, a pontos megfogalmazást csak akkor vesszük elő, ha erre kifejezetten szükség lesz.

A hallgatók az iskolákkal, az iskolák a hallgatókkal kapcsolatban rendelkeznek preferenciákkal. A preferenciák kifejezik, hogy milyen sorrendben, kikkel szeretnének párt alkotni.

Gale és Shapley (1962) házassági modellt vizsgált, ahol a párosítás résztvevői nők, illetve férfiak. Ebben az esetben a párosítás természetesen értelmezhető: a preferenciák az ellenkező nem képviselőire vonatkoznak a párosítás eredménye pedig néhány pár és néhány „szingli” lesz. Iskolaválasztási modellünkben annyiban bonyolódik a helyzet, hogy egy iskola jellemzően több hallgatót is felvesz, azaz a „pár” valójában egy iskolából és sok hallgatóból fog állni. Ebben az esetben az iskolák további jellemzője, hogy hány hallgatót tudnak felvenni, azaz feltételezzük, hogy a C iskola legfeljebb q_C hallgatót vehet fel. q_C -t az iskola (felső) kvótájának nevezzük. A felsőoktatási felvételiéről szóló részben felmerül, hogy az iskolák, gazdaságossági okokból a felső mellett alsó kvótát is megfogalmaznak, ezt \bar{q} illetve \underline{q} jelöli. Egyelőre feltételezzük, hogy nincsenek alsó kvóták.

Most már majdnem minden készen áll a párosítás fogalom definíciójához, csak egy technikai fogalom hiányzik: Egy adott X halmaz elemeinek *rendezetlen családja* alatt X elemeinek olyan gyűjteményét értjük, ahol megengedjük az ismétlődést is.

2.1. Definíció (Párosítás). *A μ párosítás egy olyan függvény, mely a résztvevők $C \cup S$ halmazának elemeihez a résztvevők $C \cup S$ halmazának rendezetlen családait rendeli, mégpedig úgy, hogy az alábbi feltételek mind teljesüljenek:*

- 1. az $s \in S$ hallgatóra $|\mu(s)| = 1$, és $\mu(s) = s$, vagy $\mu(s) \in C$, azaz minden hallgatót pontosan egy iskolához, vagy önmagához rendeli*
- 2. a $C \in C$ iskolára $|\mu(C)| = q_C$, azaz minden iskolához egy olyan családot rendelünk, melynek kardinalitása pontosan az iskola kvótájával egyezik.*
- 3. ha a $C \in C$ iskolára a $\mu(C)$ családnak r eleme hallgató ($|\mu(C) \cap S| = r$), akkor a maradék $q_C - r$ helyet önmagával, C -vel tölti fel.*

4. ha a $C \in \mathcal{C}$ és $s \in \mathcal{S}$ akkor $\mu(s) = C \Leftrightarrow \mu(C)$ azaz az s hallgató akkor, és csak akkor megy a C iskolába, ha s a C által felvettek családjába tartozik, azaz a párosítás kölcsönös.

A párosításokat grafikusán is ábrázolhatjuk:

$$m_1 = \begin{array}{cccc} & C_1 & C_2 & s_4 \\ s_1 & s_2 & C_1 & C_1 \\ & & s_3 & s_4 \end{array}$$

A fenti párosítás azt jelenti, hogy $q^{C_1} = 4$, ebből 2 helyet töltött fel hallgatókkal, C_2 csak egy hellyel rendelkezett, de ezt sikeresen fel is töltötte, míg s_4 felvételije sikertelen volt. Itt rögtön felmerül a kérdés, hogy s_4 miért foglalja el C_1 valamely szabad helyét: nos, vagy s_4 elfogadhatatlan C_1 számára, vagy C_1 elfogadhatatlan s_4 számára (legalábbis a megadott preferenciáikból ez derült ki), vagy a párosítás nem stabil. A következő szakaszokban rá is térünk a preferenciák jellemzőire, illetve a stabilitás fogalmára.

2.2. Preferenciák

Feltételeztük, hogy a hallgatók az iskolákat, az iskolák pedig a hallgatókat *rangsorolják*. Feltételezzük továbbá, hogy a preferenciák kifejezhetők egy rangsorral (ahol esetleg megengedünk gyenge rendezést is), így egyszerű felsorolással írjuk le a preferenciákat. Ebben a felsorolásban rögtön elhagyhatunk minden elfogadhatatlan partnert, ezzel is egyszerűsítve a jelölést. Így például $P(C_1) = s_1, s_2$, illetve $P(s_2) = C_3, C_1, C_2$. Konkrét összehasonlításban $C_i >_s C_j$, ha az s diák preferálja a C_i iskolát a C_j -vel szemben. Az s_i hallgató elfogadható a C iskola számára ha $s_i \geq_C C$ (ahol megengedtük az egyenlőséget, vagyis az indifferenciát is).

Az egy-az-egyhez párosítási modellben a párosítások közti preferenciák kérdésén hamar áteshetünk: minden résztvevő a hozzárendelt párja alapján rangsorolja a párosításokat, tehát ha $\mu_1(x) >_x \mu_2(x)$, akkor (és csak akkor) $\mu_1 >_x \mu_2$ (ahol $x \in \mathcal{S} \cup \mathcal{C}$). Ez a gondolatmenet tökéletesen illik itt is a diákokra, azonban az iskolákat itt nem diákokkal, hanem diákok *csoportjaival* párosítjuk. A fenti feltételezés tehát meglehetősen erős és csak fogékony preferenciák mellett teljesül, illetve, ha a hallgatók egymás helyettesítői.

Jelölje $P^\#(C)$ a C iskola csoportokra vonatkozó preferenciáit.

2.2. Definíció. A hallgatók részhalmazain értelmezett $P^\#(C)$ reláció fogékony (az egyéni hallgatókra definiált $P(C)$ preferenciákra), ha

$$\mu(C) \cup \{s'\} \setminus \{s\} >_C \mu(C) \Leftrightarrow s' >_C s,$$

ahol, értelemszerűen az első preferencia-reláció $P^\#(C)$ -re, az utóbbi $P(C)$ -re vonatkozik.

Bár a fogékonyság némileg korlátok közé szorítja a $P^\#(C)$ reláció lehetséges változatait, nem határozza meg például az iskola rangsorában első és negyedik, illetve második és harmadik helyen levő hallgatók által alkotott halmazok rangsorát. Fordítva viszont egyértelmű a kapcsolat: $P^\#(C)$ egyértelműen meghatározza a $P(C)$ preferencia-relációt (hiszen $P^\#(C)$ -t definiáljuk az egy hallgatóból álló csoportokra is).

A továbbiakban elegendő lesz ennek a tulajdonságnak egy gyengébb változata is. Tegyük fel, hogy a C iskolába a hallgatók S halmaza adott be jelentkezést és, hogy a jelentkezők közül C a $Ch_C(S)$ részhalmazt választja.

2.3. Definíció. (Roth és Oliveira Sotomayor, 1990) A C iskola preferenciáiban teljesítik a helyettesíthetőség feltételét, ha a jelentkezők bármely S csoportjára teljesül, hogy ha $s, s' \in S$, $s \in Ch_C(S)$, akkor $s \in Ch_C(S \setminus \{s'\})$, azaz ha s felvételt nyert S -ből, akkor kevesebb jelentkező esetén is felvételt nyer.

2.3. Stabilitás

Keveset ér egy mechanizmus, ha a kapott párosításnál a résztvevők maguk is tudnak jobbat csinálni. Mindenek előtt természetes az az elvárás, hogy egy jelentkezőt ne soroljon az algoritmus egy olyan iskolába, ahova nem is akar menni. Hasonló módon egyik iskola se kapjon olyan hallgatót, akit semmiképpen nem akar tanítani. Magyarul a felvételhez a felek kölcsönös beleegyezése szükséges, így nem számíthatunk olyan párosításokra, ahol $\mu(s) = C$ és vagy az s hallgató elfogadhatatlan a C iskola, vagy a C iskola az s hallgató számára. Ellenkező esetben az elégedetlen résztvevő blokkolhatja a párosítást. Az ilyen blokkoktól mentes párosításokat *egyéniileg racionálisnak* nevezzük.

Hasonlóan, a C iskola és az s hallgató együttesen blokkolhatja az adott μ párosítást, ha $\mu(s) \neq C$ és mindkettő preferálja a másikat (az egyik) jelenlegi párjával szemben, azaz $C \succ_s \mu(s)$ és létezik olyan $\sigma \in \mu(C)$, melyre $s \succ_C \sigma$; itt σ lehet hallgató, vagy maga C , azaz egy üres hely.

2.4. Definíció (Stabil párosítás). *Egy párosítás stabil, ha egyénileg racionális, és semelyik hallgató-iskola páros nem blokkolja.*

Ahogy megengedhetjük, hogy egy pár blokkolja a párosítást, elvileg a résztvevők tetszőleges csoportja is blokkolhatná. Egy μ párosítás *csoportosan instabil*, avagy egy *koalíció blokkolja*, ha létezik egy A koalíció, és egy μ' párosítás, hogy minden egyes $s \in A$ hallgatóra és minden egyes $C \in A$ iskolára

- $\mu'(s) \in A$, tehát az érintett hallgatók az érintett iskolák valamelyikével lesznek összepárosítva,
- $\mu'(s) \succ_s \mu(s)$, tehát az új párosítást preferálják,
- ha $\sigma \in \mu'(C)$, akkor $\sigma \in A \cup \mu(C)$, tehát C új hallgatókat csak A -ból meríthet
- $\mu'(C) \succ_C \mu(C)$, tehát az érintett iskolák is az új párosítást preferálják,

vagyis, ha minden, a változásban érintett hallgató és iskola az új párosítást preferálja.

2.5. Definíció. *Egy párosítás csoportosan stabil, ha nem blokkolja semmilyen koalíció.*

Könnyű belátni, hogy egy ilyen blokk felbontható egy-egy iskolából és hozzájuk tartozó hallgatókból álló kisebb blokkokra, majd ezek még kisebb, egy iskolából és egy hallgatóból állókra:

2.6. Tétel. *Egy párosítás pontosan akkor stabil, ha csoportosan stabil.*

2.7. Tétel. *(Gale és Shapley, 1962) Fogékony preferenciák esetén minden társkereső piacnak van stabil párosítása.*

Gale és Shapley (1962) az egy-az-egyhez párosítások esetére a késleltetett elfogadási algoritmus segítségével igazolták stabil párosítások létezését. Az algoritmus és az eredmény is kiterjeszhető a sok-az-egyhez párosításokra. Mivel ez relevánsabb a tárgyalt párosításokra, (Roth, 2008, alapján) ezt az algoritmust közöljük az A.2 mellékletben.

A stabil párosítás általában nem egyértelmű, azaz több stabil párosítás is létezhet. Két különböző párosítás természetesen nem egyformán kedvező minden résztvevő számára. Ennél többet is mondhatunk: ha egy stabil párosítás gyengén jobb minden hallgató számára, akkor gyengén rosszabb minden iskola számára és fordítva. Létezik továbbá egy *hallgató-optimalis* és hasonlóan egy *iskola-optimalis* párosítás (Knuth, 1976).

Ugyan több stabil párosítás is létezhet, Roth (1984) igazolta a következő tételt:

2.8. Tétel. *Az felvett hallgatók és a betöltött férőhelyek minden stabil párosítás esetén ugyanazok.*

2.9. Tétel. *(Roth, 1986) Ahhoz az iskolához, amely valamelyik stabil párosítás esetén nem tudja minden üresedését feltölteni, minden stabil párosítás pontosan ugyanezeket a medikusokat fogja hozzárendelni.*

2.4. Összintesség és taktikázás

Egy párosítási mechanizmus a megadott preferenciák alapján készíti el a párosítást. Ugyanakkor a megadott és a valós preferenciák nem feltétlen egyeznek.

Példaként felhozhatjuk a híres-hírhedt bostoni algoritmust (lásd az A.3 mellékletben), vagy a Németországban használt prioritás-alapú párosítási mechanizmust (Braun, Dwenger, és Kübler, 2010). Ezekre az algoritmusokra az a jellemző, hogy akinek nem sikerül az első helyen megjelölt intézménybe bejutnia, az csak valamely népszerűtlen iskolába tud bekerülni. Fontos tehát, hogy az első helyen olyan iskolát jelöljenek meg, ahova jók a felvételi esélyek. Ha tehát a legjobbnak tartott iskolába a bejutás esélyei kicsik, akkor ahelyett, hogy hova *szeretne*, a jelentkezőnek azt kell megjelölnie, hogy hova *tud* jó eséllyel menni.

Mint már bevezetőnkben említettük, manipulálható párosítási mechanizmusok alkalmazása esetén egyes iskolai helyeket az igazán rátermettek helyett ügyes, vagy szerencsés taktikusok szerezhetnek meg. Bár a naív jelentkező igencsak pórul járhat egy bostoni típusú mechanizmusban, nem könnyű megmondani, mi a jó taktika. Egy egész iparág épülhet arra (Ergin és Sönmez, 2006), hogy a hallgatókat a választásban segítse. Ha minden jelentkező konzervatív módon választja ki jelentkezéseit és inkább a valós esélyeinél kicsit gyengébb iskolát választ, akkor előfordulhat, hogy éppen a legjobb iskolákban lesz kevés jelentkező, tehát ebben az esetben éppen oda lett volna érdemes jelentkezni és ez a megfigyelés a következő évben súlyos túljelentkezéshez vezethet.

Vizsgálatunkat kiterjesztve a hallgatók taktikai megfontolásaira is, egy kétlépcsős játékot kell elképzelnünk: első lépésként a hallgatók, illetve az iskolák választanak egy preferenciasorrendet, majd az algoritmus ezen deklarált preferenciasorok alapján határozza meg a párosítást. A párosítási probléma megoldásakor visszafelé érvelünk: ha adott a párosító algoritmus, bármely preferencia-profilra meghatározza a párosítást, a párosításokra vonatkozó preferenciák alapján meghatározhatjuk, hogy egy hallgató a többiek adott preferencia-profiljára milyen legjobb választ adhat. Az egészet egy nonkooperatív játékként értelmezve, a játék Nash-egyensúlyait keressük.

Célunk nem az, hogy megmutassuk egy tetszőleges mechanizmusra, hogy milyen preferenciákat célszerű megadni, hanem azt vizsgáljuk, hogy milyen mechanizmusok esetén célszerű megadni a valós preferenciákat. Sajnos ezzel kapcsolatban jó hírekkel nem szolgálhatunk.

2.10. Tétel (Lehetetlenségi tétel). *(Roth, 1982) Nincs olyan stabil párosító mechanizmus, melyben a valós preferenciák felfedése domináns stratégia.*

Ezt (Alcalde és Barbera, 1994) tovább erősítette:

2.11. Tétel. *(Alcalde és Barbera, 1994) Nincs olyan Pareto-optimális és egyénileg racionális párosító mechanizmus, melyben a valós preferenciák felfedése domináns stratégia.*

Mivel sok olyan alkalmazás létezik, ahol csak az egyik oldal stratégiai, érdekes azokat az eseteket is vizsgálni, ahol csak az egyik oldal stratégiai viselkedése kérdéses. A következő tételt is bizonyítás nélkül közöljük.

2.12. Tétel. *(Dubins és Freedman, 1981) A hallgató-optimális stabil párosítást eredményező mechanizmusban a hallgatók számára domináns stratégia a valódi preferenciáik felfedése.*

A tétel nem mond semmit az iskolák viselkedéséről, de mivel a stabil párosításokon belül a hallgatók és iskolák érdekei ellenkeznek, joggal feltételezhetjük, hogy az iskolák szeretnének taktikázni, erre azonban ritkán van törvényi lehetőségük (Gale és Sotomayor, 1985).

2.5. Mechanizmusok és tulajdonságaik

Mint már említettük, vizsgálódásunk tárgya nem egy-egy konkrét párosítás. A párosító *mechanizmusokat* vizsgáljuk, melyek minden preferencia-profilhoz egy párosítást rendelnek. Ezek közül három ismert mechanizmust tárgyalunk – az algoritmusok leírása a mellékletben található; Kóczy (2008) egy ennél részletesebb elemzést ad.

2.5.1. A késleltetett elfogadási algoritmus

A késleltetett elfogadási, vagy más néven Gale-Shapley algoritmus (Gale és Shapley, 1962, l. A.2 melléklet) segítségével sikerült igazolni, hogy bizonyos, rendszerint teljesülő feltételek mellett mindig létezik stabil párosítás. (Az algoritmus működését Kóczy (2008) példával illusztrálja, amit most terjedelmi okokból nem idézünk.) Ezen túlmenően, ha az algoritmus során a hallgatóké a kezdeményező szerep, akkor a hallgató-optimális, ha az iskoláké, akkor az iskola-optimális párosítást kapjuk. Léteznek köztes megoldások is, mint például Klaus és Klijn (2006a,b) medián párosítás módszere, illetve Kominers (2009) mutat be egy algoritmust, amivel az összes stabil párosítást előállíthatjuk. Számunkra most mégis a szélsőséges esetek érdekesek, hiszen a 2.12 tétel alapján a hallgató-optimális stabil párosítást eredményező mechanizmusban a hallgatók felfedik valós preferenciáikat. Mivel az iskolák gyakran törvény szerint nem taktikázhat-

nak, ha a hallgatók a kezdeményezők, egyszerre teljesülhet a stabilitás és az őszinteség. Ez nagyon komoly elméleti támogatást jelent a késleltetett elfogadási algoritmus számára.

Az elméleti sikerek mellett az algoritmus népszerűségét tovább növelte az az észrevétel, hogy az Egyesült Államok rezidensképzésére való felvételt bonyolító rendkívül sikeres algoritmus (NRMP, A.1 melléklet) ekvivalens az (iskola-optimális) késleltetett elfogadási algoritmus-sal. Bár a központi párosításban való részvétel önkéntes, a részvétel igen magas volt egészen a közelmúltig, amióta megszorodott a végző orvos házaspárok száma. Sajnos párok elhelyezése egy lényegesen összetettebb feladat.

Az elméleti és gyakorlati támogatásnak köszönhetően több helyen is sikerült felvételi központok döntéshozóit rábírní arra, hogy elhagyva a korábbi párosító mechanizmust, térjenek át a késleltetett elfogadási algoritmusok alkalmazására.

2.5.2. A bostoni algoritmus

A bostoni algoritmus (A.3 melléklet) fontos jellemzője, hogy igazán jó és népszerű iskolát első helyen megjelölni igen veszélyes, hiszen a sok jelentkező közül kevés kerül felvételre, és mire a második helyen megjelölt jelentkezésre kerülne a sor, itt már elfogytak a szabad helyek (Glazerman és Meyer, 1994). Így a naív jelentkező valamely maradék helyre kerül besorolásra, preferenciáitól függetlenül. Az, hogy Bostonban a jelentkezők nagy része az első helyen megjelölt iskolába került felvételre (Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth, és Sönmez, 2006) teljesen természetes, hiszen az algoritmus pontosan ezt teszi: minél nagyobb arányban próbálja a jelentkezőket az első helyen megjelölt iskolába juttatni. Taktikázásra nyilvánvalóan szükség van: egyensúlyi helyzetben minden jelentkező a késleltetett elfogadási algoritmus által meghatározott iskoláját adja meg, és valóban az első helyen megjelölt intézménybe kerül felvételre (Ergin és Sönmez, 2006; Chen és Sönmez, 2006). Így a bostoni algoritmus is képes ugyanazon párosítás előállítására (a valós preferenciák szerint), de a taktikázás nagyfokú tájékozottságot igényel.

A szakirodalom a bostoni algoritmust a hozzá nem értés szimbólumaként, a nyilvánvalóan laikusok által fabrikált durva és könyörtelen szabályként kezelte. Míg a késleltetett elfogadási algoritmus sikert sikerre halmozott, a bostoni algoritmus kapcsán inkább a problémák jutottak

el a szakirodalomba, különös tekintettel az érvényesüléshez szükséges taktikázás vagy manipuláció terhére (Glazerman és Meyer, 1994; Ergin és Sönmez, 2006; Chen és Sönmez, 2006). Nem meglepő, hogy csak az Egyesült Államokban több, tudományos szempontból nehezen indokolható felvételi rendszert alkalmazó város/régió áttért a késleltetett elfogadási algoritmus alkalmazására. Közöttük például élen járt Boston, ahol Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth, és Sönmez (2005); Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth, és Sönmez (2006) javaslatára váltottak erre a mechanizmusra.

Az elmúlt időszakban megtörni látszik a késleltetett elfogadási algoritmus sikersorozata, megállt a terjeszkedés sőt, Seattle-ben, visszatértek egy bostoni típusú algoritmushoz (Kóczy, 2009c). A lanyguló alkalmazásbeli sikerek mellett bizonyos elméleti eredmények is megjelentek, melyek rámutatnak, hogy azok a feltételek, amelyeket a késleltetett elfogadási algoritmus felsőbbrendűségét igazoló tételekben szinte kimondatlanul használunk, a gyakorlati alkalmazásokban ritkán, de legalábbis nem mindig teljesülnek. Abdulkadiroğlu, Che, és Yasuda (2009, 2010) teljesen új megközelítésben írnak a bostoni algoritmusról. Egyrészt leírják, hogy a bostoniról a késleltetett elfogadási algoritmusra való átállást nem minden szülő támogatta, sokan szerették a bostoni algoritmusban, hogy egy (közepes) iskola első helyen való megjelölése valóban választást jelentett és szerették, hogy az értelmes választás teljesült is, míg a késleltetett elfogadási algoritmus esetében szinte lehetetlen megjósolni, hogy melyik iskolába kerül végül a gyerek. Egyúttal igazolták, hogy kardinális preferenciák esetén a bostoni algoritmus jóléti szempontból jobb is lehet, mint a késleltetett elfogadási algoritmus.

3. fejezet

A középiskolai felvételi

A magyarországi középiskolai felvételit egységesen szabályozza a 11/1994. (VI. 8.) MKM rendelet 8. számú melléklete. Ez a rendelet nagy vonalakban meghatározza az alkalmazandó párosítási algoritmust is – sajnos pontatlanul. A jogszabályi algoritmus a késleltetett elfogadási algoritmus és a bostoni algoritmus elegye, több szempontból inkább az utóbbira hasonlít (Kóczy, 2009c,a). Mivel a ténylegesen alkalmazott algoritmus (Kóczy, 2009b) a hallgató-optimális késleltetett algoritmus vegytiszta alkalmazása, mégis arra kell gondolnunk, hogy itt előbb volt az algoritmus és utána a pontatlan jogszabály.

A továbbiakban röviden áttekintjük a vonatkozó rendeletet, az alkalmazott algoritmust és tulajdonságait, illetve jobbító javaslatokat fogalmazzunk meg.

3.1. A törvény

A rendelet 7.6. pontja fogalmazza meg a tulajdonképpeni párosítási algoritmust. Ezt az alábbiakban összegezzük:

1. A jelentkezők megfogalmazzák preferenciáikat, majd ennek alapján tetszőleges számú iskolát (szakot, stb.) rangsorolva beadják jelentkezésüket.
2. Az egyes iskolák rangsorolják az oda jelentkezett tanulókat.

3. Az iskolák megnevezik azokat a tanulókat, akiknek a jelentkezését elfogadják.
4. A hivatal minden tanuló esetében csak az általa preferált, elfogadott jelentkezést őrzi meg, *a többit törli.*
5. Ezek után minden iskola csak a felvételi keretszámig tarthatja meg az általa elfogadott és az előző lépésben nem törölt jelentkezéseket.
6. A felvétel nélkül maradt iskolaköteles tanulók a körzeti középiskolába nyernek felvételt.

Hogy az algoritmus viselkedése világossá váljék, vegyük az alábbi példát (Kóczy, 2009a).

1. Példa. Vegyünk egy k -k iskolából, illetve jelentkezőből álló problémát a következő preferenciákkal:

$$P(C_1) = \dots = P(C_k) = s_1, s_2, s_3, \dots, s_k \quad (3.1.1)$$

$$P(s_1) = \dots = P(s_k) = C_1, C_2, \dots, C_k. \quad (3.1.2)$$

Tegyük fel, hogy C_k a körzeti iskola, valamint, hogy az iskolák kvótája $q^{C_1} = q^{C_2} = \dots = q^{C_{k-1}} = 1$, $q^{C_k} = k$ (azaz C_k mindenkit felvehet).

Mivel alapvetően jó tanulókról van szó, minden iskola számára elfogadhatóakról, így a 4. lépésben minden hallgató esetében csak a legjobb elfogadható, azaz a C_1 -be való jelentkezés marad meg. Mivel itt a maximálisan felvehető létszám 1 fő, csak s_1 kerülhet felvételre, míg a többi jelentkező elutasításra kerül. Ők a körzeti, általuk leggyengébbnek ítélt iskolába kerülnek felvételre.

$$\mu_1 = \begin{array}{cccccc} C_1 & C_2 & \dots & C_{k-1} & & C_k \\ s_1 & C_2 & \dots & C_{k-1} & s_2, s_3, \dots, s_k & \end{array}$$

A párosítás nyilvánvalóan nem stabil. Az is világos, hogy s_2 jobban járt volna a $P(s_2) = C_2, \dots, C_k$ preferenciaprofil megadásával, azaz e mellett az algoritmus mellett érdemes taktikázni.

3.2. A gyakorlat

A középiskolai felvételi központi párosítási algoritmus szinte egy az egyben követi a Gale-Shapley, azaz késleltetett elfogadási algoritmust (Gale és Shapley, 1962), illetve annak közvetlen általánosítása a sok-az-egyhez párosításokra (A.2. melléklet).

A késleltetett elfogadási algoritmusból következően a kapott párosítás stabil. Mivel jelen esetben tanuló-optimalis késleltetett elfogadási algoritusról van szó, ezért a párosítás stabil, hatékony, továbbá a jelentkezők számára domináns stratégia a valós preferenciák felfedése.

Visszatérve a fenti példára, a Gale-Shapley algoritmus alkalmazása esetén a μ_2 stabil párosítást kapjuk:

$$\mu_2 = \begin{array}{cccccc} C_1 & C_2 & \dots & C_{k-1} & C_k & \\ s_1 & s_2 & \dots & s_{k-1} & s_k, \underbrace{C_k, \dots, C_k}_{k-1} & \end{array}$$

3.3. Elemzés és javaslatok

Most, hogy összegeztük eredményeinket az alkalmazott algoritmus és ennek törvényi háttere kapcsán, felmerül a kérdés, hogy vannak-e pontok, ahol a felvételi folyamat előnyére változhatna.

3.3.1. Algoritmus

Az első kérdés, hogy maga az alkalmazott algoritmus megfelelően látja-e el feladatát. A párosítások elméletével foglalkozó kutatók nagy többsége egyetért abban, hogy a hallgató-optimalis késleltetett elfogadási algoritmus a legalkalmasabb a felvételi lebonyolítására. Bár bemutatunk bizonyos elméleti és szimulációs eredményeket (Kóczy, 2009a; Abdulkadiroğlu, Che, és Yasuda, 2009), melyek arra utalnak, hogy bizonyos speciális feltételek teljesülése esetén és bizonyos tulajdonságok szempontjából a bostoni algoritmus (lényegében a régi felvételi mechanizmus) is megfontolandó lenne. Ugyanakkor, ahogy Abdulkadiroğlu, Che, és Yasuda (2010) is kimondja, hogy nincs elegendő indok az áttérésre.

Ezzel együtt érdekes lenne megvizsgálni, teljesülnek-e az előbb említett speciális feltételek: az iskolák indifferensek a jelentkezők között, illetve, hogy a jelentkezők erősen korreláló szigorú preferenciákkal rendelkeznek az iskolákkal kapcsolatban. Sejtésünk az, hogy az iskolák által meghatározott felvételi pontszámok és az általuk kialakított felvételi sorrendek jelentős részben önkényesek, a felvehető/nem felvehető dichotómián túl az iskolák többsége nem rendelkezik egy pontos felvételi sorrenddel. Sajnos ezt a sejtést igazolni, vagy cáfolni nehéz. A jelentkezők deklarált preferenciái szigorúak, korrelációjuk fokát egyéni jelentkezési adatok alapján lehetne megvizsgálni.

3.3.2. Jogszabály

Mint már rávilágítottunk, az alkalmazott és a jogszabályban rögzített algoritmus több ponton is eltér. Ez mindenképpen egy szerencsétlen helyzet és célszerűnek tűnik a jogszabály módosítása, tekintve a gyakorlatban használt algoritmus kedvező tulajdonságait. Az alábbi javaslat az eredeti jogszabályi szöveg kismértékű módosításával készült.

7.6.1.a A hivatal a felvételi jegyzékek alapján megállapítja, hogy melyik iskola kinek a jelentkezését fogadta el. **A hivatal az el nem fogadott jelentkezéseket törli a tanulói adatlapokról.** Ha ugyanannak a jelentkezőnek több felvételi kérelmét is elfogadták, a hivatal a tanulói adatlap alapján megállapítja, hogy melyik kapta a tanulói adatlapon a legkisebb sorszámot, és azt hagyja rajta a jelentkezést elfogadó iskola felvételi jegyzékén, a többi elfogadott jelentkezés adatait pedig **átmenetileg** törli a felvételi jegyzékről. **A törlés a jelentkező nevének oly módon történő áthúzásával történik, hogy ezáltal a tanulói azonosító adatok olvashatók maradjanak.**

7.6.2. A felvételi jegyzéken legfeljebb annyi jelentkező maradhat, ahány tanulót az iskola az általa közölt adatok szerint fel tud venni. Ha a rangsorolt jelentkezők száma, a jegyzék felülvizsgálata után meghaladja az iskola által közölt felvehető tanulói létszámot, a hivatal a létszám fölötti jelentkezők adatait **véglegesen** törli a jegyzékről, **és a jelentkezést véglegesen törli a tanulói adatlapról.** A hivatal a jegyzéken maradókat a következők

szerint állapítja meg: a legalacsonyabb sorszámból kiindulva, minden esetben a következő legalacsonyabb sorszámra lép mindaddig, ameddig a megmaradók száma el nem éri az iskola által megjelölt létszámot.

7.6.3. Ha van olyan jelentkező, akinek van nem törölt jelentkezése, de nem szerepel egyik iskola felvételi jegyzékén sem, a felvételi jegyzékeket újra egyeztetni kell. Az egyeztetés az eredeti felvételi jegyzékek, a végleges törlésekkel módosított tanulói adatlapok és a 7.6.1 és 7.6.2. pontok alapján történik.

7.6.4. A hivatal visszaküldi a tanulói adatlap alapján egyeztetett felvételi jegyzéket a felvételt hirdető közép fokú iskolának.

4. fejezet

A felsőoktatási felvételi

A felsőoktatási felvételi rendjéről a többször módosított 2005. évi CXXXIX. törvény (T) harmadik részének első „A hallgatói jogviszony keletkezése” című fejezete, illetve a 237/2006. (IX. 27.) Kormányrendelet (KR) „a felsőoktatási intézmények felvételi eljárásáról” rendelkezik. A törvény nem magát a besorolási algoritmust írja le, hanem a párosítás elvárt tulajdonságait fogalmazza meg, nyitva hagyva a gyakorlati megvalósítás kérdését (Kóczy, 2009c). Egyrészt előírja, hogy a párosítást pontszámítás alapján és a hallgatók preferenciájának figyelembevételével kell meghatározni, másrészt megfogalmaz egy olyan optimalizálási feltételt is, mely szerint a párosításkor az államilag finanszírozott helyek lehető legjobb kihasználására kell törekedni.

Először a magát a besorolási algoritmust vizsgáljuk, majd rátérünk a felvételire való jelentkezések jelenlegi rendszerének anomáliáira.

4.1. Felvételi a gyakorlatban

A jelentkezést a diák kezdeményezi, aki írásban, vagy elektronikusan rangsorolja az iskolákat, ahova jelentkezni szeretne. A rangsoron a felvételi döntés előtt, az érettségi eredménye, tehát a felvételi pontszám ismeretében még egyszer módosíthat, de új iskola nem vehető fel a listára.

A hallgatók alaphelyzetben 3 tagozatot jelölhetnek meg államilag finanszírozott és költségterítéses formában is. Így a finanszírozási formát is figyelembe véve összesen 6 tagozat

megjelölésére van lehetőség. Ha a hallgató ezen felül további tagozatokat is megjelölne, jelentkezésenként 2000-2000 Ft kiegészítő díjat kell fizetnie a 9000 Ft-os alapdíjon felül.¹

Az iskolák preferenciáit pontszámítás segítségével határozzuk meg. A jelentkező pontszáma összetett, szakonként más-más módon tanulmányi és érettségi eredménye, nyelvvizsgái, versenyeredményei és még jónéhány egyéb szempont alapján kerül meghatározásra (Kóczy, 2009b), majd az iskola a jelentkezőket pontszámuk alapján rangsorolja. Az azonos pontszámmal rendelkező hallgatók között nincs rangsorolás, de ez felesleges is, hiszen a törvény szerint ezek vagy mind felvételre, vagy mind elutasításra kerülnek.

A preferenciák mellett rögzíteni kell az iskolák által felvehető hallgatók létszámát. Az esetleges kapacitásproblémák elkerülése végett felső, gazdaságossági okokból pedig alsó kvóták kerülnek meghatározásra. Ezen túlmenően szakonként, illetve szakcsoportonként országosan is léteznek létszámkorlátok, sőt, a felvehető hallgatók listáját is szakokra, szakcsoportokra közösen, természetesen az intézményi kapacitási korlátokat figyelembe véve határozzák meg.

A felvételi párosítás – az úgynevezett besorolás – központosítottan történik. Maga a felvételi algoritmus (Kóczy, 2009b) – nagy vonalakban – hallgató-optimális stabil párosítást eredményez, de az azonos pontszámok miatt az algoritmus kicsit módosul (Biró, 2008).

1. Minden hallgató az általa első helyen megjelölt szakot választja.
2. Minden egyes szakhoz rendelünk egy ponthatárt. Ha a szakot a felvételi keretszámnál kevesebben választják, akkor a ponthatár a legalacsonyabb pontszámmal rendelkező hallgató pontszáma. Ha a szakot választók létszáma meghaladja a keretszámot, akkor azt a legalacsonyabb ponthatárt választják, melyre még igaz, hogy a ponthatár feletti jelentkezők a felvételi keretszámok alapján még mind felvehetőek. Minden más hallgató elutasításra kerül, a szóban forgó szakra való jelentkezésüket töröljük.
3. Ha az elutasított hallgatóknak van még további jelentkezése, akkor a preferált élő jelentkezést választják. Ha nincs további jelentkezésük, akkor az elutasított hallgatók nem nyernek

¹Hátrányos és halmozottan hátrányos helyzetű jelentkezők kedvezményt kapnak az alapdíjból, de a kiegészítő díjat nekik is fizetniük kell.

felvételt, a felvételi ponthatárok pedig az utolsó értéken rögzülnek.²

A vonalhúzó algoritmus alapján az Educatio Kht. javaslatot készít felvételi ponthatárokra. Az a jelentkező, aki nem éri el egy adott szak felvételi ponthatárát, nem nyert felvételt. Aki eléri, az nyerhet, de minden hallgató csak egy helyre, az összes sikeres jelentkezése közül az általa legmagasabbra sorolt szakra nyer felvételt.

Mivel nem feltétlenül ekkor a legjobb az államilag finanszírozott helyek kihasználtsága, ez a párosítás nem felel meg a rendelet előírásainak (l. Kóczy, 2009c,a, példáit).

Azonban nem csak a törvények és a gyakorlat nincs teljesen összhang: a felvételi eljárásnak is vannak olyan elemei, amelyek alapvetően befolyásolhatják a besorolási mechanizmus tulajdonságait. Ezeket a részben hazai specialitásokat már külön tárgyaltuk (Kóczy, 2009b,a), itt az eredményeknek csak egy rövid áttekintését adjuk.

4.1.1. Jelentkezési korlátok

A felsőoktatási felvételi esetében fizetni kell az őszinteségért: Ha ugyanis egy jelentkező háromnál több iskolában is el tudná képzelni magát, a negyedik és minden további jelentkezésért pótdíjat kell fizetnie a felvételi alapdíján túl. Bár tetszőleges számú jelentkezés megadható, felesleges egy várhatóan sikertelen jelentkezésért pótdíjat fizetni. Ez azt jelenti, hogy sok jelentkező nem a legjobb iskolákat fogja első helyen megjelölni. Bár a kérdés további vizsgálatot kíván, sejtésünk az, hogy olyan jelentkezések is elmaradnak, ahol a siker esélye nem nulla, de elenyésző, vagy kicsi. Mivel a felvételi tétje igen nagy, a viszonylag alacsony pótdíj egy egyszeri alkalommal kifizethető költségnek tűnik, a lehető legjobb felvételi érdekében, ugyanakkor a pótdíj már nem olyan alacsony, ha a jelentkező 25-30 iskolát jelölne be. A pótdíj visszatartó hatását bizonyítja az is, hogy 2008-ban, amikor a felvételi időpontjában még úgy tűnt, hogy minden hallgatónak kell képzési hozzájárulást fizetnie, az anyagilag legrosszabb helyzetben levő hallgatók távol maradtak a felvételtől. Ha a további jelentkezésekért fizetendő díj visszatartó erő, akkor az ilyen érzékeny hallgatók távolmaradása látványosan befolyásolhatja a leadott jelentkezések

²Előfordulhat, hogy egy szakra egyáltalán nem érkezik jelentkezés – itt a ponthatár tetszőlegesen választható meg.

eloszlását. És valóban azt találjuk (Kóczy, 2009a), hogy ebben az évben szignifikánsan magasabb a jelentkezések átlagos száma: Ebben az évben kevesebben jelentkeztek a felsőoktatásba, de ez a hiány a 4-nél több helyre jelentkezőknél mutatkozik. A teljesség kedvéért meg kell jegyeznünk, hogy a jelentkezők kb. 30%-a még a jelentkezés alapidija mellett megengedett három lehetőséget sem használja ki. Ennek aligha oka az, hogy az jelentkezők legfeljebb 2 elfogadható szakot találtak, valószínűbb, hogy nem igazán voltak tisztában a jelentkezés szabályaival, a besorolás menetével.

Összességében azt mondhatjuk, hogy bár megadható jelentkezésekre nem vonatkozik merev korlát, a fizetendő díj *puha korlátként* viselkedik. Ilyen feltételek mellett egy közepes eséllyel nekifutó jelentkezőnek nincs igazán értelme a legjobb iskolákat felsorolnia. Haeringer és Klijn (2009) kimondja, hogy amennyiben a jelentkezések száma kevesebb, mint a jelentkező által elfogadható szakoké, akkor ezek valamely részalmazát kell megadni, még hozzá a valós preferencia-sorrendben. Ez egy dominálatlan stratégia, vagyis nincs másik, amely minden helyzetben legalább ilyen jól teljesít. Megállapítható továbbá, hogy ha korlátozzuk a hallgatónként leadható jelentkezések számát, akkor a preferencia-megadási játék Nash egyensúlya a hallgató-optimalis stabil párosítást adja (Haeringer és Klijn, 2009; Ergin és Sönmez, 2006). Sajnos ennél többet nem segíthetünk a jelentkezőknek: a helyes jelentkezési stratégia meghatározása hihetetlenül sok információt igényel, a korábban leírt problémák mind felmerülhetnek. Így előállhat, hogy egy nagyon nehezen elérhető helyre kevés jelentkezés érkezik, vagy, hogy egy második vonalbeli iskola időnként nagyon sok, máskor kevés jelentkezést kap.

4.1.2. Felvételi korlátok

Az egy iskola által felvehető hallgatók számát két szempont is behatárolja: egyrészt az iskola kapacitása ad egy felső korlátot, másrészt a gazdaságossági szempontok alapján meghatározásra kerül egy alsó korlát, a legkisebb felvett létszám, amely mellett a szak elindul.

A felső korlát meghatározásánál természetes, hogy egy-egy iskola kapacitását figyelembe kell venni, ugyanakkor szakonként országosan is léteznek kvóták: a kormányzat így tudja biztosítani, hogy az oktatásra költött források célszerűen, arányosan kerülnek felhasználásra és nem

képeznek például feleslegesen sok fizikatanárt. Így előfordulhat, hogy egy-egy iskola kapacitása nem kerül feltöltésre, amennyiben az országos keret kimerül. Bár a gyakorlatban léteznek összesített keretszámok, az intézmények összes szakára együttesen is, a párosítás során ezek szerepe csekély, hiszen az összkapacitás a szakokra számolt kapacitások egyszerű összegzésével kerül kiszámításra, magyarul korlátozó ereje nincsen.

A jelenleg használatos, saját terminológiánkban (Kóczy, 2009b) hierarchikus keretszámok az algoritmussal összeegyeztethetők, a kapott párosítás tulajdonságait lényegében nem befolyásolják. Ennél nagyobb probléma az intézmények szemszögéből az egyes keretszámok meghatározása, különösen, ha az intézmény több szakot is oktat. Az iskolának ugyanis mindenképpen érdeke, hogy a képzési kapacitását minél jobban kihasználja – ez a magyarországi finanszírozási rendszernek köszönhető, ahol a költségek a felvett hallgatók számától alig, míg a bevételek ezzel lényegében arányosan (vagy lineárisan) nőnek. Az iskolát jelentős anyagi kár érheti, ha például két szak közül az egyikre a vártnál kevesebben, míg a másira többen jelentkeznek, hiszen így csak az egyik létszámot tudja feltölteni, míg a másik szak esetében fölös oktatási kapacitás marad. Ha például a kar kapacitása 100 fő, és ezt két szak között 50-50 arányban osztják el, majd ezek után 30, illetve 80 jelentkezőből 30 illetve 50 hallgató vehető fel, ami 20 fős üres kapacitást hagy. Ez a felvételi keretszámok utólagos módosításával korrigálható, és bár ehhez az eszközhöz csak nagyon speciális és indokolt esetben szabadna hozzányúlni, a gyakorlatban a besorolás előzetes eredményének ismeretében hosszú ideig folyik az alkudozás az intézmények és az Educatio Kht. között.

4.1.3. Alsó kvóták

Egy szak csak akkor indul el, ha a felvett hallgatók száma eléri a legkisebb induló létszámot, azaz alsó kvótát. Ha egy szak nem indul, akkor az oda leadott jelentkezések semmisnek tekintendők, de ennek ellenére a befizetett jelentkezési díj nem kerül visszatérítésre, illetve a jelentkezőnek nincs lehetősége helyette új szakot megneveznie. Így kockázatos olyan szakot megjelölni, amely például az előző évben nem indult. Az ilyen szakok szerencséjére az előző évre vonatkozó adatok nem állnak a jelentkezők rendelkezésére.

Mielőtt rátérnénk a probléma részleteire, megjegyezzük, hogy bár több stabil párosítás is létezhet, a 2.8 tétel alapján minden esetben pontosan ugyanannyi jelentkező kerül a kérdéses iskolához, így egy másik stabil párosítás esetén sem tud a szak elindulni. Biró és Fleiner (2008) igazolta, hogy

4.1. Tétel. *Az olyan felvételi problémáknak, ahol megengedünk minimális induló létszámot is nem mindig van stabil párosítása.*

Azt is igazolták továbbá, hogy már a stabil párosítás létezésének megállapítása is NP-komplett, azaz számítási komplexitás szempontjából nehéz probléma. A nehézség abban rejlik, hogy ha az egyik szak nem indul, akkor előfordulhat, hogy az onnét kieső jelentkezőkkel együtt már elégséges a létszám valamely másik szak indulásához. Itt tökéletesen szimmetrikus helyzetek előfordulhatnak, ilyenkor több egyformán jó megoldás is létezhet, a választás gyakran a véletlenül múlik.

Az Educatio Kht. által alkalmazott besorolási algoritmusnak ez a része részleteiben nem publikus, az elégtelen számú jelentkezővel bíró szakok a jelentkezők száma és az alsó kvóta nagysága alapján meghatározott sorrend alapján kerülnek törlésre. Tekintve, hogy a kapott párosítás nem feltétlenül stabil, mondhatjuk, hogy kifejezetten indokolt, hogy a párosítási algoritmusnak ez a része ne legyen ismert, hiszen ezáltal kevésbé támadható az eredmény.

Bár minket elsősorban a besorolási algoritmus alsó kvóták miatt fellépő nehézségei foglalkoztatnak, érdemes elgondolkodni, hogy a jelenlegi szabályozás, hogyan hat az iskolákra, hiszen a szakok indítása, illetve az alsó kvóták meghatározása is tekinthető stratégiai változónak. A jelenlegi felvételi rendszer minden jelentkezőért fejpénzt fizet a megnevezett iskolának. A törvény az okokra nem tér ki. A fejpénznek köszönhetően egy iskola akkor is (minimálisan) érdekelt egy szak meghirdetésében, ha az indításra reális esélyei nincsenek.

4.2. Javaslato

A vonalhúzó algoritmus lényegében ekvivalens a hallgató-optimalis késleltetett elfogadási algoritmussal, illetve annak némileg módosított változatával, ami kezelni tudja a pontegyezéseket.

Ennek megfelelően a besorolás alapja rendelkezik a párosítási mechanizmusok esetében vizsgált tulajdonságok közül a két legfontosabbal: stabil párosításokat eredményez, illetve mindkét fél őszinte a preferenciákat illetően. Utóbbi az iskolákra nyilvánvalóan teljesül, hiszen a pontszámítás ismert szabályok alapján történik, míg a jelentkezők esetében ezt a 2.12 tétel garantálja. Sajnos a felvételi lebonyolításában megjelenik néhány tulajdonság, ami veszélyezteti ezeket a tulajdonságokat. Az alábbiakban ezekkel a problémákkal foglalkozunk.

4.2.1. Jogi szöveg

A felsőoktatási felvételiiről rendelkező jogszöveg csak a felvételi elveit fogalmazza meg, konkrétumokat nem, vagy csak célzatosan javasol. Így kisebb a hiba lehetősége. Itt nem is fogalmazhatunk meg olyan jellegű kritikát, mint a középiskolai felvételi esetében. Tulajdonképpen a jogszöveg egyetlen pontja kifogásolható és javítható. A 25/A §(5) pontjában törlendő az „államilag támogatott,” így a cél a *hallgatói létszámkeret legteljesebb kitöltése* – így, általában, a korábbi jelzők nélkül.

A 4.1.3 szakaszban leírnunk bizonyos furcsa ösztönzőket a várhatóan nem induló szakok indítására. Ezek megszüntetésére üdvös volna a jelentkezési díjából az iskolák részére utalandó összeg eltörlése, vagy másfajta szabályozása. Az eltörlés csökkentheti a jelentkezők terheit, vagy alapot teremthet a következő szakaszban ismertetett javaslat miatt megnövekedett jelentkezések költségeinek kezelésére. Ezesetben egy iskola meghirdetéssel kapcsolatos költségei csak a felvett hallgatók esetén térülnének meg. Tulajdonképpen már az is üdvös, ha a nem induló szakokat meghirdető iskolák esetében alkalmazzák a törlést.

4.2.2. Jelentkezési korlátok

A jelentkezési korlátok feloldása talán a legkönnyebben megoldható probléma. Jelenleg három jelentkezést „fedez” a felvételi díja – elektronikus jelentkezés esetén nehezen indokolható a további jelentkezések büntetése. Ha a felvételi díja nem függ a jelentkezések számától, a probléma megoldódik, függetlenül a díj összegétől.

Ha a jelentkezők tetszőleges számú jelentkezést felsorolhatnak, ez az őszinteségen túl néhány további előnnyel kecsegtet:

1. Az elsőhelyes jelentkezések valóban jelentenek valamit. A jelenlegi rendszerben ugyanis az első hely pusztán annyit jelent, hogy a legjobb iskola, ahova a jelentkező (jó) esélyt lát a felvételre.
2. Kialakulhat egy vertikálisan erősen differenciált oktatási piac, ami nagy létszámú képzések esetén jelenthet elitképzést is, de a kevésbé magas szintű intézmények is jó járhatnak azzal, hogy a hallgatóik homogénebb csoportot alkotnak. Ez elsősorban azoknak a jó képességű, de kevesebb önbizalommal rendelkező, jellemzően kisebb városokból településekről érkező hallgatóknak kedvez, akik jelenleg a képességeiknek megfelelőnél gyengébb intézményekbe nyernek felvételt, ami lényegesen rontja az esélyeiket tehetségük kibontakoztatására.
3. Ha egy hallgató a több jelentkezés mellett is ugyanoda nyer felvételt, az azt jelenti, hogy jól választott stratégiát.
4. Ennél érdekesebb, ha nem, hiszen az mindenképpen javulást jelent. A javulás lehet egy jobb helyre való felvétel: akár azért mert a jelentkező nem rendelkezett elég önbizalommal egy jobb iskola bejelöléséhez, vagy mert a kevés jelentkezés nem ad lehetőséget a preferenciák kellően részletes kifejezésére és így az egyes megadott iskolák között nagyok az ugrások a valós preferenciák között.
5. Természetesen nem kerülhet mindenki jobb helyre, de az is pozitív fejleményként említhető, hogy ezek a jelentkezők is képességeiknek jobban megfelelő iskolába, vagy szakra nyernek felvételt.

A puha jelentkezési korlát eltörlése várhatóan megnöveli a leadott jelentkezések számát. Amennyiben az Educatio Kht. kénytelen az ezzel járó többletmunkát a jelentkezőkre áthárítani, a jelentkezés díja jelentősen emelkedhet, ami akár a jelentkezők számának a csökkenését is eredményezheti. Valószínűsíthető ugyanakkor, hogy míg a pluszjelentkezések esetében viszonylag

nagy, a jelentkezés vagy nem jelentkezés kérdésében kicsi az ár rugalmasság, tehát ez a hatás minimális.

4.2.3. Felvételi korlátok

A felső kvóták jelenleg három szinten kerülnek meghatározásra: az intézményekben az egyes szakokra, az egész intézményre, illetve országosan az egyes szakokra.

Mindhárom szintre igaz, hogy a kvóták utólagos módosításának egyik fő oka a jelentkezők pontszámának egyezése, azaz, amikor az x felvételi ponthatár esetén még sok üres hely marad, de $x + 1$ esetén a felveendő jelentkezők száma már kismértékben túllépi a felső kvótát. A spanyol rendszerben (Romero-Medina, 1998) ilyenkor kötelező a kvótát kitölteni, de ezen kívül minden további, az utolsó felvett jelentkezővel egyező pontszámú jelentkező is felvételt nyer. Ez elvben akár a felvettek létszámának lényeges növelését is jelentheti. Magyarországon ilyenkor egy kicsit megemelik a felvehető számát.

Ez az utólagos beavatkozás *automatizálható*. Elvileg tetszőleges szabály rögzíthető, mely a mechanizmus során meghatározza, hogy az éppen élő jelentkezések közül melyek kerülhetnek (átmeneti) elfogadásra, és melyek nem. Egyedül arra kell ügyelni, hogy az egyszer már elutasított jelentkező újra nem vehető fel, azaz az algoritmus során a felvételi pontszám nem csökkenhet. Ilyen szabály lehet, hogy q hallgató felvehető, speciális esetben további Δq is, amennyiben az utolsó kohort (azaz azonos pontszámú jelentkezők csoportja) nélkül kevesebb, mint q , míg a felvételével együtt legfeljebb $q + \Delta q$ hallgató kerül felvételre. Ez tulajdonképpen rögzíti a megengedett túlnyúlás mértékét. Hasonló szabály lehet, hogy ha a felvételi ponthatár x akkor q_x , ha a ponthatár $y < x$, akkor $q_y > q_x$ jelentkező vehető fel. Az ilyen típusú szabályok lehetőséget adnak arra, hogy az esetleges „módosítások” már a párosítás első lefutásakor érvényre kerüljenek és az eredmény rögtön tükrözi a módosítások hatásait is.³

A kvótákkal való játék elsődleges célja az intézményi kapacitás jobb kihasználása. A legegyszerűbb az lenne, ha ezt közvetlenül, a (nemadditív) *intézményi kvóták* aktívabb alkalmazásával

³A kvóta bővítésével több hallgató is felvehető és ezek jellemzően más iskoláktól kerülnek elvételre. Így a kvóta utólagos módosítása ott is megbolygatja a ponthatárt és így a kvóták szerepét.

oldanánk meg. Ha a 4.1.2 szakaszban tárgyalt példát vizsgáljuk, akkor rájövünk, hogy célszerűbb lenne például az intézményi 100 fős kvóta megtartása mellett szakonként 80 fős kvótát engedélyezni, mert ez biztosan garantálja a 100 fő felvételét. Tekintve, hogy szakonként már léteznek országosan meghatározott kvóták a nemadditív intézményi kvóták használata révén a kialakult kvótarendszer nem hierarchikus. A nem hierarchikus kvótarendszerekre viszont nem garantált a stabil párosítások létezése. Tekintve azonban, hogy az intézménybe felveendő, esetleg külön szakokra jelentkező hallgatók meghatározása csak abban az esetben megoldható, ha ezek a jelentkezések objektív módon összehasonlíthatóak, feltételezhetjük, hogy az intézményben közös infrastruktúra által kiszolgált rokon szakokon a pontszámítás módja ugyanaz. Mivel ugyanarra a szakra országosan is egyezik a pontszámítás módja, a tranzitivitásból következően ezen rokon szakok pontszámítása is egyezik országosan, minden intézményben, így lehetőség van arra, hogy a jelentkezéseket mind egy hosszú rangsorba rendezzük, és e mentén haladva vegyük figyelembe a felvételi korlátokat az algoritmus egyes lépéseiben.

A két javaslat együttesen is alkalmazható.

4.2.4. Alsó kvóták

Tekintve, hogy alsó kvóták esetén nem garantált a stabil párosítások létezése, az ilyen párosítások megadása helyett némi kompromisszumra kényszerülünk. Az alábbiakban egy algoritmust javasolunk:

1. Első körben elvégezzük a párosítást az alsó kvóták figyelembe vétele nélkül.
2. Megvizsgáljuk, hogy mely kiesésre jelölt szakok túlélése reménytelen.
 - (a) A kieső szakokra jelentkezők minden egyes jelentkezését aktiváljuk.
 - (b) Amennyiben egy jelentkezés valamely nem kieső szakra vonatkozik és emiatt egy, vagy több már felvett jelentkező elveszíti a helyét, a továbbiakban az ő további jelentkezéseit, vagy jelentkezéseiket vesszük figyelembe.
 - (c) Ha egy szakra az összes ilyen módon számolt jelentkezés sem éri el az alsó kvótát, a szak biztosan nem indul, tehát törölhető.

3. Most legyen N a kiesésre jelölt szakok halmaza. Vesszük az N valamely M részhalmazát, és egyszerűen feltételezzük, hogy az M -be tartozó szakok nem indulnak, azaz mintha soha nem is léteztek volna. Minden egyes $M \subseteq N$ esetre elkészítjük a párosítást:
- (a) Töröljük az M elemeire beadott jelentkezéseket.
 - (b) Elkészítjük a párosítást az alsó kvóták figyelembe vétele nélkül.
 - (c) Ha valahol sérül az alsó kvóta, feltételezésünk hibás volt, új M halmazt választunk.
 - (d) Ha nem sérülnek az alsó kvóták, feljegyezzük M -et és a felvételt nyert hallgatók számát.
4. A felírt M halmazok közül azt töröljük, ahol a legnagyobb a felvett hallgatók száma. Több ilyen halmaz esetén a választás tetszőleges lehet.

Az algoritmus által generált párosítás tehát minden tekintetben megfelel a törvényi előírásoknak, illetve az optimalizálás célfüggvénye már a fenti módosító javaslat alapján készült. Az *államilag támogatott* hallgatók számát hasonló módon maximálhatjuk.

A javasolt algoritmus NP-komplett, hiszen az N halmaznak $2^{|N|}$ részhalmaza van és elvileg ezek mindegyikére el kell végezni a párosítást, tehát elvben nehéz a probléma.

Gyakorlatilag azonban nem lehetetlen. Az Educatio Kht. által közölt adatok szerint 2009.-ben több, mint 200 szak nem indult. Ezek háromnegyede akár 1 fővel is elindult volna, tehát egyáltalán nem kapott jelentkezőt, vagy a jelentkező másutt nyert felvételt, de a többi szak döntő része is igen alacsony felvételi kvótával rendelkezett. Összességében 10-15 körülire tehető azon szakok száma (a pontos adatok nem állnak rendelkezésünkre), ahol a fenti algoritmusnak tétje van. Tekintve, hogy az algoritmus során nem a teljes párosítást kell újra elkészíteni, hiszen annak csak egy viszonylag kicsi része módosul, a fenti algoritmus várhatóan pár nap alatt lefuttatható. Ez lényegesen több, mint a jelenlegi körülbelül 3 perces futásidő, azonban garantálná az optimális és nem utolsó sorban törvény szerinti párosítást.

Természetesen ez a javaslat is kombinálható az előbbiekkal. Feltételezhetjük, hogy a puha jelentkezési korlátok eltörlése növeli a jelentkezések mennyiségét és ez *ceteris paribus* csökkenti az el nem induló, vagy ilyen szempontból kritikus szakok számát. Egyúttal orvosolja azt az

igazságtalanságot is, hogy a nem induló szakokra jelentkezők egyrészt lehetőséget sem kapnak a kedvelt szakjaikra járni (még akkor sem, ha maximális pontszámmal jelentkeznek), de a jelentkezésért ugyanúgy fizetniük kell.

Felhívtuk arra is a figyelmet, hogy a jelentkezési díjak jelenleg alkalmazott allokációja visszaszűkítést teremthet az iskolák számára. A 4.2.1 szakasz végén tárgyalt módosító javaslat orvosolhatja ezt a problémát.

5. fejezet

További felvételi problémák

Bár ha felvételiiról beszélünk, a közép- és felsőfokú oktatásra való felvételi érdemli a legtöbb figyelmet, röviden áttekintjük a helyzetet két további iskolaszintnél. Először a magyarországi rezidensképzésre térünk ki röviden, majd ismertetjük javaslatainkat az általános iskolai felvételi kapcsolatban.

5.1. Felvételi rezidensképzésre

Az Egyesült Államok rezidensképzésére vonatkozó felvételi (NRMP) minden bizonnyal a legnagyobb központosított párosító mechanizmus, legalábbis ami a résztvevők számát illeti. Történetét már részletesen bemutattuk (Kóczy, 2008; Roth, 1984) ezért erre most csak röviden térünk ki. A NIMP, a mai NRMP elődjének az elindítását a decentralizált rezidensi piac kudarca előzte meg; az új program, bár a részvétel nem volt kötelező, a kezdetektől fogva sikeres volt. Roth (1984) szerint a siker oka az, hogy az algoritmus stabil párosítást eredményezett. Ez utóbbi a közelmúltig az iskola (ezen esetben: kórház)-optimális párosítás volt. A 80-as évek végén Alvin Roth segítségével több ponton is módosították az algoritmust (Roth és Peranson, 1999), így az most hallgató-optimális, bár a változás keveseket érint (Roth és Peranson, 1997).

5.1.1. Helyzetkép

Mi a helyzet Magyarországon?

Hazánkban a rezidensi képzés módját a 122/2009. (VI. 12.) Kormányrendelet szabályozza és a négy orvosi egyetem régiója szerint központosítva kerül megszervezésre. Az Egyesült Államokban a rezidens orvos nagy kincs, hiszen frissen megszerzett tudással, ugyanakkor relatíve alacsony bérért dolgozik. Ez nálunk sincs másként, de míg a tengerentúlon egy rezidens dolgozik, Magyarországon képzésről beszélünk. Ezzel együtt a képzőhelyek számára rendkívül vonzó a rezidensek alkalmazása. A rezidensek többsége állami támogatással folytatja a képzést, így komoly verseny folyik a képzőhelyek között az állami támogatás megszerzéséért. Az államilag támogatott helyek elosztása több szempont szerint regionálisan történik.

A felvételi eljárás menetét itt nem kívánjuk részletesen ismertetni, de kiemeljük, hogy egy jelölt évente nem több, mint 5 helyre pályázhat. A párosítás során „előnyben kell részesíteni azt, aki olyan előszerződéssel rendelkezik, amelyben valamely egészségügyi szolgáltató vállalja a szakképzési időszak utáni alkalmazását.” A jelentkezőket külön jogszabályban rögzített szempontok alapján rangsorolják, és a befogadó intézmény az 5 legmagasabb pontszámú jelölt közül választhat.

A rezidensi felvételi szabályozásába frissen került bele az a tétel, hogy „A rezidens a szakképzése képzési költségeihez nyújtott állami támogatás ellentételezéseként vállalja, hogy a szakképzési idő alatt, valamint a szakképesítés megszerzése után legalább 4 évig a munkáltatóval a szakképesítésnek megfelelő, egészségügyi tevékenység végzésére irányuló jogviszonyban áll.”

Az alábbiakban ismertetjük a rezidensi felvétellel kapcsolatban felmerülő problémákat és megpróbálunk ezekre megoldást találni.

5.1.2. Pontatlan jogszabály

A leírt párosítási algoritmus a legnagyobb jóindulattal fogalmazva is hiányos. Látszólag egyszerre kezeli a jelentkezők összes jelentkezését, hiszen nem szól a ki nem választott pályázók sorsáról, de arról sem, mi történik akkor, ha egy jelentkező két helyen is kiválasztásra kerül. Feltételezzük, hogy a megadott preferenciasorrend szerint az egyiket választja, ez esetben

viszont az nem tisztázott, hogy mi lesz azzal a befogadó intézménnyel, amelyet az 5 legjobb pályázó közül egyik sem preferált, és így máshova került felvételre. A betöltetlen helyeket újra meghirdetik.

A jogszabályi leírás nem igazán alkalmas az ilyen konfliktusok kezelésének tisztázására. Kézenfekvő lenne a (hallgató optimális) késleltetett elfogadási algoritmus alkalmazása, – az a pár elem, melyre vonatkozólag világos a jogi szabályozás, leginkább ebbe az irányba mutat. Sajnos a megadható jelentkezések – feleslegesen – korlátos száma taktikázáshoz, és közvetve rengeteg frusztrációhoz vezet valamint elméleti szempontból ugyanígy szerencsétlen, hogy az iskolák miatt csak a legjobb 5 jelentkező közül választhatnak. Utóbbinál némileg érthető az elvárás, hogy az egyik legalkalmasabb jelentkező kerüljön felvételre, ugyanakkor a jelentkezők sorrendjének kismértékű módosítása a befogadó intézmény által adható pontok révén is kivitelezhető. Ez a rendszer pedig sokkal világosabb és megoldja a fent leírt problémát is, mikor a legjobb jelentkezők végül máshova kerülnek.

5.1.3. A szegény régiók ellátása

„Sok vidéki kórház számára nehézséget okoz az álláshelyek betöltése és ahol sikerrel is járnak, az állást gyakran külföldi egyetemek végzősei foglalják el. A orvostársadalmat nyugtalanítja, hogy ez kedvezőtlenül befolyásolhatja a vidék orvosi ellátásának vélt színvonalát. Felmerült a kérdés, hogy a probléma kezelhető lenne-e a felvételi eljárás megváltoztatásával, megváltoztatva ezáltal a kórházakba felvett gyakornokok elosztását.”

Bármily meglepő, az idézet nem magyar forrásból származik, hanem Roth és Oliveira Sotomayor (1990, 143. o.) az Egyesült Államok rezidensi felvételijéről (NRMP) beszél, ahol a ma Magyarországon sokat tárgyalt probléma hasonló formában szintén felmerült. A vidéki kórházak utánpótlását orvosolandó született az 5.1.1 szakasz végén leírt szabály, mely tulajdonképpen röghöz köti a rezidenseket, további évekre marasztalva őket a rezidensképzésüket adó intézményben.

Sajnos a vidék rosszabb orvosi ellátottsága egy olyan probléma, amin a párosító algoritmus megváltoztatásával nem lehet változtatni. A bevezetőnkben tárgyalt 2.8 tétel szerint minden stabil párosítás esetén ugyanannyi betöltetlen hely marad a kevésbé népszerű kórházakban, ráadásul a 2.9 tétel szerint a felvettek sem változnak, tehát ahol a helyeket csak külföldi orvosokkal sikerült feltölteni, ott más stabil párosítás esetén sem lehet hazai jelentkezőkkel feltölteni a helyeknek egy részét sem.

Két kibúvó lehetőség merül fel: Vizsgálhatunk nem stabil párosításokat is. Erre – más-más okból – sok helyen volt már példa, de a siker mindig elmaradt. Ez ugyanis azt jelenti, hogy valamelyik jelentkező szívesebben ment volna egy másik kórházba és ott szívesen fel is vették volna. Ennek megfelelően, amint erre lehetősége lesz, át is jelentkezik a másik kórházba, így ez a felállítás csak ideig-óráig működhet, hosszú távú megoldást nem kínál.

Az igazi megoldás a preferenciák megváltoztatása lehet: ha a vidéki helyszín adta esetleges elszigeteltséget, a barátok, család hátrahagyását jól műszerezett kórházi környezet, magasabb ösztöndíj támogatja, akkor a vidéki kórház népszerűbb lesz a jelentkezők körében. Sajnos ehelyett a bevezetett röghözkötés a kedvezőtlen, vagy legalábbis a jelentkező várakozásai szerint kedvezőtlen körülményeket prolongálja. Így az a jelentkező, aki kalandvágyból 2 évet eltöltött volna valamelyik vidéki kórházban, a 4 évet már nem vállalva nem jelentkezik oda.

Végül megjegyzendő, hogy a jogszabály a röghözkötés mellett kibúvót is kínál, hiszen a szabályszegést egyszerűen nem bünteti: a szabályszegőnek Magyarország területén kell kiszolgálnia a rezidensképzés ellentételezéseként meghatározott időt (magyarul nem kell visszatérnie a vidéki kórházba), illetve meg kell téríteni a képzés összegét (például külföldre távozás esetén). Bár a párosítások szempontjából ez lényegtelen, szerencsétlen, hogy esetleg államilag támogatott rezidensképzés után a kész orvos külföldre távozik, és esetleg az az orvos, aki elől foglalta a helyet és aki ezért önerőből fizette a rezidensképzést az a közismerten alacsony egészségügyi fizetéséből törlesztheti a képzés költségeit.

5.2. Általános iskolai felvételi

Ma, Magyarországon a tanuló nem jelentkezik, hanem beiratkozik az iskolájába. Minden gyerek valamely körzeti iskolához tartozik és – elméletben – amikor iskolaéretté válik, tavasszal, beiratkozáskor elballag szüleiivel a körzeti iskolába és ott elvégzi az ilyenkor szükséges papírmunkát.

A gyakorlat ettől igencsak távol áll. Már a közepsős óvodások körében kiterjedt kampány folyik a gyerekekért és úgy tűnik a szülő szinte bármelyik iskolát választhatja gyermekének, ha az adott iskolában van hely és természetesen ha bírja a pénztárcája, hiszen egyes alapítványi iskolák egy diplomás nettó bérével összemérhető összeget kérnek gyerekenként. Iskolákkal kevésbé ellátott területeken felmerül a kérdés, hogy felveszik-e a gyereket az iskolába, míg nagyobb városokban az iskolák között komoly verseny folyik a tanulókért és a verseny gyakran a speciális képzések, tagozatok indításában nyilvánul meg, itt tehát a bőség zavara teszi nehezzé a jelentkezést. Még képzési profiljukban semmi különlegeset fel nem mutató, de amúgy jó hírű iskolák esetében is felmerül, hogy esetleg többen szeretnének odajárni, mint amit az iskola kapacitása megenged. Az iskola felvételtől ilyenkor felvételi beszélgetés után dönt, de bármelyik gyakorló szülő megmondhatja, hogy az ilyen beszélgetés legritkább esetben a leendő tanuló képességeiről, sokkal inkább a szülők társadalmi, sőt, nem ritkán vagyoni helyzetéről, illetve sajnálatos módon etnikai hovatartozásáról szól.

Mi nem a szegregáció előnyeiről, vagy hátrányairól kívánunk értekezni, ezt megtették helyettünk mások (Fazekas, Köllő, és Varga, 2008), azonban feltételezzük, hogy a szegregáció kérdése nem indifferens az iskolai felvételi szervezője számára, így kitérünk a szegregáció csökkentésének lehetőségére.

Az alábbiakban két megközelítést javasolunk és ismertetjük az ezekkel járó előnyöket és hátrányokat.

5.2.1. Késleltetett elfogadási algoritmus

A hallgató-optimális késleltetett elfogadási algoritmus rendelkezik, illetve rendelkezhet a párosítási algoritmusokkal szemben támasztott főbb jó tulajdonságokkal, így természetes, hogy egyik alternatívaként megemlítsük ezt a mechanizmust is. Az említett két tulajdonság a stabilitás és a jelentkezők oldalán az őszinteség. A felsőoktatási felvételi esetén könnyen igazoltuk, hogy az őszinteség az iskolák oldalán is teljesül, hiszen az ő preferenciasorrendjüket a jelentkezők pontszáma határozza meg. Sajnos ez az általános iskolai felvételi esetén aligha teljesülne, amennyiben a felvételinek része a felvételi beszélgetés, ahol teljesen szubjektív pontok oszthatók, az iskolának lehetősége van a sorrend manipulálására, amihez időnként érdeke is fűződik.

Egy ilyen rendszerben valószínű, hogy a következetesen hátrányosan megkülönböztetett csoportok a lehető legrosszabb oktatáshoz férnek csak hozzá – ahogy egy iskola színvonala elkezd javulni, megnő a jelentkezők száma és ezeket a felvételizőket az iskola preferálja. Az ilyen típusú szegregáció csökkentésére alkalmazhatunk pozitív diszkriminációt, azaz az iskolában bizonyos számú helyet a hátrányosan megkülönböztetett csoportok számára elkülönítünk és ezeket más jelentkezővel nem is lehet betölteni. Így egy külön verseny folyhat ezekért a helyekért.

5.2.2. A legjobb csere-körök módszere

A legjobb csere-körök módszere fő erénye az őszinteség: mindkét fél számára domináns stratégia a valós preferenciák felfedése, nem teljesül viszont a stabilitás. Ez utóbbi azt jelenti, hogy elvileg létezhet olyan iskola és tanuló, hogy jelenlegi partnereik helyett (az iskola esetében az egyik helyett) egymást választják, amint erre lehetőségük van. Ez a tulajdonság igazán akkor érdekes, ha nem kötelező a felvételi mechanizmusban való részvétel, hiszen így az érintettek a mechanizmuson kívül találhatnak egymásra. Magyarországon, ahol az érintett iskolák valamilyen formában állami kezelésben vannak, ez a külső út fel sem merülne, a párosítás eredménye szent.

A legjobb csere-körök módszere akkor igazán vonzó alternatíva, ha a jelentkezők számára létezik egy természetes választás, egy körzeti iskola, ahova a jelentkező *automatikusan* felvételt nyer. Így csak annak kell részt vennie a felvételin, akinek nem a körzeti iskola a legjobb választás,

ugyanakkor a párosítás aktív résztvevői nem veszik el a helyet a passzív, esetleg tájékozatlan felvételizők elől, hiszen az ő helyük biztosítva van a körzeti iskolában.

A legjobb csere-körök módszere kiszámíthatóvá teszi a kapacitástervezést, hiszen a demográfiai adatok alapján előre kalkulálható, hogy egy-egy körzeti iskolába hány jelentkező lesz. Sajnos a fix létszám nem működik erős ösztönzőként, így mindenképp érdekes egy olyan változatot is megvizsgálni, ahol a hagyományos cserék helyett némi vándorlást is megengedünk. Itt a körzeti gyerekek mellett a kapacitás függvényében „felvételt nyerhet” néhány üres hely is és természetesen ezekkel az üres helyekkel is lehet csereberélni. Az üres helyek preferenciáit nem könnyű meghatározni, de az algoritmus alapkoncepciójához közel áll az a feltételezés, hogy az üres hely a környező iskolákba szeret átvándorolni, például közelségük szerint. Egy más megközelítésben a preferenciák önkényesek, tulajdonképpen az iskolák véletlen sorát vesszük.

5.2.3. Összehasonlítás

A leírt két algoritmus közül mindkettő rendelkezik bizonyos előnyökkel és hátrányokkal, amennyiben az elvek tekintetében sikerül döntést hoznunk, ez a döntés egyben határoz az alkalmazandó mechanizmus kérdésében is.

A késleltetett elfogadási algoritmus előnye, hogy stabil párosításokat eredményez. Talán ez az algoritmus adja a legnagyobb szabadságfokot az iskolák közötti választásban, ez élezi ki leginkább az iskolák közötti versenyt. Ugyanakkor a stabil párosításokra kapott korábbi eredményekből következik, hogy a stabil párosítások követelménye több kedvezőtlen mellékhatással is jár. A gyengébb iskolákból könnyen elfogyhatnak a gyerekek (2.8 tétel), ráadásul ugyanazok a gyerekek (2.9) kerülnek felvételre. Az alacsonyabb gyerekszám anyagilag is nehéz helyzetbe hozza az iskolát, ami bizonyára nem segít a színvonal javításán. Egy kedvezőtlen sokk hatására egy eredetileg közepes, vagy jó iskola is belekerülhet ebbe a spirálba, ahonnét nagyon nehéz kimenekülni. Az iskolák megszűnése tekinthető pozitív folyamatnak is, ha mindezt egy kiválasztódási folyamatnak tekintjük, de sajnos nehéz elsiklani afelett a tény felett, hogy a bezárások jó eséllyel elsősorban a kistelepüléseken működő iskolákat érintik.

A legjobb-cserekörök algoritmus két fő erénye a feltétlen őszinteség és az előjogok védelme.

Ha a szülő a helyi iskolába szeretné járatni a gyermekét, akkor ez a jog soha nem csorbulhat. Általános iskolások esetében több érv is szólhat a körzeti iskola választása mellett. A helyi iskola felé való korai elköteleződés, az iskola támogatása, az iskola körül kialakuló stabil közösség ép-polyan fontos, mint a gyerekek iskolába eljuttatásával járó logisztikai kérés egyszerű kezelése és nem utolsó sorban a hosszabb utazásokkal járó környezetterhelés elkerülése. A legjobbcserékörök módszere nem teremt olyan nyílt versenyhelyzetet, mint a késleltetett elfogadási algoritmus, de, amennyiben a kapacitás meghaladja a körzeti gyerekek számát, az elvándorló tanulók révén – kismértékben – változhat a tanulók létszáma. Míg fent feltételezzük, hogy a finanszírozás alapja a tanulói létszám ez természetesen nem kell, hogy így legyen. Ha a finanszírozás fixösszegű, vagy a körzeti gyerekek száma az alapja, a sok elvándorlás még javíthatja is az ottmaradók körülményeit, ellensúlyozva az egyéb szempontokat.

6. fejezet

Konklúzió

Tekintve, hogy ez a tanulmány maga is egy összegzés, talán ezen belül további összegzésnek nincs is helye. Röviden azért áttekintjük a legfontosabb észrevételeinket. Az áttekintést most nem a felvételi szint szerint, hanem a kritika természete szerint csoportosítjuk

Mindenekelőtt általában igaz az, hogy a felvételit szabályozó jogszabályok sokszor pontatlanok és így a jogszabályt hűen követő piactervező megoldhatatlan, vagy a valós problémától igen távol eső feladattal találja szembe magát. A gyakorlatban jól működő párosítási mechanizmusok meglelte azt sejteti, hogy itt nem a felvételi rendszerek kigondolói vétettek, hanem a jogi nyelvre történő fordításba csúszott hiba. Sajnos mindez nem igaz a rezidensképzésre vonatkozó felvételire, ami az előbbiektől teljesen különböző és a használt mechanizmus teljességgel nélkülözi a piactervezés vívmányainak alkalmazását. Végül általános iskolai felvételi hivatalosan nem is létezik, így itt teljesen új ajánlásokat fogalmaztunk meg.

Míg a középiskolai felvételi a késleltetett elfogadási algoritmus iskolapéldája, a felsőoktatási felvételi esetében elmondhatjuk, hogy a vonalhúzásos besorolási algoritmus ezzel lényegében ekvivalens, azonban a felvételi gyakorlati megvalósítása során hoztak pár olyan gyakorlati döntést, melyek egy része külön-külön is veszélyezteti az algoritmus kedvező tulajdonságait. Ezek orvoslása mindenképpen szükséges lenne és a szükséges változtatásokra konkrét javaslatokat tettünk.

Tanulmányunk célja az anomáliák feltárása és ezek javítása volt. Meg kell jegyezzük, hogy

munkánkat nagymértékben nehezítette az a tény, hogy a magyarországi közép- és felsőoktatási felvételi rendszerek nemzetközi összehasonlításban is a legkiválóbbak közé tartoznak; reméljük, ezzel együtt észrevételeink hozzájárulnak a felvételi folyamat egyszerűbbé és igazságosabbá tételéhez.

Köszönetnyilvánítás

A szerző köszöni a dolgozat elkészítéséhez a Középiskolai Információs Rendszer részéről Salomvári György az Educatio Kht. részéről pedig Szép Lilla és Varjasy Gábor által nyújtott segítséget.

Irodalomjegyzék

ABDULKADIROĞLU, A., Y.-K. CHE, ÉS Y. YASUDA (2009): „Resolving Conflicting Preferences in School Choice: The 'Boston' Mechanism Reconsidered,” Working paper, Duke University.

——— (2010): „Resolving Conflicting Preferences in School Choice: The 'Boston' Mechanism Reconsidered,” *American Economic Review*, Forthcoming.

ABDULKADIROĞLU, A., P. A. PATHAK, A. E. ROTH, ÉS T. SÖNMEZ (2005): „The Boston Public School Match,” *American Economic Review*, 95(2), 368–371.

ABDULKADIROĞLU, A., P. A. PATHAK, A. E. ROTH, ÉS T. SÖNMEZ (2006): „Changing the Boston School Choice Mechanism,” Boston College Working Papers in Economics 639, Boston College Department of Economics.

ABDULKADIROĞLU, A., ÉS T. SÖNMEZ (2003): „School Choice: A Mechanism Design Approach,” *American Economic Review*, 93(3), 729–747.

ALCALDE, J. (1996): „Implementation of Stable Solutions to Marriage Problems,” *Journal of Economic Theory*, 69(1), 240 – 254.

ALCALDE, J., ÉS S. BARBERA (1994): „Top Dominance and the Possibility of Strategy-Proof Stable Solutions to Matching Problems,” *Economic Theory*, 4(3), 417–35.

BIRÓ, P. (2008): „Student Admissions in Hungary as Gale and Shapley Envisaged,” Technical Report TR-2008-291, University of Glasgow, Department of Computing Science, Glasgow.

- BIRÓ, P., ÉS T. FLEINER (2008): „A magyarországi felvételi besoroló algoritmusok rövid bemutatása,” .
- BRAUN, S., N. DWENGER, ÉS D. KÜBLER (2010): „Telling the Truth May Not Pay Off: An Empirical Study of Centralized University Admissions in Germany,” *The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy*, 10(1), Article 1.
- CHEN, Y., ÉS T. SÖNMEZ (2006): „School choice: An experimental study,” *Journal of Economic Theory*, 127(1), 202–231.
- DUBINS, L. E., ÉS D. A. FREEDMAN (1981): „Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm,” *American Mathematical Monthly*, 88(7), 485–494.
- ERGIN, H., ÉS T. SÖNMEZ (2006): „Games of school choice under the Boston mechanism,” *Journal of Public Economics*, 90(1–2), 215–237.
- FAZEKAS, K., J. KÖLLŐ, ÉS J. VARGA (eds.) (2008): *Zöld könyv a magyar közoktatás megújításáért 2008*. Ecostat, Budapest.
- GALE, D., ÉS L. SHAPLEY (1962): „College admissions and the stability of marriage,” *American Mathematical Monthly*, 69, 9–15.
- GALE, D., ÉS M. SOTOMAYOR (1985): „Some remarks on the stable matching problem,” *Discrete Applied Mathematics*, 1, 223–232.
- GLAZERMAN, S., ÉS R. H. MEYER (1994): „Public School Choice in Minneapolis,” in *Midwest approaches to school reform*, ed. by T. A. Downes, és W. A. Testa, pp. 110–126. Federal Reserve Bank of Chicago.
- HAERINGER, G., ÉS F. KLIJN (2009): „Constrained School Choice,” *Journal of Economic Theory*, 144(5), 1921–1947.
- KLAUS, B., ÉS F. KLIJN (2006a): „Median stable matching for college admissions,” *International Journal of Game Theory*, 34, 1–11.

——— (2006b): „Procedurally fair and stable matching,” *Economic Theory*, 27(2), 431–447.

KNUTH, D. E. (1976): *Marriages Stables*. Les Presses de l’Université de Montreal, Montréal.

KÓCZY, L. Á. (2008): „A stabil párosítások szakirodalmának, ezen belül a felvételi rendszerek elemzéséhez kapcsolódó eredmények összefoglalása és ismertetése,” „A közoktatás teljesítményének mérése-értékelése, az iskolák elszámoltathatósága” programjának 1401. számú produktuma, Magyar Tudományos Akadémia, Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest.

——— (2009a): „A felvételi rendszerek meglévő és kívánt tulajdonságainak összevetése,” „A közoktatás teljesítményének mérése-értékelése, az iskolák elszámoltathatósága” programjának 1404. számú produktuma, Magyar Tudományos Akadémia, Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest.

KÓCZY, L. Á. (2009b): „A magyarországi – elsősorban a közép- és felsőoktatási – felvételi folyamat nemzetközi összehasonlítása, matematikai modellezése, algoritmizálása; az algoritmusok tulajdonságainak, esetleges hiányosságainak feltárása,” „A közoktatás teljesítményének mérése-értékelése, az iskolák elszámoltathatósága” programjának 1402. számú produktuma, Magyar Tudományos Akadémia, Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest.

KÓCZY, L. Á. (2009c): „A törvényhozó és a felvételi folyamat tervezői szándékának, szempontjainak megismerése, a szempontok matematikai tulajdonságok formájában való megfogalmazása,” „A közoktatás teljesítményének mérése-értékelése, az iskolák elszámoltathatósága” programjának 1403. számú produktuma, Magyar Tudományos Akadémia, Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest.

KOMINERS, S. D. (2009): „Matching with preferences over colleagues solves classical matching,” *Games and Economic Behavior*, 68(2), 773–780.

ROMERO-MEDINA, A. (1998): „Implementation of stable solutions in a restricted matching market,” *Review of Economic Design*, 3(2), 137–147.

ROTH, A. E. (1982): „The Economics of Matching: Stability and incentives,” *Mathematics of Operations Research*, 7(4), 617–628.

- (1984): „The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory,” *Journal of Political Economy*, 92(6), 991–1016.
- (1986): „On the allocation of residents to rural hospitals: A general property of two-sided matching markets,” *Econometrica*, 54(2), 425–27.
- (2008): „Deferred acceptance algorithms: history, theory, practice, and open questions,” *International Journal of Game Theory*, 36(3–4), 537–569.
- ROTH, A. E., ÉS M. A. OLIVEIRA SOTOMAYOR (1990): *Two-sided matching. A study in game-theoretic modeling and analysis*, no. 18 in Econometric Society Monographs. Cambridge University Press, Cambridge.
- ROTH, A. E., ÉS E. PERANSON (1997): „The effects of the change in the NRMP matching algorithm,” *Journal of the American Medical Association*, 278(9), 729–732.
- (1999): „The Redesign of the Matching Market for American Physicians: Some Engineering Aspects of Economic Design,” *American Economic Review*, 89(4), 748–780.

A. Függelék

Algoritmusok

A.1. A NIMP algoritmus

Az alábbiakban Roth (1984) alapján bemutatjuk a NIMP algoritmust.

Minden kórház rangsorolja a jelentkezőket (X -szel megjelölve a nem elfogadhatókat), és minden hallgató rangsorolja a kórházakat, melyekhez jelentkezett (hasonlóan megjelölve az érdekteleneket). Az így elkészített lapokat kell a központba eljuttatni, ahol első körben a kórházi rangsorokat megtisztítják a kórházat elfogadhatatlanként megjelölő hallgatóktól és ugyanígy a hallgatók rangsorát az őket elfogadhatatlanként megjelölő kórházakétól. A szerkesztett listák tehát elfogadható alternatívákat rangsorolnak.

Ezeket a listákat egy feldolgozó algoritmusba táplálják, mely egyrészt egy párosító fázisból, majd egy próbapárosítás-és-javítás fázisból áll. A párosító fázis első lépése (az $1/1$. lépés) az vizsgálja, hogy akadnak-e olyan kórházak és hallgatók, melyek egymás rangsorában első helyen szerepelnek. (Ha egy H_i kórház kvótája q_i , akkor mindez a q_i első helyen rangsorolt hallgatóra vonatkozik.). Ha nincs ilyen találat, akkor az algoritmus rátér a $2/1$. lépésre. Itt a hallgatók listáján második helyen szereplő kórházakat viszonyítjuk a kórházak listáján első helyen szereplő nevekkel. Ha nincsenek találatok, az algoritmus továbblép. Általában a $k/1$. lépésben a párosító fázis során olyan hallgató-kórház párokat keresnek, hogy a kórház a hallgatót az első helyre sorolja, a kórház pedig k -adik helyen szerepel a hallgatók rangsorában. Ha valamely k -ra van találat, akkor rátér a második fázisra.

Itt a talált párt ideiglenesen összepárosítják, azaz a hallgatót, akit az általa k -adik helyen megjelölt kórház első helyen rangsorol, ehhez a kórházhoz rendeljük. Ekkor a hallgatók és a kórházak rangsorait a következő módon módosítjuk: Minden kórház, melyet az s_j hallgató hátrébb rangsorol, mint

jelenlegi, ideiglenes párját, törlésre kerül (ha tehát most a k -edik preferenciájához került, akkor csak az első k tagot tartjuk meg. Egyúttal s_j -t töröljük minden, s_j listájáról törölt kórház listájáról (tehát ezen a listán már csak olyan hallgatók maradnak, akik még nem kerültek egy preferált kórházhoz. Vegyük észre, hogy ha egy kórház preferált hallgatóját töröljük a rangsorából, azzal a többi hallgató eggyel előrébb lép, hiszen így ugyanazon kvóta mellett kevesebb hallgatót tartalmaz a rangsor. Miután a rangsorokat frissítettük az algoritmus visszatér az első fázisba, ami a frissített rangsorok mellett keres párokat. Bármilyen új párosítás felülírja az aktuális, ideiglenes párosításokat (Megjegyzendő, hogy az új párosítás csak javíthat a hallgató meglevő hozzárendelésén, hiszen a hátrébb rangsorolt kórházakat töröltük.). Az algoritmus véget ér, ha nem talál új ideiglenes találatokat, ekkor az ideiglenes párokat véglegesíti. A pár nélkül maradt hallgatók, vagy kórházi helyek nem kerülnek párosításra és közvetlenül próbálhatnak más párosítatlanul maradt hallgatókkal, illetve helyekkel egyezkedni.

A.2. A késleltetett elfogadási algoritmus

Gale és Shapley (1962) az egy-az-egyhez párosítások esetére a késleltetett elfogadási algoritmus segítségével igazolták stabil párosítások létezését. Az algoritmus és az eredmény is kiterjeszthető a sok-az-egyhez párosításokra. Mivel ez relevánsabb a tárgyalt párosításokra, (Roth, 2008, alapján) ezt az algoritmust közöljük:

0. lépés Az esetlegesen előforduló közömbös preferenciákat önkényesen feloldjuk. (Például, ha az s közömbös a C_i és C_j iskolák között, akkor legyen $C_i >_s C_j$, vagy $C_j >_s C_i$, mindkét esetben stabil párosítást fogunk kapni.)

1/a. lépés Minden tanuló megjelöli az általa preferált iskolát.

1/b. lépés Minden iskola elutasítja a számára elfogadhatatlan ajánlatokat. Ha egy iskolát a kvótájánál nagyobb számú elfogadható tanuló jelölte meg, a preferenciasorrendje szerint rangsorolva a jelentkezőket a kvótán felülieket elutasítja.

k/a . lépés Ha egy tanulót a $k - 1$ -edik lépésben elutasítottak, megjelöli a legszimpatikusabb olyan iskolát, amelynél még nem próbálkozott (és aki így eddig nem is utasította el őt).

k/b . lépés Az iskolák a legszimpatikusabb (elfogadható) jelentkezők kivételével a többit elutasítják.

STOP Ha egy körben egyik jelentkező sem jelöl meg új iskolát, az aktuálisan el nem utasított tanulók felvételt nyertek. Azok az iskolák, amelyek nem kaptak elegendő (elfogadható) jelentkezést, nem töltik fel a teljes létszámukat, illetve azok a tanulók, akik „kifogytak” az elfogadható iskolákból, felvétel nélkül maradnak.

A.3. A bostoni algoritmus

A Bostonban 1999. és 2005. között használt algoritmus a következő (Alcalde, 1996; Abdulkadiroğlu és Sönmez, 2003; Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth, és Sönmez, 2005):

1. A jelentkezők rangsorolják az iskolákat.
2. Az iskolák egy prioritási rendet állítanak fel lakhely (gyalogtávolságra az iskolától) és az iskolával esetlegesen meglévő családi kapcsolat (nevezetesen az iskolába járó testvér) alapján:
 - Elsőrangú prioritás: testvér az iskolában és gyalogtávolságra lakik
 - Másodrangú prioritás: testvér az iskolában
 - Harmadrangú prioritás: gyalogtávolságra lakik
 - Negyedrangú prioritás: egyéb

Az egyes csoportokon belül egy előre meghirdetett véletlen sorrend dönt.

3. Utolsó lépés maga a beiskolázás a fenti preferenciák alapján:
 - Első körben csak az első helyen megjelölt iskolát veszik figyelembe. Minden iskola a hozzá jelentkezők között a fent meghatározott preferenciák alapján, illetve a kapacitás függvényében osztja ki a helyeket.
 - A maradék hallgatókat a második helyen megjelölt iskolába próbálják meg elhelyezni
 - És így tovább, egészen, amíg el nem fogynak a hallgatók.

A.4. A columbusi algoritmus

A Columbus Cityben alkalmazott algoritmus a következő (Abdulkadiroğlu és Sönmez, 2003, alapján):

1. Minden jelentkező legfeljebb 3 iskolát jelölhet meg.
2. Bizonyos iskoláknál garantált helye van az iskola körzetében lakóknak. A fennmaradó helyekre a jelentkezők sorrendje véletlenszerű. A többi iskolánál az összes hely véletlen sorrend alapján kerül kiosztásra.
3. A (még) szabad helyeket a fenti preferenciák figyelembevételével ajánlják meg a jelentkezőknek. Az ajánlatra 3 napon belül kell válaszolni. Elfogadás esetén a jelentkező kikerül a rendszerből, az elfogadott ajánlat alapján kerül beiskolázásra. Ahogy egyes ajánlatok elutasításra kerülnek, ezeket a helyeket megajánlják az egyenlőre várólistás jelentkezőknek.

A.5. A legjobb cserekörök módszere

1. Minden hallgató és iskola megnevezi mit/kit rangsorol az első helyre. Mivel a résztvevők száma véges létezik olyan $s_1, C_1, s_2, \dots, C_k$ kör, hogy s_i C_i -t preferálja, aki viszont s_{i+1} -t, továbbá C_k s_1 -t preferálja. Minden hallgató és minden iskola legfeljebb egy-egy körhöz tartozik. Minden olyan hallgatót, aki egy ilyen körhöz tartozik, felveszi az általa megnevezett iskola. Ezzel a hallgató kikerül a rendszerből, az iskolának pedig eggyel kevesebb szabad helye marad. Ha minden hely elfogyott, akkor az iskola is kikerül a rendszerből, így a továbbiakban a hallgatók már nem nevezhetik meg, mint kedvencüket.
2. Minden további lépésben a maradék hallgatók és a maradék iskolák vesznek részt, ettől eltekintve a lépés lefolyása ugyanaz, tehát a résztvevők megnevezik a preferenciájukat, majd a körökhöz tartozó hallgatókat az általuk megnevezett iskola veszi fel.
3. Az algoritmus akkor ér véget, ha a hallgatók elfogynak. Mivel minden lépésben legalább egy hallgató felvételt nyer, így a szükséges lépések száma nem több, mint a hallgatók száma.