

LERNER TAMÁS

Mit gondolt Arkhimédész Arisztarkhosz heliocentrikus világmodelljéről?

Számoszi Arisztarkhosz (kb. i. e. 310 – i. e. 230) heliocentrikus világmodelljét nem szokás túl komolyan venni: ha történetesen neki is volt igaza a geocentrikus modell híveivel szemben – mondják a tudománytörténészek –, ötlete kidolgozatlan volt, felvetését a geocentrikus modellel szemben nem támasztották alá tudományos érvek. Lám, mi sem bizonyítja ezt erősebben, mint hogy az ókor legnagyobb matematikusa, Arkhimédész is megmaradt a geocentrikus modell mellett. Mivel Arisztarkhosz művei egyetlen kivétellel (Aristarchus [1572/1913]) elveszettek, modelljéről csak közvetett információval rendelkezünk. Művei sajnálatos pusztulásának egyik oka nyilván az volt, hogy sem kortársait, sem utódait nem sikerült megingatnia a geocentrikus modellbe vetett bizalmukban. Arisztarkhosz műveinek sorsát – és velük a heliocentrikus világmodellt – alighanem Klaudiosz Ptolemaiosz (kb. 100 – 170) az ókor csillagászati tudását összefoglaló tankönyvének megjelenése pecsételte meg. Elmélete végső sikertelenségéhez (legalábbis Kopernikuszig) tehát nem fér semmi kétség.

Mégsem bizonyos azonban az a vélekedés, mely szerint még Arkhimédész lángelméje sem ismerte volna fel Arisztarkhosz igazságát. Az alábbiakban Arkhimédész Pszammitész [A homokszemek száma] című műve¹ Arisztarkhoszra vonatkozó részeinek olyan értelmezését igyekszem nyújtani, mely megkérdőjelezi annak hagyományos olvasatát.

ARISZTARKHOSZ A PSZAMMITÉSZBEN

Arkhimédész a *Pszammitészben* először definiálja a saját korában általánosan elfogadott világmodellt:

κατέχεις δὲ, διότι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλείστων ἀστρολόγων ἃ σφαῖρα, ἃς ἔστι κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, ἃ δὲ ἐκ τοῦ κέντρον ἴσα τᾶ εὐθεία τᾶ μεταξὺ τοῦ κέντρον τοῦ ἀλίου καὶ τοῦ κέντρον τᾶς γᾶς...

¹ *Arenarius* (lásd: *Archimedis* [1881]).

Jól tudod, hogy a legtöbb csillagász azt a gömböt nevezi kozmosznak, melynek középpontja a Föld középpontja, s mely gömb sugara a Nap középpontja, illetve a Föld középpontja közötti egyenessel egyenlő.²

Arkhimédész nem foglal állást, csak ismerteti a tényeket. Ezután bemutatja Arisztarkhosz új elméletét.

Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθεσίων τινῶν ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρον καὶ τὸν ἄλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γὰν περιφέρεισθαι περὶ τὸν ἄλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῆ δρόμῳ κείμενος, τὰν δὲ τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῆ ἀλίῳ κείμεναν τῆ μεγέθει ταλικάυταν εἶμεν, ὥστε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γὰν ὑποτίθεται περιφέρεισθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἀποστασίαν, οἷαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν.

A számoszi Arisztarkhosz azonban olyan elméleteket publikált, melyek feltévéseiből az következik, hogy a kozmosz sokkal nagyobb az imént említetténel. Azt feltételezi ugyanis, hogy az állócsillagok és a Nap mozdulatlanok, a Föld azonban a Nap körül kering egy kör kerületén, úgy, hogy pályájának közepén a Nap található, az állócsillagok gömbje pedig – melynek középpontja szintén a Nap – olyan hatalmas méretű, hogy a kör, melyen Arisztarkhosz elképzelése szerint a Föld kering, úgy aránylik az állócsillagok távolságához, ahogyan a gömb középpontja aránylik a felületéhez [értsd: átmérőjéhez].

Arkhimédész ezután kritizálja ugyan Arisztarkhoszt, de nem magát a heliocentrikus modelljét, csupán annak megfogalmazását, pontosabban az általa felállított aránypár megfogalmazását:

τοῦτό γ' εὐδήλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό.

Ez bizony nyilvánvalóan lehetetlen: miután ugyanis a gömb középpontjának nincs semmilyen kiterjedése, úgy kell tekintenünk, mint amely semmilyen arányban nem áll a gömb felületével [értsd: átmérőjével].

A pont definíció szerint nem rendelkezik kiterjedéssel, ezért nem állítható fel vele olyan aránypár, melyben az egyik oldalon nullánál nagyobb számok szerepelnek; márpedig a Föld Nap körüli pályájának átmérője nyilvánvalóan nem nulla. Ami érdekes ezen a ponton az az, hogy Arkhimédész egyáltalán nem söpri félre Arisztarkhoszt, mint akinek fogalma sincs a matematikáról (Arisztarkhoszt éppen matematikusként tartották számon

² A fordítás végig a sajátom – L. T.

az ókorban), hanem komolyan veszi őt (velünk szemben, Arkhimédész közvetlenül ismerte Arisztarkhosz munkáit). Arisztarkhosz komoly matematikus, aki nem beszélhet értelmetlenségeket, így nyilván nem szó szerint értette a „pont”-ot – véli Arkhimédész – hogy tehát a Föld Nap körüli pályájának átmérője pontként aránylik az állócsillagok gömbjének átmérőjéhez; bizonyára csupán félreérthetően fogalmazott. Mire gondolt tehát Arisztarkhosz valójában Arkhimédész szerint:

ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε...

A következőképpen kell tehát Arisztarkhoszt értelmezni...

Fontos, hogy végig észben tartsuk: Arkhimédész – szándékai szerint – magát Arisztarkhoszt parafrazeálja:

ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομες ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου...

Miután a Földet úgy tekintjük, mint ami a kozmosz középpontja...³

Nem szabad ezt úgy értenünk, mintha Arkhimédész letenné a garast a geocentrikus modell mellett, csupán visszautal a korábban általa ismertett, saját korában általánosan elfogadott elméletre, ezt is csak azért, mert – szerinte – maga Arisztarkhosz állította fel a geocentrikus-heliocentrikus aránypárt, és itt most Arisztarkhoszt parafrazeálja. Nem arról van szó tehát, hogy Arkhimédész *átviszi* az általa is helyesnek tartott geocentrikus modellre Arisztarkhosz modelljét.⁴ A *ὥσπερ* az én értelmezésemben egyébként is mintegy zárójelbe teszi a geocentrikus modell helyességének kérdését, hiszen Arkhimédész fogalmazhatott volna így is:

ἐπειδὴ τὴν γῆν ὑπολαμβάνομεν εἶναι τὸ κέντρον τοῦ κόσμου...

Miután a Földet tartjuk a kozmosz középpontjának...

Nem így fogalmazott. De még ha nem is kell ekkora jelentőséget tulajdonítanunk egy *ὥσπερ* közbevetésének, akkor is teljesen világos Arkhimédész gondolatmenete: *Arisztarkhosz a jelenleg elfogadott kozmoszmodell méreteit állítja arányba a saját modellje méreteivel.*

ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε·

ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομες ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἂ γὰ ποτὶ

³ A mondat szerintem ezt jelenti: „Miután a Földet szokás a kozmosz középpontjának tartani...”, *Bodnár István* javaslatára azonban a konzervatív megoldást választottam.

⁴ Ezt az értelmezést neveztem a bevezetőben „hagyományos olvasatnak”.

τὸν ὑφ' ἀμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾗ ἔστιν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτίθεται περιφέρεισθαι, ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν·

A következőképpen kell tehát Arisztarkhoszt értelmezni:

Miután a Földet úgy tekintjük, mint amely a kozmosz középpontja: ahogyan a Föld mérete aránylik ahhoz, amit kozmoszként definiáltunk [ti. a szöveg elején], úgy aránylik az Arisztarkhosz elképzelése szerint a Föld keringési pályáját hordozó gömb az állócsillagok gömbjéhez [sugarához]...

A nagyobb világosság kedvéért nézzük meg egyenként Arisztarkhosz és Arkhimédész megfogalmazását!

ARISZTARKHOSZ TÉTELE

A Föld Nap körüli pályájának átmérője úgy aránylik az állócsillagok által alkotott gömb átmérőjéhez, ahogyan a gömb középpontja aránylik a gömb átmérőjéhez.

$$d(fn):d(cs) = \emptyset:d(g)$$

$d(fn)$ = a Föld Nap körüli pályájának átmérője

$d(cs)$ = az állócsillagok által alkotott gömb átmérője

\emptyset = a gömb középpontja

$d(g)$ = a gömb átmérője

Mint láttuk, Arkhimédész lehetetlennek tartja a fenti egyenlet felírását. Úgy tűnik joggal, hisz akármilyen nagy számot is írunk $d(cs)$ helyébe, az egyenlet bal oldala mindenképpen több kell legyen, mint nulla, holott a jobb oldalon $\emptyset:d(g) = \emptyset$.

A kommentátorok⁵ általában úgy gondolják, hogy Arkhimédész túl szigorúan értelmezi Arisztarkhoszt, aki nem akar matematikai egyenletet felírni, csupán azt akarja mondani, hogy az állócsillagok által alkotott gömb átmérője olyannyira hatalmas a Föld Nap körüli pályájának az átmérőjéhez képest, hogy *a rendelkezésre álló mérési pontosság mellett* ez utóbbira pontként tekinthetünk – állítja pedig Arisztarkhosz mindezt annak érdekében, hogy megmagyarázza a parallaxis hiányát az állócsillagok esetében. Ez bizonyosan így is van: Aetiosztól tudjuk (idézi: *Aristarchus* [1572/1913] 305. o.), hogy Arisztarkhosz a Napot az

⁵ Lásd például *Aristarchus* [1572/1913], *Dijksterhuis* [1987], *van der Waerden* [1977].

állócsillagok egyikének(!) tartotta, tehát elvetette a hagyományos elképzelést, mely szerint az állócsillagok a Földtől egyenlő távolságra, azaz egy gömbfelületen helyezkednének el, ám ez felvetette a parallaxis hiányának a problémáját. Arisztarkhosz egy a hagyományosnál nagyságrendekkel hatalmasabb kozmosz tételezésével oldotta meg a problémát, mégpedig helyesen. Az északi égbolt szabad szemmel látható legközelebbi csillaga, a Szíriusz 543 300 csillagászati egység távolságra található a Naptól, így könnyen szemléltethető, hogy $d(fn)$ a $d(cs)$ -hez képest már ennél a minimális távolságnál is *pontszerű* – ha a Föld pályáját 1 milliméteres sugarú körrel ábrázoljuk, a Szíriusz 543 méterre lesz a Naptól –, és pontosan ez az oka annak, hogy szabad szemmel végzett méréssel már a legközelebbi csillagoknál is lehetetlen parallaxist mérni. Arisztarkhosznak tehát nyilvánvalóan igaza van a Nap–Föld-távolság *pontszerűségének* tekintetében.

Zárójelben jegyzem meg, hogy Arisztarkhosz aránypárja a szigorú matematikai értelmezést is kiállja, azaz felírható matematikai egyenletként, feltéve, hogy bevezetjük a *határérték*, illetve az *infinitézimális mennyiség* fogalmát:

$$d(fn):d(cs) = \emptyset:d(g)$$

$$d(cs) \rightarrow \infty$$

Ez az egyenlet matematikailag kifogástalanul fejezi ki azt, amit Arisztarkhosz állít: a Föld Nap körüli pályája pontnak tekinthető, ha $d(cs)$ tart a végtelenhez.

Mindenesetre akár sejtésként megelőlegezte Arisztarkhosz a *határérték*, illetve az *infinitézimális mennyiség* fogalmát, akár nem (nem látom be, miért ne tehetne volna), egy valamit bizonyosan felismert: *nincs ellentmondás a heliocentrikus modell és a parallaxis hiánya között*. Ezt a tényt (ahogy az majd a későbbiekből kiderül) nyilvánvalóan Arkhimédész is belátta: ami számára elfogadhatatlan, az a nulla jelenléte az egyenletben (egyrészt a nulla miatt Arisztarkhosz egyenlete alkalmatlan arra, hogy általa akárcsak megbecsüljük a kozmosz valóságos méretét, de főleg arról van szó, hogy a nullához közelítő *infinitézimális mennyiség* létjogosultságát Arkhimédész nem fogadta el), ezért úgy gondolja: bizonyára csupán félreértjük a nagy Arisztarkhoszt. A következőkben lássuk, milyen parafrázist javasolt Arkhimédész!

ARISZTARKHOSZ ARKHMÉDÉSZ ÁLTAL ÚJRAFOGALMAZOTT TÉTELE

A Föld Nap körüli pályájának átmérője úgy aránylik az állócsillagok által alkotott gömb átmérőjéhez, ahogyan a „gömb középpontja” (azaz a Föld) átmérője aránylik a „gömb” (azaz a kozmosz) átmérőjéhez.

$$d(fn):d(cs) = d(f):d(k)$$

$d(fn)$ = a Föld Nap körüli pályájának átmérője

$d(cs)$ = az állócsillagok által alkotott gömb átmérője

$d(f)$ = a Föld átmérője

$d(k)$ = a „kozmosz” átmérője

Az egyenlet bal oldala tehát változatlan, a jobb oldalon pedig az indokolja a változásokat, hogy Arkhimédész szerint Arisztarkhosz aránypárja felállításakor

1. *kentron* alatt a Földet értette („miután a Földet szokás a világ középpontjának tartani”): így kerül Arkhimédész egyenletében a nulla helyére $d(f)$,

2. *szphaira* alatt pedig a „kozmosz” gömbjét értette (mely a Nap keringési pályáját hordozza a hagyományos modellben): így kerül Arkhimédész egyenletében a $d(g)$ helyére $d(k)$.

Arkhimédész a következőképpen zárja gondolatmenetét:

τὰς γὰρ ἀποδείξιαι τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένων ἐναρμόζει, καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος τῆς σφαίρας, ἐν ᾗ ποιεῖται τὰν γὰν κινουμένων, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ ὑφ' ἀμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ.

Mert ily módon illeszkednek az Arisztarkhosz által bemutatott égi jelenségek az elméletéhez, és legfőképp: úgy tűnik, hogy a Föld keringési pályáját hordozó gömb mérete elképzelései szerint megegyezik az általunk korábban kozmoszként definiáltéval.

Világos, hogy az Arkhimédész által újrafogalmazott tétel alapján felírt

$$d(fn):d(cs) = d(f):d(k)$$

egyenletben $d(fn) = d(k)$, mivel a hagyományos „kozmosz” átmérője nem más, mint a Nap Föld körüli pályájának átmérője. Végül, ha behelyettesítjük Arkhimédész számait (sztadionban), a következő egyenletet kapjuk

$$10^{10}:10^{14} = 10^6:10^{10}.$$

Arkhimédész tehát egyáltalán nem veti el Arisztarkhosz heliocentrikus modelljét, csupán átértelmezi, limitálja, s ezzel *kezelhetővé teszi* Arisztarkhosz aránypárját. Arkhimédész szerint az állócsillagok által alkotott gömb átmérője, azaz az arisztarkhoszi értelemben vett kozmosz mérete 10^{14} sztadion (körülbelül $1,8 \times 10^{13}$ kilométer), ami 1,9 fényév. Ez az érték nem önmagáért fontos (bár nem elhanyagolható tény, hogy legalábbis a legközelebbi csillagok esetében nagyságrendileg helyes). Ami fontos, hogy Arkhimédész egyenletében a Nap–állócsillagok-távolság a Nap–Föld-távolság *tízezerszerese*: egy a Naptól tízezer csillagászati egységre található képzeletbeli csillag parallaxisa csupán 20,6 ívmásodperc volna.⁶ Arkhimédész számára nyilvánvalónak kellett lennie, hogy ilyen apró parallaxis szabad szemmel nem mérhető. Nem tartható fenn tehát az a vélekedés, mely szerint Arkhimédész a parallaxis hiányára hivatkozva elutasította volna a heliocentrikus modellt.

ARKHMÉDÉSZ ASZTROLÁBIUMA⁷

Mert ily módon illeszkednek az Arisztarkhosz által bemutatott égi jelenségek az elméletéhez...

Milyen jelenségekről van itt szó, melyek illeszkednek Arisztarkhosz Naprendszer-modelljéhez? Plutarkhosz szerint⁸ Arisztarkhosz heliocentrikus elméletével *az égi jelenségeket próbálta menteni* (*τὰ φαινόμενα σώζειν*): nem sok kétség lehet afelől, hogy a bolygók retrográd mozgásáról van szó, hiszen a Nap, a Hold, ill. az állócsillagok nem végeznek olyan mozgást, melyet csak a – látszólag feleslegesen komplikált – heliocentrikus modell tudna megmagyarázni; a bolygók retrográd mozgását azonban a geocentrikus modell csak súlyos nehézségek árán tudta – úgy-ahogy – kezelni. Mivel Arkhimédész ismerte Arisztarkhosz heliocentrikus modelljét, mely Plutarkhosz bizonyossága szerint éppen a bolygók retrográd mozgásának jelenségét kívánta menteni, Occam borotváját alkalmazva kézenfekvőnek látszik, hogy *az általa épített asztrolábium bizony heliocentrikus volt*. Ez első hallásra hihetetlennek tűnhet, de vizsgáljuk meg az asztrolábiumra vonatkozó legfontosabb bizonyosságunkat; Cicero szerint:

⁶ Mivel $10\,000\text{ AU} = 0,04848\text{ pc}$, $1/0,04848\text{ pc} = 20,6''$.

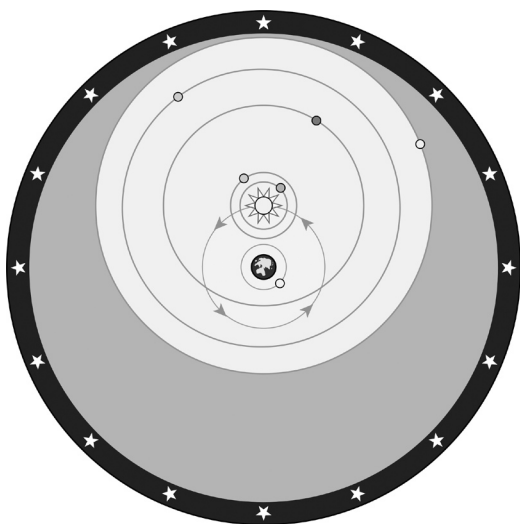
⁷ Az érvelésem részben Lucio Russo gondolatmenetét követi (Russo [2004] 78–82. o.).

⁸ *De faciae que in orbe lunae apparet* 923a.

A másik [éggömb] ugyanis, amelyet szintén Archimedes készített, és amelyet ugyanaz a Marcellus állított fel az Erény istennője templomában, szebbnek és nevezetesebbnek tűnt a nép számára. Miután Gallus nagy szakértelemmel kezdte el magyarázni ennek a szerkezetnek a felépítését, arra a megállapításra jutottam, hogy abban a szicíliaiban több szellem lakozott, mint amennyit az emberi természet fogalmaink szerint létrehozhatott. Gallus kifejtette ugyanis, hogy azt a másik tömör és teljes gömböt már régen feltalálták, és azt először a miletusi Thales készítette el, később azonban a knidusi Eudoxus, ki – mint mondta – Plato egyik tanítványa, ráfestette erre az égbolthoz rögzített állócsillagokat. Ennek egész pompáját és szép festését vette át Eudoxustól Aratus, aki mindezt évekkel később asztronómiai ismeretek nélkül, költői tehetséggel versben magasztalta. Az ég ábrázolásának ezt a fajtáját azonban, amelyen a Nap és a Hold, valamint annak az öt csillagnak a mozgása szerepel, amelyeket bolygóknak és mintegy kóborlóknak neveznek, nem lehetett volna azon a másik tömör gömbön rögzíteni. Ebben a vonatkozásban csodálatos Archimedes találmánya, mivel rájött arra, hogy miképpen tudja egyetlen egy forgatás [*una conversio*] az egyenlőtlen és változatos pályákat a különböző mozgásokban megtartani. Amint Gallus a gömböt forgásba hozta, az történt, hogy a Hold a Napot ezen az ércen éppen olyan sok keringéssel követte, mint ahány nap alatt magán az égen... (Az állam, I. 14:21–22. – Cicero [2007].)

1. ÁBRA

Tycho Brahe Naprendszer-modellje



Megjegyzés: Tycho Brahe Naprendszer-modellje matematikailag minden tekintetben egyenértékű a kopernikuszi modellel.

Forrás: http://en.wikipedia.org/wiki/Tychonic_system.

Arkhimédész asztrólábiума úgy tűnik nemcsak a Nap és a Hold, hanem az öt bolygó mozgását is demonstrálta, mégpedig úgy, hogy az égitestek egymástól különböző mozgását *egyetlen áttétel* (*una conversio*) hozta létre. Amennyiben az asztrólábium valóban demonstrálta a bolygók mozgását, ráadásul a különböző mozgásokat egyetlen áttétel hozta létre, *nem lehetett geocentrikus*, azon egyszerű oknál fogva, hogy a ptolemaioszi modell alapján ilyen szemléltető szerkezetet *lehetetlen* megépíteni (nincs is rá példa), különösen egyetlen áttétel segítségével, hiszen

a ptolemaioszi modellben egyszerűen nem létezik semmilyen matematikai összefüggés az egyes bolygók mozgása között; úgy tűnik, erre utal Cicero is, amikor azt mondja, hogy a hagyományos szerkezetek nem tudták bemutatni a bolygók mozgását.

Nehezen magyarázható ugyanakkor az a tény, hogy Arkhimédész asztrolábiума Cicero leírása alapján egyértelműen geocentrikusnak tűnik, és nem ismerünk más olyan forrást, mely heliocentrikusként említené, holott ezt a tényt szenzációként kezelték volna a kortársak.

Ennek a problémának azonban szerintem a következő a megoldása: Arkhimédész asztrolábiума *látszólag* geocentrikus volt, azaz középpontjában a Föld helyezkedett el, mozdulatlanul. A Hold és a Nap a Föld körül keringett, az öt bolygó azonban közvetlenül a Nap körül, mégpedig úgy, hogy a Nap körüli pályájukat alkotó rendszer síkja maga is körmozgást végzett a Föld körül, az *1. ábrán* látható módon.

Könnyen belátható, hogy egy ilyen elvek alapján megépített mechanizmus a geocentrikus látszat ellenére az arisztarkhoszi modell működését mutatná be *földi perspektívából*, azaz a bolygók látszólagos retrográd mozgását demonstrálná. A Cicero által említett *una conversio* pedig ezek szerint nem más, mint az a fogaskerék, melyen a Nap (az öt bolygó keringési síkjával együtt) a Föld körül mozog.

A fenti tények és megfontolások figyelembevételével tehát Arkhimédész asztrolábiумának már a pusztá létezése is azt a feltevést támasztja alá, hogy Arkhimédész komolyan vette Arisztarkhosz heliocentrikus modelljét.

HIVATKOZÁSOK

- ARCHIMEDIS [1881]: Archimedis Opera Omnia. Vol. II. Szerk.: *L. Heiberg*. B. G. Teubneri, Lipsiae, <https://archive.org/details/archimedisopera00heibgoog>.
- ARISTARCHUS [1572/1913]: De Magnitudinibus et Distantiis Solis et Lunae [A nap és hold kiterjedése és távolsága]. Megjelent: *Heath, T.* (szerk.): Aristarchus of Samos, the Ancient Copernicus. Clarendon Press, Oxford. 351-414. o.
- CICERO [2007]: Az állam. Fordította, a bevezető tanulmányt és a jegyzeteket írta *Hamza Gábor*, Akadémiai Kiadó, Budapest.
- DIJKSTERHUIS, E. J.[1987]: Archimedes. Ford.: *Dikshoorn, C.* Princeton University Press.
- RUSSO, L. [2004]: The Forgotten Revolution: How Science Was Born in 300 BC and Why it Had to Be Reborn. Springer verlag, Berlin Heilderger, 78-82. o.
- VAN DER WAERDEN, B. L. [1976]: Egy tudomány ébredése. Fordította: *Pollák György*, Gondolat, Budapest.